

УДК 621.315.592

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И ЭКРАНИРОВАНИЕ
ПОЛЯ ЗАРЯЖЕННОГО ЦЕНТРА В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ

А. Л. ВАРТАНЯН, А. А. КИРАКОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 30 мая 1985 г.)

Выведено выражение для функции диэлектрической проницаемости размерно-квантованной полупроводниковой пленки, находящейся между средами с различными диэлектрическими постоянными, и рассчитано экранированное поле заряженного примесного центра в пленке. В условиях сильного вырождения электронного газа найдено асимптотическое поведение экранированного поля в области $r \gg k_F^{-1}$ (k_F — фермиевское волновое число) и обнаружены фриделевские осцилляции, амплитуда которых убывает с увеличением толщины пленки.

Экранирующее действие газа свободных носителей можно описать введением функции диэлектрической проницаемости (ФДП), исследованию которой для пространственно-ограниченных систем посвящено большое число теоретических работ (см., например, [1—3]). Вычисление ФДП размерно-квантованной (РК) полупроводниковой пленки, граничащей с обеих сторон с диэлектрическими средами, проведено в [4], где, однако, пренебрегается эффектами локального поля и не найдена обратная ФДП, с помощью которой решаются задачи экранирования в пространственно-неоднородных системах.

В настоящей работе проведено исследование ФДП и обратной ФДП РК пленки с учетом ее двумерной трансляционной инвариантности, а также рассчитано экранированное поле заряженного центра в областях, где отличие ФДП пленки от ФДП двумерного электронного газа (ЭГ), связанное с пространственной неоднородностью среды в направлении квантования, становится существенным.

Пусть пленка с диэлектрической постоянной ϵ_L , занимающая область $0 \leq z \leq L$, находится между однородными средами с диэлектрическими постоянными ϵ_1 и ϵ_2 . Обозначим через $\psi_{ks}(r, z)$ и ϵ_{ks} собственные функции и спектр энергии невозмущенного гамильтониана носителей заряда в среде с двумерной трансляционной симметрией (k — двумерный волновой вектор, $s = n, l$; n — зонный индекс, l — дискретное квантовое число). Введем самосогласованный потенциал V , включающий в себя как приложенный «внешний» потенциал V_{ex} , так и потенциал, индуцированный перераспределением заряда в системе.

Определим ФДП пленки с помощью соотношения

$$V_{ex}(q + g, \omega, z) = \epsilon(q + g, q + g', \omega, z, z') V(q + g', \omega, z'), \quad (1)$$

где $V_{ex}(q, \omega, z)$ и $V(q, \omega, z)$ — двумерные фурье-образы V_{ex} и V соответственно, ω — частота внешнего возмущения, q принимает значения в первой зоне Бриллюэна, g — вектор обратной решетки. В (1) и далее по повторяющимся векторам $g', g'', \dots$ проводится суммирование, а по повторяющимся координатам $z', z'', \dots$ — интегрирование по толщине пленки.

В предположении, что в процессе экранирования внешнего воздействия участвуют свободные носители заряда пленки, получаем

$$\varepsilon(q+g, q+g', \omega, z, z') = \delta_{gg'} \delta(z-z') - G_L(q+g, z, z'') \times \chi_{\omega}^0(q+g, q+g', z'', z'), \quad (2)$$

где

$$\chi_{\omega}^0(q+g, q+g', z, z') = -\frac{1}{S} \sum_{k, s, s'} \frac{[f_{k, s} - f_{k+q, s'}] \eta(q+g, z) \eta^*(q+g', z')}{\varepsilon_{k+q, s'} - \varepsilon_{k, s} - \hbar\omega - i\hbar a}, \quad (3)$$

$$\eta(q+g, z) = \int_S \psi_{k, s}^*(r, z) \exp[-i(q+g)r] \psi_{k+q, s'}(r, z) dr, \quad (4)$$

$f_{k, s} \equiv f(\varepsilon_{k, s})$ — функция Ферми-Дирака, S — площадь пленки, $G_L(q, z, z')$ — двумерный фурье-образ потенциала кулоновского взаимодействия двух электронов, один из которых находится в точке $(0, 0, z)$ пленки,

$$G_L(q, z, z') = \frac{4\pi e^2}{q(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \frac{e^{q(L-z)} + \delta_2 e^{-q(L-z)}}{e^{qL} - \delta_1 \delta_2 e^{-qL}} e^{qz'} \quad (z' < 0),$$

$$G_L(q, z, z') = \frac{2\pi e^2}{q\varepsilon_L} [e^{-q|z-z'|} + (e^{qL} - \delta_1 \delta_2 e^{-qL})^{-1} \times$$

$$\times (2\delta_1 \delta_2 e^{-qL} \operatorname{ch} q(z-z') + \delta_2 e^{-q(L-z-z')} + \delta_1 e^{q(L-z-z')})] \quad (0 \leq z' \leq L),$$

$$G_3(q, z, z') = G_L(q, L-z, L-z') \varepsilon_{1 \rightarrow \varepsilon_1}, \quad \delta_i = \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_i}{\varepsilon_L + \varepsilon_i} \quad (z' > L).$$

Заметим, что (5) совпадает с выражениями, полученными в [5, 6] в случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ и в [7] при $\varepsilon_L > \varepsilon_1, \varepsilon_2$. Нетрудно показать, что в приближении эффективной массы (2) переходит в выражения для ФДП трехмерного и двумерного ЭГ.

Для обратной ФДП, удовлетворяющей условию

$$\varepsilon^{-1}(q+g, q+g'', \omega, z, z'') \varepsilon(q+g'', q+g', \omega, z'', z') = \delta_{gg'} \delta(z-z'),$$

можно записать выражение

$$\varepsilon^{-1}(q+g, q+g', \omega, z, z') = \delta_{gg'} \delta(z-z') + G_L(q+g, z, z'') \chi_{\omega}(q+g, q+g', z'', z');$$

χ_{ω} удовлетворяет следующему интегральному уравнению

$$\chi_m(q+g, q+g', z, z') = \chi_m^0(q+g, q+g', z, z') + \\ + \chi_m^0(q+g, q+g'', z, z'') G_L(q+g'', z'', z''') \chi_m(q+g'', q+g', z''', z'). \quad (6)$$

Перейдем к вычислению экранированного поля точечного заряда в полупроводниковой пленке. ЭГ в пленке конечной толщины квазидвумерный, а потенциал точечного заряда имеет трехмерный характер и неоднороден по z . Следовательно, использование ФДП двумерного ЭГ при расчете экранированного поля некорректно [8]. Отклонение от двумерности может оказаться несущественным только на больших по сравнению с толщиной пленки расстояниях.

В квантовом пределе, в пренебрежении эффектами локального поля, выражение (6) представляет собой уравнение Фредгольма второго рода с вырожденным ядром [9] и имеет решение

$$\chi_m(q, z, z') = \chi_m^0(q, z, z') + \frac{\chi_m^0(q, z, z'') G_L(q, z'', z''') \chi_m^0(q, z''', z')}{1 - G_L(q, z'', z''') \chi_m^0(q, z''', z'')}.$$

После несложных вычислений для двумерного фурье-образа экранированного поля точечного заряда в пленке получаем выражение

$$V^i(q, \omega, z, z') = V_{ex}^i(q, z, z') - \frac{4\pi^2 Q}{\epsilon_1 \epsilon_L} \frac{\chi_m^{2D}(q) f_L(q, z) f_i(q, z')}{1 + \frac{2\pi q}{\epsilon_L} \chi_m^{2D}(q) A(qL)}, \quad (7)$$

где Q — заряд центра, $V_{ex}^i = e^{-2} Q G_i(q, z', z)$, χ_m^{2D} — поляризуемость двумерного ЭГ [10],

$$f_L(q, z) = \left[1 + \left(\frac{qL}{2\pi} \right)^2 \right]^{-1} \left[\frac{qL}{\pi^2} \sin^2 \frac{\pi}{L} z + \frac{2}{qL} \left(1 - e^{-\frac{qL}{2}} \operatorname{ch} q \left(z - \frac{L}{2} \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{sh} \frac{qL}{2} 2\delta_1 \delta_2 e^{-qL} \operatorname{ch} q \left(z - \frac{L}{2} \right) + \delta_1 e^{-q \left(z - \frac{L}{2} \right)} + \delta_2 e^{q \left(z - \frac{L}{2} \right)}}{e^{qL} - \delta_1 \delta_2 e^{-qL}} \right],$$

$$f_1(q, z) = \frac{2\epsilon_1}{(\epsilon_1 + \epsilon_2) \left[1 + \left(\frac{qL}{2\pi} \right)^2 \right]} \frac{\operatorname{sh} \frac{qL}{2}}{\frac{qL}{2}} \frac{1 + \delta_2 e^{-qL}}{e^{qL} - \delta_1 \delta_2 e^{-qL}} e^{q \left(z + \frac{L}{2} \right)},$$

$$f_2(q, z) = f_1(q, L - z)_{\epsilon_1 \leftrightarrow \epsilon_2},$$

$$A(x) = \left[1 + \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 \right]^{-1} \left\{ \frac{3x}{4\pi^2} + \frac{2}{x} \left[1 - \frac{e^{-\frac{x}{2}} \operatorname{sh} \frac{x}{2}}{1 + \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2} \frac{x}{2} \right] + \right. \\ \left. + \frac{4 \operatorname{sh}^2 \frac{x}{2}}{x^2 \left[1 + \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 \right]} \frac{\delta_1 + \delta_2 + 2\delta_1 \delta_2 e^{-x}}{e^x - \delta_1 \delta_2 e^{-x}} \right\}.$$

Потенциал в (r, z) -пространстве определяется интегралом

$$V^i(r, \omega, z, z') = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty V^i(q, \omega, z, z') J_0(qr) q dq, \quad (8)$$

где $V^i(q, \omega, z, z')$ дается выражением (7), $J_0(x)$ — функция Бесселя.

Определение экранированного поля при конечных температурах в любой точке пространства возможно лишь путем численного интегрирования (8). Однако при низких температурах, когда ЭГ в пленке сильно вырожден, при $q = 2k_F$ в первой производной двумерной поляризуемости χ_{ω}^{2D} появляется сингулярность типа $(q - 2k_F)^{-1/2}$, что дает возможность определить асимптотику экранированного поля. Этой сингулярностью обусловлено появление Фриделевских осцилляций экранированного потенциала в области $r \gg k_F^{-1}$ [11]. Интегрируя выражение (8) по частям и сохраняя наиболее сингулярные члены, получаем

$$V^i(r, z, z') \simeq - \frac{2Q}{\epsilon_1 a_0} \frac{f_L(2k_F, z) f_L(2k_F, z')}{[1 + (a_0 k_F)^{-1} A(2k_F L)]^2} \frac{\sin(2k_F r)}{(2k_F r)^2}, \quad (9)$$

где a_0 — боровский радиус в пленке.

Как видим, экранированный потенциал включает в себя конечный размер РК полупроводниковой среды в направлении оси z , причем его влияние тем существеннее, чем больше величина $2k_F L$, которая в квантовом пределе может меняться в интервале от 0 до 10. Заметим, что при

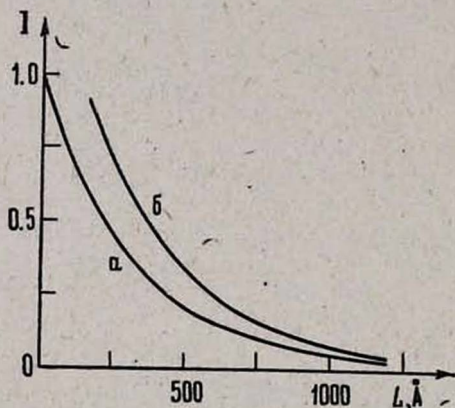


График зависимости $I = V^i/V^{2D}$ от толщины пленки: V^{2D} — эффективное поле в двумерном ЭГ; поверхностная плотность электронов $n_s = 10^{10} \text{ см}^{-2}$, $m = 0,067 m_0$, $\epsilon_L = 13,1$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 11,6$.

$L = 0$ (9) переходит в известное выражение для экранированного потенциала точечного заряда в двумерном ЭГ [10].

На графике представлена зависимость приведенной амплитуды осцилляций $I = V^i/V^{2D}$ от толщины пленки $GaAs$, находящейся между одинаковыми средами $Al_{1-x}Ga_xAs$. Кривая (а) соответствует случаю, когда точечный заряд находится вне пленки, а создаваемое им поле рассчитано на поверхности пленки $z = 0$; кривая (б) соответствует случаю, когда точечный заряд находится в пленке на расстоянии 50 Å от границы пленки $z = 0$, а создаваемое им поле рассчитано в плоскости нахождения заряда. В обоих случаях с увеличением толщины пленки амплитуда осцилляций уменьшается, что, по-видимому, можно объяснить возрастанием возможностей пространственного расположения электронов в пленке.

1. Dahl D. A., Sham L. J. Phys. Rev., B16, 651 (1977).
2. Wu C. H., Hanke W. Sol. St. Commun., 23, 829 (1977).
3. Kelly M. J., Hanke W. Phys. Rev., B23, 112 (1981).
4. Lee J., Spector H. N. J. Appl. Phys., 54, 6987 (1983).
5. Габович А. М., Розенбаум В. М. ФТП, 18, 498 (1984).
6. Рытова Н. С. Вестник МГУ, 3, 30 (1967).
7. Келдыш Л. В. Письма в ЖЭТФ, 29, 716 (1979).
8. Mori S., Ando T. J. Phys. Soc. Jap., 48, 865 (1980).
9. Петровский И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений. Изд. Наука, М., 1965.
10. Stern F. Phys. Rev. Lett., 18, 546 (1967).
11. Харрисон У. Теория твердого тела. Изд. Мир, М., 1972.

ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԹԱՓԱՆՑՆԵԼԻՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ԼԻՑԻԱՎՈՐՎԱԾ ԿԵՆՏՐՈՆԻ ԴԱՇՏԻ ԷԿՐԱՆԱՎՈՐՈՒՄԸ ԲԱՐԱԿ ԹՅՂԱՆԹՈՒՄ

Ա. Լ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ա. Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

Տարրեր դիէլեկտրիկ հաստատուններով միջավայրերի միջև գտնվող բվանտացված կիսահաղորդչային թաղանթի համար դուրս է բերված դիէլեկտրիկ թափանցելիության ֆունկցիայի արտահայտությունը և հաշվարկված է լիցքավորված խառնուրդային կենտրոնի էկրանավորված դաշտը թաղանթում: Էլեկտրոնային դաշի ուժեղ ալլասերման պայմաններում որոշված է էկրանավորված դաշտի վարքը $r \gg k_F^{-1}$ (k_F -ը Ֆերմիի ալիքային թիվն է) տիրույթում և հայտնաբերված են ֆրիդելյան օսցիլյացիաներ, որոնց ամպլիտուդը նվազում է թաղանթի հաստությունը մեծացնելիս:

THE PERMITTIVITY AND SCREENING OF CHARGED CENTERS FIELD IN A THIN FILM

A. L. VARTANYAN, A. A. KIRAKOSYAN

For a size-quantized semiconductor film placed between media with different dielectric constants an expression for permittivity function is derived and the screened field of charged impurity center in the film is calculated. The asymptotic behaviour of the screened field in the region $r \gg k_F^{-1}$ (k_F is the Fermi wave number) is determined for highly degenerate electron gas, and the Friedel-type oscillations of amplitudes decreasing with the increase in the film thickness are found.