

УДК 539.12

ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СРЕДНИХ ДЛЯ ТРЕХСТРУЙНЫХ СОБЫТИЙ В e^+e^- -АННИГИЛЯЦИИ

Ю. Г. ШАХНАЗАРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 3 декабря 1985 г.)

В первом порядке КХД вычислены некоторые средние для трехструйного процесса e^+e^- -аннигиляции. Найдена зависимость среднего значения величины $(1-T)$ от поляризации начальных частиц, угловых переменных, характеризующих вектор T , а также параметра обрезания T_0 , вводимого для отделения трехструйных событий от двухструйных. Показано, что в определенной кинематической конфигурации среднее значение азимутального угла может заметно отличаться от π . Вычислены средние значения поперечного импульса ($\langle x_{\perp} \rangle$ и $\langle x_{\perp}^2 \rangle$), установлена их зависимость от переменной T , а также зависимость $\langle 1-T \rangle$ от поперечного импульса.

В настоящей работе приводятся результаты вычислений некоторых средних для процесса

$$e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q} + g, \quad (1)$$

который, как принято считать, является источником трехструйных событий в e^+e^- -аннигиляции.

Картина возникновения таких событий выглядит следующим образом. Кварк или антикварк из рожденной на малых расстояниях $q\bar{q}$ -пары испускает жесткий глюон. Затем, уже на достаточно больших расстояниях, происходит обесцвечивание цветных кварков и глюонов, в результате чего образуются наблюдаемые на опыте струи адронов. Обычно предполагается, что процесс фрагментации кварков и глюонов протекает «мягко», с небольшой передачей энергии и импульса, и рожденные струи имеют практически такой же суммарный импульс и такую же суммарную энергию, что их цветные партнеры-родители. Поскольку мы будем оперировать с так называемыми инфракрасно-стабильными переменными (T и x_{\perp}), которые линейны по импульсам, то можно ожидать, что предсказания на языке этих переменных для процесса (1) будут справедливыми и для струй адронов.

В пользу этого говорит и тот факт, что впервые обнаруженные в e^+e^- -аннигиляции двухструйные события имели такое же угловое распределение, как и кварк-антикварковая пара, что позволило отождествить такие события с процессом $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, т. е. фрагментация в этом случае не искажала заметно исходную картину. Можно думать, что с ростом энергии влияние фрагментации будет еще меньше и струи будут разделяться четче.

Будем исходить из дифференциального сечения процесса (1), которое в общем случае, когда учитываются поляризации начальных частиц, имеет вид [1]

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}^{(0)}} \frac{d^2\sigma}{dT d\hat{T}} = \frac{\alpha_s}{4\pi^2} \{ A(T) [(1+z^2)(1+\xi_1^+ \xi_2^+) - (1-z^2)(\xi_1^+ \xi_2^+) + 2(\hat{T} \xi_1^+) (\hat{T} \xi_2^+)] + B(T) [(1-3z^2)(1+\xi_1^+ \xi_2^+) + 3((1-z^2)(\xi_1^+ \xi_2^+) - 2(\hat{T} \xi_1^+) (\hat{T} \xi_2^+))] \}, \quad (2)$$

где $\xi_{1(2)}$ — вектор поляризации электрона (позитрона) в собственной системе покоя, $z = \cos \theta$, θ — угол, образованный импульсом наиболее энергичного партона, характеризуемым единичным вектором \hat{T} , с импульсом электрона, $d\hat{T} = dzd\varphi$; φ — азимутальный угол, σ_{tot} — полное сечение e^+e^- -аннигиляции в адроны, которое в нулевом порядке по α_s имеет вид $\sigma_{\text{tot}}^{(0)} = (4\pi\alpha^2/s) \sum Q_c^2$, а $A(T)$ и $B(T)$ являются известными функциями модуля вектора T :

$$A(T) = \frac{2-3T(1-T)}{T(1-T)} \ln \frac{2T-1}{1-T} - \frac{3(3T-2)(2-T)}{2(1-T)}, \quad (3)$$

$$B(T) = \frac{1}{T^2} (3T-2)(2-T).$$

Заметим, что для перехода к практически интересному случаю поперечно антипараллельно полностью поляризованных начальных частиц необходимо в (2) положить

$$\xi_1^+ = \xi_2^+ = 0, \quad \xi_1^- = \xi_2^- = 1, \quad (\xi_1^+ \xi_2^+) = -1, \quad (\hat{T} \xi_1^+) = -(\hat{T} \xi_2^+) = \sin \theta \cos \varphi. \quad (4)$$

Начнем с нахождения $\langle 1-T \rangle$. В работе [2] она вычислялась по формуле

$$\langle 1-T \rangle = \frac{1}{\sigma_{\text{tot}}^{(0)}} \int_{2/3}^1 (1-T) \left(\frac{d\sigma}{dT} \right) dT = \frac{4\alpha_s}{3\pi} \int_{2/3}^1 (1-T) A(T) dT \simeq \simeq 1,57 \left(\frac{2\alpha_s}{3\pi} \right). \quad (5)$$

Однако это не есть среднее значение величины $(1-T)$ в обычном смысле. Действительно, в качестве $d\sigma/dT$ в (5) берется сечение трехструйных событий (2), проинтегрированное по угловым переменным, а нормировка производится на $\sigma_{\text{tot}}^{(0)}$ — полное сечение двухструйных событий. Об этом свидетельствует и присутствие множителя α_s в конечном результате (5), хотя по своему физическому смыслу, поскольку и числитель, и знаменатель в определении среднего должны быть величинами одного порядка по константе взаимодействия, среднее значение не должно зависеть от α_s . Если предположить, что $d\sigma/dT$ в (5) есть суммарное распределение по T двух-

струйных и трёхструйных событий, но в силу множителя $(1-T)$ в числитель выражения (5) двухструйные события, для которых $T=1$, вклада не дают, то и в этом случае, во-первых, при интегрировании в указанных в (5) пределах двухструйные события не исключены полностью (что будет видно ниже), и, во-вторых, в качестве нормировочного множителя в (5) надо брать полное сечение в первом порядке по $\alpha_s - \sigma_{\text{tot}}^{(1)} = \sigma_{\text{tot}}^{(0)} (1 + \alpha_s/\pi)$.

В ряде случаев для того, чтобы делать определенные количественные предсказания, необходимо иметь критерий, с помощью которого на эксперименте двухструйные события можно отличать от трёхструйных. В качестве примера укажем на известный подход Стермана и Вайнберга [3]. На языке переменной T это можно сделать введением параметра обрезания T_0 , считая, что все события, для которых $2/3 \leq T \leq T_0$, являются трёхструйными. Будем полагать, что параметр T_0 лежит в интервале [4] $0,95 \leq T_0 \leq 0,97$.

Поскольку зависимость сечения (2) от T определяется функциями $A(T)$ и $B(T)$, для нахождения некоторых средних необходимо иметь значения следующих интегралов:

$$A(T_0) \equiv \int_{2/3}^{T_0} A(T) dT, \quad A'(T_0) \equiv \int_{2/3}^{T_0} (1-T) A(T) dT,$$

$$B(T_0) \equiv \int_{2/3}^{T_0} B(T) dT, \quad B'(T_0) \equiv \int_{2/3}^{T_0} (1-T) B(T) dT,$$

которые нетрудно вычислить:

$$A \simeq 4,324, \quad A' \simeq 0,469, \quad B \simeq 0,194, \quad B' \simeq 0,031 \quad \text{при } T_0 = 0,95, \quad (6)$$

$$A \simeq 6,802, \quad A' \simeq 0,566, \quad B \simeq 0,214, \quad B' \simeq 0,032 \quad \text{при } T_0 = 0,97.$$

Укажем на заметное различие полученных значений $2A'$ от входящего в (5) аналогичного коэффициента 1,57, что говорит о том, что в числитель определения (5) немалый вклад дают события, которые на эксперименте могут быть интерпретированы как двухструйные.

С помощью сечения (2), проинтегрированного по угловым переменным, находим

$$\langle 1-T \rangle = \frac{A'(T_0)}{A(T_0)} = \begin{cases} 0,108 & \text{при } T_0 = 0,95 \\ 0,083 & \text{при } T_0 = 0,97. \end{cases} \quad (7)$$

Для сравнения укажем, что в работе [5] на основе изучения адронных конечных состояний в e^+e^- -аннигиляции при 29 ГэВ получено значение $\langle 1-T \rangle = 0,100 \pm 0,002$.

В наиболее общем случае среднее значение величины $(1-T)$ является функцией угловых переменных, векторов поляризации и параметра T_0 :

$$\langle 1-T(z, \varphi; \xi_1, \xi_2; T_0) \rangle = \frac{f(A', B')}{f(A, B)}, \quad (8)$$

$$f(A, B) \equiv \{A(T_0) + B(T_0) + [A(T_0) - 3B(T_0)]z^2\} (1 + \xi_1^2 \xi_2^2) -$$

$$- [A(T_0) - 3B(T_0)] [(1-z^2)(\xi_1^+ \xi_2^+) - 2(\hat{T} \xi_1^+)(\hat{T} \xi_2^+)].$$

В реализуемом на практике случае, когда справедливы соотношения (4), выражение (8) преобразуется к виду

$$\langle 1 - T(\theta, \varphi; T_0) \rangle = \frac{A'(T_0) - B'(T_0) - [A'(T_0) - 3B'(T_0)] \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{A(T_0) - B(T_0) - [A(T_0) - 3B(T_0)] \sin^2 \theta \cos^2 \varphi} \quad (9)$$

Используя выписанные выше значения коэффициентов (6), можно получить количественные предсказания для этой величины. Для фиксированного угла $\theta = 90^\circ$ ($\varphi = 0$) при изменении азимутального (полярного) угла в интервале $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ ($90^\circ \geq \theta \geq 0$) среднее значение $\langle 1 - T \rangle$ меняется в пределах

$$\begin{aligned} 0,160 \geq \langle 1 - T \rangle \geq 0,106, \text{ когда } T_0 = 0,95, \\ 0,149 \geq \langle 1 - T \rangle \geq 0,081, \text{ когда } T_0 = 0,97. \end{aligned} \quad (10)$$

С уменьшением величины фиксированного угла θ (с ростом φ) верхний предел изменения $\langle 1 - T \rangle$ в (10) уменьшается. Наконец, при $\theta = 0$ ($\varphi = 90^\circ$) имеем

$$\begin{aligned} \langle 1 - T \rangle \simeq 0,106 \text{ при } T_0 = 0,95, \\ \langle 1 - T \rangle \simeq 0,081 \text{ при } T_0 = 0,97 \end{aligned}$$

независимо от значения азимутального (полярного) угла.

Вычислим среднее значение $\langle 1 - T \rangle$ с помощью сечений, проинтегрированных по одному из углов. Используя сечение, получающееся из (2) в результате интегрирования по азимутальному углу, независимо от поляризации начальных частиц приходим к величине

$$\langle 1 - T(z, T_0) \rangle = \frac{A'(T_0) + B'(T_0) + [A'(T_0) - 3B'(T_0)] z^2}{A(T_0) + B(T_0) + [A(T_0) - 3B(T_0)] z^2}, \quad (11)$$

которая в интервале $0 \leq z \leq 1$ меняется в пределах

$$\begin{aligned} 0,111 \geq \langle 1 - T \rangle \geq 0,106, \text{ когда } T_0 = 0,95, \\ 0,085 \geq \langle 1 - T \rangle \geq 0,081, \text{ когда } T_0 = 0,97. \end{aligned} \quad (12)$$

Зависимость величины $\langle 1 - T \rangle$ от азимутального угла имеет вид

$$\begin{aligned} \langle 1 - T(\varphi, T_0) \rangle = \\ = \frac{2A'(T_0)(1 + \xi_1^2 \xi_2^2) + [A'(T_0) - 3B'(T_0)] \xi_1^2 \xi_2^2 \cos(2\varphi - \varphi_1 - \varphi_2)}{2A(T_0)(1 + \xi_1^2 \xi_2^2) + [A(T_0) - 3B(T_0)] \xi_1^2 \xi_2^2 \cos(2\varphi - \varphi_1 - \varphi_2)}, \quad (13) \end{aligned}$$

где φ_1 и φ_2 — азимутальные углы векторов поляризации ξ_1 и ξ_2 . В частном случае (4), взяв для конкретности $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, получаем

$$\langle 1 - T(\varphi, T_0) \rangle = \frac{2A'(T_0) - [A'(T_0) - 3B'(T_0)] \cos 2\varphi}{2A(T_0) - [A(T_0) - 3B(T_0)] \cos 2\varphi}, \quad (14)$$

откуда в интервале $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ имеем

$$\begin{aligned} 0,115 \geq \langle 1 - T \rangle \geq 0,106 \text{ при } T_0 = 0,95, \\ 0,089 \geq \langle 1 - T \rangle \geq 0,081 \text{ при } T_0 = 0,97. \end{aligned} \quad (15)$$

Можно интересоваться средним значением угловых переменных, вхо-

дящих в сечении (2). Поскольку это сечение является четной функцией переменной z , то подынтегральное выражение в числителе величины $\langle z \rangle$ является нечетной функцией z , и, следовательно, $\langle z \rangle = 0$ ($\langle \theta \rangle = \pi/2$) для всех значений T и φ независимо от поляризации начальных частиц.

Результат не столь тривиален для величины $\langle \varphi \rangle$. Используя сечение (2), получаем

$$\langle \varphi(T, z; \xi_1, \xi_2) \rangle = \pi \left\{ 1 - \frac{1}{2\pi} \frac{\xi_1^\perp \xi_2^\perp \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{1 + \xi_1^\perp \xi_2^\perp} \times \right. \\ \left. \times \frac{[A(T) - 3B(T)](1 - z^2)}{A(T)(1 + z^2) + B(T)(1 - 3z^2)} \right\}, \quad (16)$$

т. е. среднее значение азимутального угла вылета струи с наибольшим импульсом в процессе (1) относительно произвольной плоскости может быть отлично от π , если векторы поляризации начальных частиц имеют поперечные компоненты ($\xi_1^\perp, \xi_2^\perp \neq 0$) и азимутальные углы φ_1 и φ_2 этих векторов относительно указанной плоскости таковы, что $\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \neq 0$. В этом случае $\langle \varphi \rangle$ будет проявлять зависимость от T и z . Если азимутальные углы отсчитывать от плоскости поляризации электрона, т. е. положить $\varphi_1 = 0$, то $\langle \varphi \rangle$ будет зависеть от φ_2 . Для поперечно антипараллельно поляризованных начальных частиц ($\varphi_2 = \pi$) получаем $\langle \varphi \rangle = \pi$. Наибольшее отклонение от этого значения при данном T будет возникать в случае, когда $\xi_1^\perp = \xi_2^\perp = 1$, $z = 0$ и $\varphi_2 = \pm \pi/2$. Так, например, при $T = 0,9$ имеем

$$0,861 \pi \lesssim \langle \varphi \rangle \lesssim 1,139 \pi, \quad (17)$$

т. е. при определенных условиях азимутальная асимметрия может стать заметной.

Перейдем теперь к вычислению средних, связанных с поперечным относительно оси T импульсом каждой из двух остальных струй в реакции (1). Воспользуемся сечением [6] интересующего нас процесса в переменных T и x_\perp :

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}^{(0)}} \frac{d^2\sigma}{dT dx_\perp} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} F(T, x_\perp), \quad (18)$$

$$F(T, x_\perp) = \frac{T x_\perp}{(1-T)y} \left[\frac{T^2 + x_+^2}{(1-T)(1-x_+)} + \frac{T^2 + x_-^2}{(1-T)(1-x_-)} + \right. \\ \left. + \frac{x_+^2 + x_-^2}{(1-x_+)(1-x_-)} \right],$$

где

$$x_+ = 1 - \frac{T}{2}(1-y), \quad x_- = 1 - \frac{T}{2}(1+y), \quad y = \left(1 - \frac{x_\perp^2}{1-T}\right)^{1/2}.$$

При фиксированном значении T вычислим несколько первых моментов x_\perp :

$$F_0(T) \equiv \int_{x_\perp^{(1)}}^{x_\perp^{(2)}} F(T, x_\perp) dx_\perp = 2A(T),$$

$$F_1(T) \equiv \int_{x_{\perp}^{(1)}}^{x_{\perp}^{(2)}} x_{\perp} F(T, x_{\perp}) dx_{\perp} = \frac{1}{T} \left\{ -3(3T-2)(2-T)\sqrt{2T-1} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\sqrt{1-T}} [3T^2(6+T) - 8(3T-2)] \arcsin \frac{3T-2}{T} \right\}, \quad (19)$$

$$F_2(T) \equiv \int_{x_{\perp}^{(1)}}^{x_{\perp}^{(2)}} x_{\perp}^2 F(T, x_{\perp}) dx_{\perp} = \frac{2(3T-2)}{T^2} (8 - 20T + 18T^2 - 3T^3),$$

где функция $A(T)$ имеет вид (3), $x_{\perp}^{(1)} \equiv 2(1-T)\sqrt{2T-1}/T$, $x_{\perp}^{(2)} \equiv \sqrt{1-T}$.

В результате для интересующих нас средних получаем выражения

$$\langle x_{\perp}(T) \rangle = \frac{F_1(T)}{F_0(T)} = \frac{1}{2TA(T)} \left\{ -3(3T-2)(2-T)\sqrt{2T-1} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\sqrt{1-T}} [3T^2(6+T) - 8(3T-2)] \arcsin \frac{3T-2}{T} \right\}, \quad (20)$$

$$\langle x_{\perp}^2(T) \rangle = \frac{F_2(T)}{F_0(T)} = \frac{3T-2}{T^2 A(T)} (8 - 20T + 18T^2 - 3T^3);$$

последнее выражение есть результат работы [2].

В таблице для некоторых фиксированных T приведены вычисленные значения этих средних. Отметим, что они сильно коррелированы с величиной T .

Таблица

T	0,67	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,97
$\langle x_{\perp}(T) \rangle$	0,574	0,546	0,490	0,425	0,351	0,267	0,166	0,117
$\langle x_{\perp}^2(T) \rangle$	0,330	0,298	0,240	0,181	0,125	0,073	0,029	0,015

Если интересоваться соответствующими средними вне зависимости от величины T , то будем иметь

$$\langle x_{\perp} \rangle = \frac{\int F_1(T) dT}{\int F_0(T) dT}, \quad \langle x_{\perp}^2 \rangle = \frac{\int F_2(T) dT}{\int F_0(T) dT}. \quad (21)$$

С целью учета только трехструйных событий интегрирование по T необходимо выполнить в пределах от $2/3$ до T_0 , так что ответ будет зависеть от выбора T_0 . Приведем результаты расчета для двух рассмотренных выше значений T_0 :

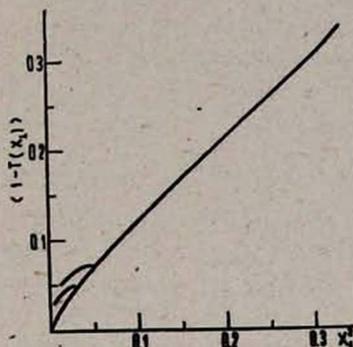
$$\langle x_{\perp} \rangle \approx 0,274, \langle x_{\perp}^2 \rangle \approx 0,085 \quad \text{при } T_0 = 0,95, \quad (22)$$

$$\langle x_{\perp} \rangle \approx 0,225, \langle x_{\perp}^2 \rangle \approx 0,062 \quad \text{при } T_0 = 0,97.$$

Перейдем, наконец, к вычислению среднего значения величины $(1-T)$ как функции от x_{\perp} :

$$\langle 1 - T(x_{\perp}) \rangle = \frac{\int (1 - T) F(T, x_{\perp}) dT}{\int F(T, x_{\perp}) dT}, \quad (23)$$

где интегрирование проводится при фиксированном x_{\perp} от T_{\min} , являющегося корнем уравнения $T^2 x_{\perp}^2 = 4(1 - T)^2(2T - 1)$, до $T_{\max} = 1 - x_{\perp}^2$, если не делать обрезания по T . График зависимости $\langle 1 - T(x_{\perp}) \rangle$ от x_{\perp}^2 для этого случая, в значительной своей части представляющий собой прямую линию, приведен на рисунке.



Если вводить параметр обрезания T_0 , то для значений $2(1 - T_0) \times (2T_0 - 1)^{1/2} / T_0 \leq x_{\perp} \leq (1 - T_0)^{1/2}$ интегрирование в (23) необходимо проводить от T_{\min} до T_0 , а для значений $(1 - T_0)^{1/2} \leq x_{\perp} \leq 1/\sqrt{3} - T_{\min}$ до T_{\max} . При $T_0 = 0,95$ отличие от случая, когда нет обрезания, начинается со значения $x_{\perp}^2 = 0,05$ (на рисунке — верхнее ответвление), а при $T_0 = 0,97$ — со значения $x_{\perp}^2 = 0,03$ (нижнее ответвление).

ЛИТЕРАТУРА

1. Шахназарян Ю. Г. ЯФ, 36, 1523 (1982).
2. De Rujula A. et al. Nucl. Phys., B138, 387 (1978).
3. Stermann G., Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 39, 1436 (1977).
4. Шахназарян Ю. Г. Изв. АН АрмССР, Физика, 20, 3 (1985).
5. Bender D. et al. Phys. Rev., D31, 1 (1985).
6. Шахназарян Ю. Г. Изв. АН АрмССР, Физика, 20, 183 (1985).

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ եռաֆոնոնեզ Պրոցեսները բնորոշող Մեջլենների ՀԱՇՎԱՐԿԸ

ՑՈՒ. Գ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՅԱՆ

Քվանտային ջրոմոդիկամիկայի առաջին մոտավորությունը հաշված են $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ եռաֆոնոնեզ պրոցեսը բնորոշող որոշ միջինները: Ստացված է $(1-T)$ մեծության միջին արժեքի

կախվածությունը սկզբնական մասնիկների բևեռացումներից, T վեկտորի անկյունային փոփոխականներից, ինչպես նաև T_0 խզման պարամետրից: Ցույց է արված, որ որոշակի կինեմատիկական պայմաններում ազիմուտալ անկյան միջին արժեքը զգալիորեն կարող է տարբերվել π -ից: Գտնված են լայնակի իմպուլսի $\langle x_{\perp} \rangle$ և $\langle x_{\perp}^2 \rangle$ միջին արժեքները, նրանց կախվածությունը T փոփոխականից, ինչպես նաև $\langle 1-T \rangle$ մեծության կախվածությունը լայնակի իմպուլսից:

CALCULATION OF SOME AVERAGES FOR THREE-JET EVENTS IN e^+e^- -ANNIHILATION

YU. G. SHAKHNAZARYAN

In the first order of QCD some averages were calculated for the three-jet process of e^+e^- -annihilation. The dependence of average value of $(1-T)$ on the polarization of primaries, angular variables characterizing the T vector as well as on the cut parameter T_0 introduced for the separation of three-jet events from the two-jet ones has been obtained. It was shown that in definite kinematical configuration the average value of azimuthal angle could significantly differ from π . The average values of transverse momentum ($\langle x_{\perp} \rangle$ and $\langle x_{\perp}^2 \rangle$) were calculated and their T dependence as well as the dependence of $\langle 1-T \rangle$ on the transverse momentum were determined.