Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 21, вып. 4, 176—183 (1986)

УДК 519.2;530.1

О ПРОБЛЕМЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ АНСАМБЛЕЙ ДЛЯ БОЗЕ-СИСТЕМ (ИДЕАЛЬНЫЙ БОЗЕ-ГАЗ)

В. А. ЗАГРЕБНОВ

Лаборатория теоретической физики ОИЯИ

Вл. В. ПАПОЯН

Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР

(Поступила в редакцию 20 июня 1985 г.)

Проблема эквивалентности канонического и большого канонического ансамблей для идеального бозе-газа рассматривается для общего класса регулярных граничных условий (непритягивающие стенки). Показано, что имеет место слабая (термодинамическая) эквивалентность ансамблей, а сильная (статистическая) эквивалентность нарушается при появлении бозе-конденсации. В частности, флуктуации плотности числа частиц в основном состоянии в каноническом и большом каноническом ансамблях для идеального бозе-газа различны в области, соответствующей появлению бозе-конденсата.

1. Введение

В недавней работе [1] обсуждалась проблема эквивалентности ансамблей для идеального бозе-газа. В ней были введены понятия слабой (термодинамической) и сильной (статистической) эквивалентности канонического ансамбля (КА) и большого канонического ансамбля (БКА). Было показано, что последняя для идеального бозе-газа нарушается из-за аномальных флуктуаций плотности числа частиц (равных флуктуации плотности числа частиц в основном состоянии) в БКА ниже точки фазового перехода, который связан с появлением бозе-конденсации, т. е. макроскопического заполнения основного состояния.

Для исследования проблемы эквивалентности ансамблей в работе [1] были использованы два метода. Первый — это обобщенный авторами для исследования статистической эквивалентности ансамблей подход Н. Н. Боголюбова [2], который впервые обратил внимание на проблему эквивалентности КА и БКА[1]. Второй — это метод характеристической функции, впервые использованный для исследования идеального бозе-газа Кацем (см. [5]) и являющийся, в определенном смысле, более общим, чем первый метод.

Цель работы (работа состоит из двух частей) — продемонстрировать причины возникновения неэквивалентности ансамблей для бозе-систем, а

[1] В появившихся через несколько лет работах [3, 4] метод Н. Н. Боголюбова был переоткрыт и в некоторых пунктах уточнен; дискуссия о трудностях этого подхода содержится в обзоре [5].

именно, установить, является ли неэквивалентность следствием фазового перехода (бозе-конденсации) или аномальных флуктуаций плотности числа частиц. Первая часть (настоящая работа) посвящена идеальному бозе-газу. Ее цель — продемонстрировать, что проблема эквивалентности ансамблей нетривиальна уже в этом случае, и изложить технические результаты, необходимые для исследования неидеальных бозе-систем.

Напомним основное определение, которое является отправной точкой дальнейшего исследования.

Определение 1.1 [1]. Пусть

а) термодинамические пределы для плотности свободной энергии $f(\beta, \rho)$ в КА и давления $p(\beta, \mu)$ в БКА существуют и связаны преобразованием Лежандра:

$$
\begin{aligned}
p(\beta, \mu) &= \sup_{\rho} (\rho\mu - f(\beta, \rho)),\\
f(\beta, \rho) &= \sup_{\mu} (\rho\mu - p(\beta, \mu));
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

б) для соответствующих значений химического потенциала μ и плотности ρ, которые определяются из (1.1), т. е. $\rho = \bar{\rho}(\mu)$ или $\mu = \bar{\mu}(\bar{\rho})$, предельные состояния в обоих ансамблях совпадают:

$$
\begin{aligned}
\langle - \rangle_{КА} (\beta, \bar{\rho}(\mu)) &= \langle - \rangle_{БКА} (\beta, \mu),\\
\langle - \rangle_{КА} (\beta, \rho) &= \langle - \rangle_{БКА} (\beta, \bar{\mu}(\rho)).
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

Тогда КА и БКА термодинамически (слабо) эквивалентны, если выполняется условие *а*, и статистически (сильно) эквивалентны, если выполняются условия *а* и *б*.

Замечание 1.1. Естественно, что проверка условия *а* много проще, чем условия *б*. Поэтому иногда ограничиваются только проверкой соотношений (1.1) и их выполнение называют эквивалентностью ансамблей [6].

Замечание 1.2. Может сложиться впечатление, что требование (свойство) термодинамической эквивалентности *а* настолько слабо, что выполняется для всех содержательных, с точки зрения физики, моделей. То, что это не так, было замечено в [7], а работа [8] посвящена анализу причин нарушения термодинамической (слабой) эквивалентности ансамблей для магнитных систем.

2. Идеальный бозе-газ. Бозе-конденсация

Пусть $\Lambda \subset \mathbb{R}^{\nu}$ — компактная односвязная область ν-мерного пространства с конечным объемом (мерой) $|\Lambda| = V$ и гладкой границей (сосуд Λ) $\partial\Lambda$. Тогда пространство одночастичных состояний $H_{\Lambda} = L^2(\Lambda)$, а одночастичный гамильтониан $T^{(1)}_{\Lambda,\sigma}$ является самосопряженным расширением оператора кинетической энергии

$$
K_{\Lambda} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta, \quad D(K_{\Lambda}) = C_0^{\infty}(\Lambda)
\tag{2.1}
$$

(m — масса частиц, Δ — оператор Лапласа), которое задается граничными условиями

$$\frac{\partial}{\partial n(x)}\psi(x)+\sigma(x)=0,\ x\in\partial\Lambda,$$
$$\sigma(x)\geqslant 0,\ \psi\in D(T^{(1)}_{\Lambda,\sigma}). \tag{2.2}$$

Здесь $\partial/\partial n(x)$ — производная вдоль внешней нормали к поверхности $\partial\Lambda$, а $\sigma(x)$ — гладкая функция на этой поверхности. Известно, что спектр оператора $T^{(1)}_{\Lambda,\sigma}$ является тогда чисто дискретным и состоит из неотрицательных собственных значений $\{\varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda)\}_{l=0}^{\infty}$, которые мы считаем упорядоченными:

$$0\leqslant\varepsilon_0^{(\sigma)}(\Lambda)\leqslant\varepsilon_1^{(\sigma)}(\Lambda)\leqslant\cdots.$$

Как обычно, через $\Omega_\Lambda^{(N)}=\left(\bigotimes_{j=1}^{N}H_\Lambda\right)_{\rm sym}$ мы будем обозначать пространство симметричных N-частичных волновых функций, соответствующих состояниям N бозонов в сосуде Λ. Гамильтониан идеального бозе-газа в этом N-частичном секторе имеет вид

$$T^{(N)}_{\Lambda,\sigma}=\sum_{j=1}^{N}(1\otimes 1\otimes\cdots\otimes T^{(j)}_{\Lambda,\sigma}\otimes\cdots 1),$$
$$T^{(j)}_{\Lambda,\sigma}=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{\alpha=1}^{\nu}\frac{\partial^2}{\partial x^2_{j,\alpha}}\right)_\sigma. \tag{2.3}$$

Соответствующее фоковское пространство имеет вид $F(H_\Lambda)=\bigotimes_{N=0}^{\infty}\Omega_\Lambda^{(N)}$, а гамильтониан идеального бозе-газа, действующий на плотной области определения $D(T_{\Lambda,\sigma})$ в этом пространстве, мы будем обозначать через $T_{\Lambda,\sigma}$.

Напомним, что статистическая сумма для идеального бозе-газа при фиксированном числе частиц N в сосуде Λ и температуре β^{-1} (т. е. в КА) имеет вид

$$Z_\Lambda^{(\sigma)}(\beta,N)=\mathrm{Tr}_{\Omega_\Lambda^{(N)}}\exp\left(-\beta T^{(N)}_{\Lambda,\sigma}\right)=\sum_{\{n_l:\sum\limits_{l\geqslant 0}n_l=N\}}\exp\left(-\beta\sum_{l\geqslant 0}\varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda)\,n_l\right), \tag{2.4}$$

где суммирование проводится по числам заполнения $n_l=0,1,2,\cdots$ для каждого из одночастичных уровней $\varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda)$. Соответствующая статистическая сумма в БКА для температуры β^{-1} и при фиксированном химическом потенциале $\mu<\varepsilon_0^{(\sigma)}(\Lambda)$ вычисляется явно:

$$\Xi_\Lambda^{(\sigma)}(\beta,\mu)=\mathrm{Tr}_{F(H_\Lambda)}\exp\left(-\beta T_{\Lambda,\sigma}\right)=\sum_{N=0}^{\infty}e^{\beta\mu N}Z_\Lambda^{(\sigma)}(\beta,N)=$$
$$=\prod_{l=0}^{\infty}\{1-\exp\left(-\beta\left[\varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda)-\mu\right]\right)\}^{-1}. \tag{2.5}$$

Отвечающие этим ансамблям плотности термодинамических потенциалов (плотность свободной энергии и давление) имеют вид

$$f_\Lambda^{(\sigma)}\left(\beta, \frac{N}{V}\right) = -\frac{1}{\beta V} \ln Z_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, N),$$

$$p_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \mu) = -\frac{1}{\beta V} \sum_{l=0}^{\infty} \ln \{1 - e^{-\beta(\varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda) - \mu)}\}^{-1}. \tag{2.6}$$

Поскольку нас будут интересовать свойства бозе-систем в термодинамическом пределе (t-lim), когда $\Lambda \nearrow \mathbb{R}^\nu$ и $N \to \infty$ так, что $N/V \to \rho$ (ρ — плотность числа частиц в системе), то удобно ввести функцию

$$N_\Lambda^{(\sigma)}(\varepsilon) = \frac{1}{V} \sum_{\{l: \varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda) < \varepsilon\}} 1 . \tag{2.7}$$

Действительно, с ее помощью давление (2.6) можно представить в виде

$$p_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \mu) = -\frac{1}{\beta} \int_0^\infty d\,N_\Lambda^{(\sigma)}(\varepsilon) \ln (1 - e^{-\beta(\varepsilon - \mu)}), \tag{2.8}$$

и вопрос о существовании t-lim для давления в БКА сводится к проблеме существования (слабого) предела [9] для мер $\{dN_\Lambda^{(\sigma)}(\varepsilon)\}_{\Lambda \subset \mathbb{R}^\nu}$.

Теорема 2.1.[1] *Предел $dN(\varepsilon)$ для мер $\{dN_\Lambda^{(\sigma)}(\varepsilon)\}_{\Lambda \subset \mathbb{R}^\nu}$ существует, не зависит от граничных условий (2.2) и имеет вид*

$$d\,N(\varepsilon) = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m}\right)^{\nu/2} \frac{\varepsilon^{\nu/2-1}}{\Gamma(\nu/2)}\, d\varepsilon. \tag{2.9}$$

Следствие 2.1. Из (2.9) следует, что t-lim для давления идеального бозе-газа $p_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \mu)$ при $\mu < 0$ существует, не зависит от граничных условий (2.2) и имеет вид

$$p(\beta, \mu) = -\frac{1}{\beta} \int_0^\infty d\,N(\varepsilon) \ln \{1 - e^{-\beta(\varepsilon - \mu)}\}. \tag{2.10}$$

С учетом того, что t-lim $\varepsilon_0^{(\sigma)}(\Lambda) = 0$, выражение (2.10 может быть продолжено (в силу непрерывности) для $\nu \geqslant 3$ в точку $\mu = 0$.

Следствие 2.2. Аналогичным образом для средней плотности числа частиц в БКА $\rho_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \mu) = \left\langle \frac{N}{V} \right\rangle_{\Lambda,\sigma}(\beta, \mu)$, которая в конечном сосуде Λ имеет вид

$$\rho_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \mu) = \partial_\mu p_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \mu) = \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{\infty} \{e^{\beta(\varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda) - \mu)} - 1\}^{-1},$$

$$\langle n_l \rangle_\Lambda(\beta, \mu) = \{e^{\beta(\varepsilon_l^{(\sigma)}(\Lambda) - \mu)} - 1\}^{-1}, \tag{2.11}$$

в пределе t-lim при $\mu < 0$ получаем выражение

---

[1] Подробное доказательство этой теоремы содержится в работе [10].

$$\bar{\rho}(\beta, \mu) = \int_0^\infty dN(\varepsilon)\{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1\}^{-1}. \tag{2.12}$$

Так же, как и выше, для $\nu \geqslant 3$ это выражение может быть продолжено в точку $\mu = 0$, причем интеграл в правой части (2.12) достигает в этой точке своего максимума:

$$\rho_c(\beta) \equiv \bar{\rho}(\beta, \mu = 0). \tag{2.13}$$

Следствие 2.3. Для $\nu \geqslant 3$ из (2.13) и явного вида (2.11) функции $\rho_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \mu)$ следует, что для $\rho \geqslant \rho_c(\beta)$ существует такая последовательность $\{\bar{\mu}_\Lambda(\rho)\}_{\Lambda \subset \mathbb{R}^\nu}$, что

а) $\rho_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \bar{\mu}_\Lambda(\rho)) = \rho$,

б) $t\text{-}\lim \bar{\mu}_\Lambda(\rho) = 0,\ \bar{\mu}_\Lambda(\rho)|_{V\to\infty} \simeq \varepsilon_0^{(\sigma)}(\Lambda) - \dfrac{1}{\beta V}(\rho - \rho_c(\beta))^{-1} + 0\left(\dfrac{1}{V}\right),$

(2.14)

в) $\rho_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \bar{\mu}_\Lambda(\rho_c)) = \rho_c(\beta),\ \bar{\mu}_\Lambda(\rho_c)|_{V\to\infty} \simeq \varepsilon_0^{(\sigma)}(\Lambda) - aV^{-\gamma},\ a > 0,\ 0 < \gamma < 1.$

Это означает, что в выражении для суммы средних плотностей числа частиц на каждом одночастичном уровне (при заданной полной плотности числа частиц $\rho > \rho_c(\beta)$)

$$\rho = \rho_\Lambda^{(\sigma)}(\beta, \bar{\mu}_\Lambda(\rho)) = \frac{1}{V}\,\frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_0^\sigma(\Lambda) - \bar{\mu}_\Lambda)} - 1} + \frac{1}{V}\sum_{l \geqslant 1} < n_l >_\Lambda (\beta, \bar{\mu}_\Lambda); \tag{2.15}$$

первый член в правой части (плотность числа частиц в основном состоянии) в t-lim отличен от нуля и равен $\rho_0(\beta)$, а второй член, в силу следствия 2.2, сходится к $\rho_c(\beta)$, т. е.

$$\rho_0(\beta) = \rho - \rho_c(\beta). \tag{2.16}$$

3. Проблема эквивалентности ансамблей

Теорема 3.1 [2]. Для идеального бозе-газа КА и БКА слабо (термодинамически) эквивалентны, причем средние числа заполнения в обоих ансамблях, при соответствующих плотностях и химических потенциалах в t-lim, совпадают для $\varepsilon > 0$ (либо $\mu < 0$), а в основном состоянии совпадают средние плотности числа частиц:

$$\begin{gathered} < n_\varepsilon > (\beta, \rho) = < n_\varepsilon > (\beta, \bar{\mu}(\rho)), \\ t\text{-}\lim \frac{1}{V} < n_{l=0} >_\Lambda (\beta, \rho) = t\text{-}\lim \frac{1}{V} < n_{l=0} >_\Lambda (\beta, \bar{\mu}_\Lambda(\rho)) = \rho_0(\beta, \rho). \end{gathered} \tag{3.1}$$

Здесь сходящаяся последовательность $\{\bar{\mu}_\Lambda(\rho)\}$ определяется из уравнения (2.15), причем $\bar{\mu}(\rho < \rho_c) < 0$ и $\bar{\mu}(\rho_c \leqslant \rho) = 0$.

Замечание 3.1. Отметим теперь, что исключение из граничных условий (2.2) случая $\sigma(x) < 0,\ x \in \partial\Lambda$ («притягивающие» стенки) существенно.

Особенности поведения идеального бозе-газа в этом случае рассматривались в работах [12, 13]. Они определяются тем, что теперь в t-lim в одночастичном спектре остается связанное состояние, отделенное щелью от неотрицательного непрерывного спектра. Такая структура спектра приводит к тому, что термодинамическое поведение идеального бозе-газа при $\sigma(x) < 0$ отличается от случая $\sigma(x) \geqslant 0$: для размерностей $\nu = 1, 2$ возможна бозе-конденсация, а для $\nu \geqslant 3$ характер бозе-конденсации отличается от той, которая имеет место в случае «отталкивающих» стенок. Поэтому в настоящей работе мы ограничимся только случаем граничных условий $\sigma(x) \geqslant 0$, $x \in \partial\Lambda$, а стремление $\Lambda \nearrow \mathbb{R}^\nu$ будем понимать в смысле Фишера [14], например, как изотропное расширение произвольного сосуда $\Lambda \subset \mathbb{R}^\nu$. Это избавит от необходимости оговорок по поводу неизотропного роста Λ, который может привести к явлению обобщенной бозе-конденсации (см. [11]).

Из определений КА и БКА следует, что средние в этих ансамблях связаны соотношением

$$\langle - \rangle_\Lambda (\beta, \mu) = \sum_{N=0}^{\infty} p_{\beta,\mu}^{(\Lambda)} \left(\frac{N}{V}\right) \langle - \rangle_\Lambda \left(\beta, \frac{N}{V}\right),$$

$$F_{\beta,\mu}^{(\Lambda)}(x) = \sum_{0 < N/V < x} p_{\beta,\mu}^{(\Lambda)}(N/V). \tag{3.3}$$

Здесь $F_{\beta,\mu}^{(\Lambda)}$ — функция распределения случайной (в БКА) величины — плотности числа частиц в конечном сосуде Λ:

$$F_{\beta,\mu}^{(\Lambda)}(x) = Pr_{\beta,\mu}^{(\Lambda)}\left(\frac{N}{V} < x\right) = \sum_{0 < \frac{N}{V} < x} \frac{e^{\beta\mu N} Z_\Lambda(\beta, \mu)}{\Xi_\Lambda(\beta, \mu)}. \tag{3.4}$$

Таким образом, вопрос о сильной эквивалентности КА и БКА сводится к тому, какой вид имеет вероятностное распределение (3.4) в термодинамическом пределе.

Т е о р е м а 3.2 [1, 5][1]. Распределение $\{F_{\beta,\mu}^{(\Lambda)}\}_{\Lambda \subset \mathbb{R}^\nu}$ сходится (в слабом смысле) к предельному распределению $F_{\beta,\mu}$, плотность которого имеет вид

$$\frac{dF_{\beta,\mu}(x)}{dx} = \delta(x - \bar\rho(\beta, \mu)), \quad \nu = 1, 2, \tag{3.5а}$$

$$\frac{dF_{\beta,\mu}(x)}{dx} = \begin{cases} \delta(x - \bar\rho(\beta, \mu)), \ \mu \leqslant 0 \ (\bar\rho(\beta, \mu) \leqslant \rho_c) \\ \dfrac{\theta(x - \rho_c)}{\rho - \rho_c} \exp\left\{-\dfrac{x - \rho_c}{\rho - \rho_c}\right\}, \ \mu = 0 \ (\rho > \rho_c). \end{cases} \quad \nu \geqslant 3 \tag{3.5б}$$

С л е д с т в и е 3.1. КА и БКА для идеального бозе-газа ($\nu \geqslant 3$) не являются сильно (статистически) эквивалентными: в точке $\mu = 0$ имеется бесконечное множество предельных состояний БКА, которые дополнительно индексируются плотностью $\rho \geqslant \rho_c$, причем для $\rho > \rho_c$

---

[1] Доказательство этой теоремы приведено в работе [10].

$$\langle - \rangle_{\text{БКА}}(\beta, \mu = 0 | \rho) \neq \langle - \rangle_{\text{КА}}(\beta, \rho). \tag{3.6}$$

4. Заключительные замечания

Если условия, необходимые для перехода от КА к БКА, хорошо известны (см. [17]), то примеры, рассмотренные в работах [7, 8], показывают, что существуют модели, для которых

$$p(\beta, \mu) = \sup_{\rho} (\rho\mu - f(\beta, \rho)), \tag{4.1а}$$

но в то же время

$$f(\beta, \rho) \neq \sup_{\mu} (\rho\mu - p(\beta, \mu)) = \tilde{f}(\beta, \rho). \tag{4.1б}$$

Поэтому доказательство слабой (термодинамической) эквивалентности КА и БКА требует специальных аргументов[1]. Заметим, что заодно доказывается и существование термодинамического предела в КА — обычно существование термодинамического предела в БКА извлекается из его существования в КА (см. [14]); для идеального бозе-газа стратегия обратная.

Замечание о возможности различной степени эквивалентности ансамблей обсуждается в книге [14]. Там же указывается на связь этой проблемы с центральными предельными теоремами для числа частиц в БКА [15, 16]. Здесь мы отметим только, что нарушение сильной (статистической) эквивалентности ансамблей для идеального бозе-газа ($\nu \geqslant 3$) связано с особенностями флуктуаций плотности числа частиц в КА и БКА (см. теорему 3.2 и [1]):

$$t\text{-}\lim D^{(\Lambda)}_{\beta,\mu}\left(\frac{N}{V}\right) = t\text{-}\lim D^{(\Lambda)}_{\beta,\mu}\left(\frac{n_c}{V}\right) = \begin{cases} 0, & \mu < 0 \\ \rho_0^2, & \mu = 0, \ \rho > \rho_c, \end{cases}$$
$$t\text{-}\lim D^{(\Lambda)}_{\beta,\rho}\left(\frac{n_c}{V}\right) = 0. \tag{4.2}$$

Здесь $D^{(\Lambda)}_{\beta,\mu}$ и $D^{(\Lambda)}_{\beta,\rho}$ — соответственно дисперсии в БКА и КА.

Из (4.2) следует (неравенство Чебышева), что в БКА для $\mu = 0$ нарушается закон больших чисел как для полной плотности числа частиц, так и для плотности бозе-конденсата. Как впервые отметили Березин, Синай [18] и Добрушин [22], это нарушение может служить критерием для проверки существования в системе фазового перехода первого рода (плоский участок на p—ρ диаграмме, см. также [20]). Поэтому бозе-конденсация в идеальном газе классифицируется как фазовый переход первого рода [5, 17], хотя некоторые авторы, основываясь на температурном поведении удельной теплоемкости, относят ее к фазовому переходу третьего рода (см., например, [21, 22]).

---

[1] Заметим, например, что в таком известном курсе статистической механики, как [17], при исследовании идеального бозе-газа в КА подразумевается, что слабая эквивалентность ансамблей доказана (см. [17], гл. 12, § 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Загребнов В. А., Папоян Вл. В.* Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики, ОИЯИ, Д17-84-850, Дубна, 1984, с. 301.
2. *Боголюбов Н. Н.* Лекции по квантовой статистике. Избранные труды, т. 2, Изд. Наукова думка, Киев, 1970.
3. *Dingle R. B.* Adv. in Phys., 1, 117 (1952).
4. *Fraser A. R.* Phil. Mag., 42, 156, 165 (1951).
5. *Ziff R. M., Uhlenbeck G. E., Kac M.* Phys. Rep., 32C, 169 (1977).
6. *Griffits R. B.* In: „Phase Transition and Critical Phenomena", v. 1, eds Domb C. & Green M. S., Academic Press, New York, 1972.
7. *Katsura S.* Progr. Theor. Phys., 13, 571 (1955).
8. *Angelescu N., Nenciu G., Tonchev N. S.* Preprint JINR, E17—82—798, Dubna, 1982.
9. *Ширяев А. Н.* Вероятность. Изд. Наука, М., 1980.
10. *Загребнов В. А., Папоян Вл. В.* Препринт ОИЯИ, Р17-85-403, Дубна, 1985.
11. *De Smedt Ph.* Thermodynamical and Dynamical Properties of Bose Systems. Ph. D Thesis, Katholicke Universiteit Leuven, 1983.
12. *Robinson D. W.* Commun. Math. Phys., 50, 53 (1976).
13. *Landau L. J., Wilde I. F.* Commun. Math. Phys., 70, 43 (1979).
14. *Рюэль Д.* Статистическая механика. Строгие результаты. Изд. Мир, М., 1971.
15. *Халфина А. М.* Матем. сборник, 80, 3 (1969).
16. *Минлос Р. А., Халфина А. М.* Изв. АН СССР, сер. матем., 34, 1173 (1970).
17. *Хуанг К.* Статистическая механика. Изд. Мир, М., 1966.
18. *Березин Ф. А., Синай Я. Г.* Труды Моск. матем. общества, 17, 197 (1967).
19. *Dobrushin R. L.* Proc. Fifth. Berkeley Symp. Math. Stat. and Prob., 1967, p. 73.
20. *Минлос Р. А., Синай Я. Г.* Труды Моск. матем. общества, 19, 113 (1968).
21. *Толмачев В. В.* Теория бозе-газа. Изд. МГУ, М., 1969.
22. *Исихара А.* Статистическая физика. Изд. Мир, М., 1973.

ԱՆՍԱՄԲԼՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔՈՒԹՅԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄԸ ԲՈԶԵ-ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ (ԻԴԵԱԼԱԿԱՆ ԲՈԶԵ-ԳԱԶ)

Վ. Ա. ԶԱԳՐԵԲՆՈՎ, Վլ. Վ. ՊԱՊՈՅԱՆ

Իդեալական բոզե-գազի համար դիտարկված է կանոնական և մեծ կանոնական անսամբլների համարժեքության պրոբլեմը այն դեպքում, երբ եզրային պայմանները ընդհանուր դասի ռեգուլյար պայմաններ են (չձգող պատեր)։ Ցույց է տրված, որ տեղի ունի անսամբլների թույլ (թերմոդինամիկական) համարժեքություն, իսկ ուժեղ (վիճակագրական) համարժեքությունը խախտվում է բոզե-կոնդենսացիայի առաջացման պատճառով։ Մասնավորապես՝ իդեալական բոզե-գազի դեպքում կանոնական և մեծ կանոնական անսամբլների համար մասնիկների թվի խտության ֆլուկտուացիաները հիմնական վիճակում տարբեր են բոզե-կոնդենսատին համապատասխանող տիրույթում։

ON THE EQUIVALENCE OF ENSEMBLES FOR BOSE SYSTEMS (IDEAL BOSE GAS)

V. A. ZAGREBNOV, VL. V. PAPOYAN

The problem of equivalence of canonical and grand canonical ensembles for ideal Bose gas is considered for a general class of regular (nonattractive walls) boundary conditions. It was shown that a weak (thermodynamical) equivalence of ensembles took place and a strong (statistical) equivalence was violated at the appearance of Bose condensate. In particular, the fluctuations of the particle number in the ground state for the ideal Bose gas calculated in canonical and grand canonical ensembles differ in the region corresponding to the appearance of Bose condensate.