

УДК 539.186.097

## О КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА АТОМОМ

Т. К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 15 января 1985 г.)

Предложен метод, позволяющий описать в рамках квантовой теории стационарный режим рассеяния света атомом. В качестве фотодетектора выбрана двухуровневая система. Приведены результаты для случая рассеяния монохроматической волны произвольной интенсивности трехуровневым атомом.

В обзоре по квантовой теории, опубликованном в 1926 г. (см., напр., [1]), Паули писал, что «широкий класс оптических явлений (отражение, дисперсия, интерференция, дифракция), которые привели к созданию волновой теории, еще не нашли естественного места в современной квантовой теории, оперирующей с такими понятиями, как стационарное состояние и процесс перехода». Это утверждение сохранило силу и в наше время, несмотря на то, что имевшиеся в виду логические трудности старой квантовой теории были давно устранены созданием квантовой электродинамики.

В классической оптике изучение упомянутых явлений начинают, как правило, с исследования стационарной картины, т. е. случая, когда наши сведения о происходящем процессе не меняются со временем. Вместе с тем в квантовой электродинамике, представляющей в настоящее время единственную основу для полного и непротиворечивого описания оптических явлений, известно немного задач [2, 3], допускающих переход к стационарному или, говоря другими словами, устанавливающемуся в пределе больших времен режиму.

Прежде чем перейти к обсуждению трудностей, возникающих в квантовой теории поля при нахождении стационарной картины рассеяния фотонов, отметим, что отсутствие у фотонов величины, имеющей смысл амплитуды вероятности обнаружения его в некоторой точке пространства [4], делает невозможным решение этой задачи по аналогии с решением соответствующей задачи для электронов, т. е. исследованием стационарных решений уравнения Шредингера. По этой причине общая постановка задачи в квантовой электродинамике, восходящая к Дираку [5], основана на исследовании статистического оператора системы методами временной теории возмущений. Напомним основные формулы теории.

Для вероятности обнаружения в одном из конечных состояний  $f$  системы, исходящей из некоторого начального состояния  $i$ , имеет место выражение

$$W = \sum_f |V_{if}|^2 \frac{\sin^2(\omega_{if} \cdot t/2)}{(\omega_{if}/2)^2}, \quad (1)$$

где  $V_{if}$  — матричные элементы, а  $\omega_{if}$  — частоты перехода. В пределе больших времен эта величина растет линейно со временем и может быть записана в виде

$$W = \omega t, \quad (2)$$

где

$$\omega = 2\pi \sum_f |V_{if}|^2 \delta(\omega_{if}) \quad (3)$$

есть формула для вероятности перехода в единицу времени. Поскольку вероятность процесса  $W$  не может быть больше единицы, из (2) следует, что выражение (3) при  $\omega t > 1$  теряет смысл. Другими словами, занимающая центральное место в квантовой электродинамике формула (3) описывает лишь начальную стадию процесса, т. е. справедлива для времен  $t < 1/\omega$  (точнее  $t \ll 1/\omega$ ). То же самое можно сказать об основном соотношении квантовой теории рассеяния света атомом — дисперсионной формуле Крамерса—Гайзенберга, поскольку последняя выводится из (3). То, что она не может быть использована для описания стационарной картины рассеяния, видно еще из того, что она зависит от начального состояния системы, чего не может быть в режиме установившегося процесса.

Теперь очевидны причины трудностей, возникающих при рассмотрении эволюции системы для времен  $t > 1/\omega$ , когда устанавливается стационарный режим. Ряд теории возмущений для статистического оператора системы содержит в качестве параметра разложения время, а улучшение его сходимости затруднено бесконечным числом степеней свободы квантованного излучения. Выход из этого положения можно найти, если заметить, что последовательное описание оптических явлений в рамках квантовой теории требует введения в задачу конкретной модели фотодетектора, поскольку поле проявляет себя лишь действием на приемники излучения. Без указания способа регистрации поля разговор о его характеристиках беспредметен.

Взяв в качестве детектора достаточно простую систему, можно сильно упростить задачу, ограничившись исследованием только его эволюции. Впервые детектор в квантовой теории излучения был введен Ферми при решении задачи о распространении света [6]. Сохраняя преемственность с задачей Ферми, мы выберем в качестве детектора слабо взаимодействующую с излучением и находящуюся в начальный момент в основном состоянии двухуровневую систему и попытаемся с учетом сказанного выше рассмотреть одну из простейших задач квантовой теории излучения — задачу о стационарном рассеянии света атомом.

Будем исходить из выражения для вероятности обнаружения детектора в возбужденном состоянии, которое получается разложением статистического оператора системы по параметру взаимодействия детектора с излучением и взятием следа по переменным атома и излучения:

$$w(t) = \sum_{q_1, q_2} c_{q_1}^* c_{q_2} e^{-i(q_1 - q_2)R} \int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 \text{Tr} \left\{ \rho_a(0) \rho_b(0) \times \right.$$

$$\times U(0, t_1) b_{q_1}^+ e^{i(\omega_{q_1} - \omega)t_1} U(t_1, t_2) b_{q_2} e^{-i(\omega_{q_2} - \omega)t_2} U(t_2, 0) \}. \quad (4)$$

Здесь  $R$  — радиус-вектор, проведенный от рассеивателя к детектору,  $c_q$  — матричный элемент взаимодействия детектора с излучением, операторы и спектр которого обозначены соответственно через  $b_q$ ,  $b_q^+$  и  $\omega_q$ ,  $\omega$  — частота перехода детектора,  $U(t, t')$  — оператор эволюции системы, состоящей из атома и излучения,  $\rho_a(0)$  и  $\rho_b(0)$  — начальные распределения атома и излучения.

Рассматривая рассеяние монохроматической волны, мы будем предполагать, что начальное распределение всех мод, за исключением одной, является вакуумным, а возбужденная мода находится в квазиклассическом состоянии [7]:

$$\rho_b(0) = D_\beta \rho_{vac} D_\beta^+,$$

где  $D_\beta = \exp(\beta^* b_k - \beta b_k^+)$  — оператор смещения. Начальное состояние атома является произвольным.

Вводя опережающую и запаздывающую функции Грина соотношением

$$D_\beta^+ U(t, t') D_\beta = i[G^R(t, t') - G^A(t, t')], \quad (5)$$

которые удовлетворяют уравнению

$$\left[ i \frac{d}{dt} - H_a - V(t) - V_f(t) \right] G(t, t') = \delta(t - t'), \quad (6)$$

где  $H_a$  — оператор энергии атома,

$$V(t) = \sum_q C_q b_q e^{-i\omega_q t} + \text{с. с.}, \quad V_f = \beta C_k e^{-i\omega_k t} + \text{к. с.},$$

представим (4) в виде

$$w(t) = |2C_k \beta|^2 \frac{\sin^2[(\omega_k - \omega)t/2]}{(\omega_k - \omega)^2} + p(t). \quad (7)$$

Первый член описывает изменение состояния детектора под действием рассеиваемой волны, а интересующую нас часть  $p(t)$ , определяющую воздействие рассеянной волны на детектор, можно представить в виде

$$p(t) = \sum_{q_1, q_2} c_{q_1}^+ c_{q_2} e^{-i(q_1 - q_2)R} \text{Tr} \rho_a(0) S_{q_1, q_2}(t), \quad (8)$$

где зависящий от переменных атома оператор рассеяния определяется соотношением

$$S_{q_1, q_2}(t) = \int dt_1 \int dt_2 \langle G^A(0, t_1) b_{q_1}^+ e^{i(\omega_{q_1} - \omega)t_1} G^A(t_1, t) G^R(t, t_2) b_{q_2} \times \\ \times e^{-i(\omega_{q_2} - \omega)t_2} G^R(t_2, 0) \rangle. \quad (9)$$

Символ  $\langle \dots \rangle$  обозначает усреднение по фотонному вакууму.

Техника вычисления подобных средних разработана в [8], где показано, что в области времен, больших времени спонтанного распада атома, необходимо провести суммирование определенного класса членов ряда тео-

при возмущений по параметру взаимодействия с многомодовым излучением. Имея в виду методический характер задачи, мы приведем результаты вычислений для случая, когда атом-рассеиватель представляет собой систему из трех невырожденных состояний, два из которых — основное и высшее — связаны сильной модой, а слабые моды осуществляют переходы между всеми состояниями.

Для не исчезающих в пределе больших времен фурье-компонент оператора рассеяния имеем

$$S(\chi) = \frac{i\chi\rho_1}{\chi} (\gamma_s C_{1s}^{q_1} C_{s2}^{+q_2} a_\omega + \gamma_1^s C_{s0}^{q_1} C_{0s}^{+q_2} a_{\omega_k - \omega} + \gamma C_{10}^{q_1} C_{01}^{+q_2} b_\omega) \Lambda(\chi), \quad (10)$$

где получаемая в результате суммирования членов ряда теории возмущений величина  $\Lambda$  имеет вид

$$\Lambda(\chi) = \frac{1}{i\chi(\chi + \omega_{q_1} - \omega_{q_2})} \left( \frac{1}{\chi + \omega_{q_1} - \omega} + \frac{1}{\chi + \omega - \omega_{q_1}} \right). \quad (11)$$

В интересующей нас области времен оператор рассеяния является скаляром в пространстве переменных атома, благодаря чему картина установившегося режима, как следует из (8), не зависит от начального состояния атома. Величины  $a_\omega$  и  $b_\omega$ , определяющие спектральное распределение рассеянного излучения, задаются соотношениями

$$\begin{aligned} a_\omega = & (C_{10}^k \beta)^2 \frac{i}{\gamma_s (\Omega + \frac{i}{2}(\gamma_+ - \gamma_-))} \left[ \frac{1}{\gamma_+ (\Omega + \frac{i\gamma}{2}) (E_+ - \omega - \omega_s + \frac{i\Gamma_+}{2})} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\gamma_- (\Omega - \frac{i\gamma}{2}) (E_- - \omega - \omega_s + \frac{i\Gamma_-}{2})} \right] + \text{к. с.}, \quad (12) \\ b_\omega = & (C_{10}^k \beta)^4 \frac{i}{\Omega^2 + (\frac{\gamma_+ - \gamma_-}{2})^2} \left[ \frac{1}{\Omega^2 + (\frac{\gamma}{2})^2} \left( \frac{1}{\gamma_+^2 (i\gamma_+ + \omega_k - \omega)} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\gamma_-^2 (i\gamma_- + \omega_k - \omega)} \right) + \frac{1}{(\Omega + \frac{i\gamma}{2})^2 \gamma_+ \gamma_-} \left( \frac{1}{\frac{i\gamma}{2} + \Omega + \omega_k - \omega} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\frac{i\gamma}{2} + \Omega + \omega - \omega_k} \right) \right] + \text{к. с.}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_1^0 + \gamma_1^s, \quad \gamma_s = \gamma_s^0, \quad \gamma_l^m = 2\pi \sum_q |C_{lm}^q|^2 \delta(\omega_{lm} - \omega_q), \\ \gamma_\pm &= \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{\omega_1 - \omega_0 - \omega_k}{\Omega} \right), \quad \Gamma_\pm = \gamma_s + \gamma_\pm, \quad E_\pm = (\omega_k \pm \Omega)/2, \\ \Omega &= \text{Re} \sqrt{(\omega_1 - \omega_0 - \omega_k)^2 + 4|C_{10}^k \beta|^2}. \end{aligned}$$

Переходя к временному представлению и подставляя выражение для оператора рассеяния в (8), после интегрирования по  $q_1$  и  $q_2$  для скорости счета детектора получаем

$$\frac{dp}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < R \\ -\frac{\gamma_{cn} \gamma_{p_1}}{R^2} [\gamma_s \gamma_1^2 (a_{\omega} + a_{\omega_k - \omega}) + \gamma \gamma_1^0 b_{\omega}] & \text{при } t > R, \end{cases}$$

где  $\gamma_{cn} = 2\pi \sum_q |c_q|^2 \delta(\omega - \omega_q)$  — постоянная спонтанного распада детектора, а величина

$$p_1 = \left( \frac{\gamma_+}{\gamma_-} + \frac{\gamma_-}{\gamma_+} + \frac{\gamma_1^2}{\gamma_s} + \frac{\gamma^2}{2[\Omega^2 + (\gamma/2)^2]} \right)^{-1}$$

есть, как легко показать, стационарная вероятность обнаружить атом-рассеиватель в высшем возбужденном состоянии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Паули В. Квантовая теория. В кн. «Труды по квантовой теории». Изд. Наука, М., 1975, с. 107.
2. Weiskopf V., Wigner E. Zs. Phys., 63, 54 (1930).
3. Gordon J. R., Walker L. B., Louisell W. H. Phys. Rev., 130, 804 (1963).
4. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. Изд. Наука, М., 1981, с. 82.
5. Дирак П. А. М. Принципы квантовой теории. Физматгиз, М., 1960, с. 240.
6. Fermi E. Rev. Mod. Phys., 4, 87 (1932).
7. Глаубер Р. Оптическая когерентность и статистика фотонов. В кн. «Квантовая оптика и квантовая радиофизика». Изд. Мир, М., 1966, с. 163.
8. Мелик-Бархударов Т. К. ЖЭТФ, 75, 97 (1978).

## ԱՏՈՄԻ ՎՐԱ ԼՈՒՅՍԻ ԶՐՄԱՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Թ. Կ. ՄԵԼԻԿ-ԲԱՐԽՈՒԴԱՐՈՎ

Աշխատանքում ներկայացված է մեթոդ, որը թույլ է տալիս բնութագրել տեսության ապահանջներում նկարագրել առումի վրա լույսի ջրման պրոցեսի ստացիոնար ռեժիմը: Դիտարկված է եռամակարդակ առումի վրա կամայական ինտենսիվության ալիքի ջրման դեպքը:

## ON THE QUANTUM THEORY OF LIGHT SCATTERING ON AN ATOM

T. K. MELIK-BARKHUDAROV

A method for the quantum-theoretical description of the steady state regime of light scattering on an atom is proposed. As a photodetector a two-level system was chosen. The results for the case of scattering of a single mode wave with arbitrary intensity from a three-level atom are given.