

УДК 523.64

ОБ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОГО  
РАССЕЯНИЯ ПРИ ОБЩИХ ЗАКОНАХ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПО ЧАСТОТАМ

Р. С. ВАРДАНЯН, А. Х. ХАЧАТРЯН

Институт прикладных проблем физики АН АрмССР

(Поступила в редакцию 25 октября 1984 г.)

Рассматривается нелинейная задача переноса излучения в плоско-параллельном слое, состоящем из трехуровневых атомов с полностью запрещенным переходом  $2 \leftrightarrow 3$ , при общих законах перераспределения фотонов по частотам в предположении о совпадении профилей поглощения и вынужденного излучения. Метод самосогласованных оптических глубин позволяет линеаризовать и разделить исходную систему уравнений переноса и свести решение задачи к решению линейных интегральных уравнений и определению реальных оптических толщин слоя для каждой линии.

Строгое рассмотрение нелинейных задач теории переноса излучения стало возможным благодаря методу самосогласованных оптических глубин (СОГ) Амбарцумяна [1] и примыкающему к СОГ методу Енгибаряна [2, 3]. С применением вышеуказанных методов были рассмотрены некоторые нелинейные задачи [4—7], но во всех этих задачах предполагалось, что рассеяние либо является когерентным, либо имеет место полное перераспределение излучения по частотам при элементарном акте рассеяния.

Интерес к нелинейным задачам в последнее время опять возрос в связи с тенденцией учета общих законов перераспределения излучения по частотам и по направлениям [8, 9].

Общий анализ систем уравнений переноса излучения с учетом нелинейных эффектов и при общих законах перераспределения фотонов по частотам и по направлениям проводится в работах [10, 11]. В работах [12—15], посвященных нелинейным задачам, при решении применяется либо метод полной линеаризации, что является очень трудоемким, либо допускается приближение, основанное на предположении о совпадении профилей коэффициентов поглощения  $\alpha$  и вынужденного излучения  $\psi$  (первое приближение). Следует отметить, что в обоих случаях решение рассмотренных задач фактически не доводится до конца, так как основные характеристики поля излучения находятся как функции от реальной оптической глубины, которая сама является неизвестной и определяется состоянием поля излучения. Как уже отмечалось, методы Амбарцумяна и Енгибаряна дают возможность в ряде случаев не только линеаризовать исходные уравнения, но и совершить переход к геометрической глубине, что означает полное решение задачи.

В настоящей заметке рассматривается нелинейная задача переноса излучения в плоско-параллельном слое, состоящем из трехуровневых атомов с полностью запрещенным переходом  $2 \leftrightarrow 3$ . При этом предполагается, что профиль коэффициента вынужденного излучения совпадает с профилем коэффициента поглощения (см., например, [8]).

В принятом приближении система уравнений переноса имеет вид

$$\eta \frac{d\bar{I}_i(z, x_i, \eta)}{dz} = -\frac{h\nu_{0i}}{4\pi} B_{ii} \left( n_i - \frac{g_i}{g_1} n_1 \right) \alpha_i(x_i) \bar{I}_i(z, x_i, \eta) + \frac{h\nu_{0i}}{4\pi} n_i A_{ii} \Psi_i(x_i), \quad (1)$$

где  $\eta$  — косинус угла между направлением распространения излучения и перпендикуляром к плоско-параллельному слою, т. е. осью  $z$ ,  $x_i$  — приведенная частота линии  $1 \rightarrow i$  ( $i = 2, 3$ ),  $z$  — геометрическая глубина точки,  $\bar{I}_i(z, x_i, \eta)$  — интенсивность линии  $1 \rightarrow i$ ,  $n_k$  — концентрация находящихся на уровне  $k$  атомов в точке  $z$ ,  $B_{ii}$  и  $A_{ii}$  — соответствующие эйнштейновские коэффициенты переходов,  $\alpha_i(x_i)$  и  $\Psi_i(x_i)$  — соответственно профили коэффициентов поглощения и излучения,  $\nu_{0i}$  — центральная частота линии  $1 \rightarrow i$  ( $i = 2, 3$ ),  $g_i$  — кратность  $i$ -го уровня.

Условия стационарности следующие:

$$n_1 \left[ a_{1i} + \frac{B_{ii}}{2} S_i \right] = n_i \left[ a_{ii} + A_{ii} + \frac{B_{ii}}{2} S_i \right], \quad (2)$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = n_0,$$

где

$$S_i(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_i(x_i) dx_i \int_{-1}^1 \bar{I}_i(z, x_i, \eta) d\eta,$$

$a_{ii}$ ,  $a_{1i}$  — коэффициенты переходов, вызванных электронными ударами первого и второго родов.

Профиль коэффициента излучения  $\Psi_i(x_i)$  неизвестен и определяется полем излучения:

$$\Psi_i(x_i) = \frac{n_1}{n_i} \frac{\left[ a_{ii} \alpha_i(x_i) + \frac{B_{ii}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R_i(x_i, x'_i) dx'_i \int_{-1}^1 \bar{I}_i(z, x'_i, \eta) d\eta \right]}{a_{ii} + A_{ii} + \frac{B_{ii}}{2} S_i}, \quad (3)$$

где  $R_i(x_i, x'_i)$  — усредненная по углам функция перераспределения по частотам для  $i$ -ой линии.

Согласно методу СОГ перейдем в (1) к новым аргументам  $\tau_i$ :

$$d\tau_i = \frac{h\nu_{0i}}{4\pi} B_{ii} \left( n_i - \frac{g_i}{g_1} n_1 \right) dz, \quad \tau_i^0 = \int_0^{z_0} \frac{h\nu_{0i}}{4\pi} B_{ii} \left( n_i - \frac{g_i}{g_1} n_1 \right) dz, \quad (4)$$

где  $\tau_i^0$  ( $i = 2, 3$ ) — оптические толщины слоя для линий  $1 \rightarrow i$ , которые пока не известны и подлежат определению.

С учетом (2)–(4) система (1) принимает вид

$$\eta \frac{dI_i(\tau_i, x_i, \eta)}{d\tau_i} = -a_i(x_i) I_i(\tau_i, x_i, \eta) + \\ + \frac{\lambda_i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R_i(x_i, x'_i) dx'_i \int_{-1}^1 I_i(\tau_i, x'_i, \eta') d\eta' + \frac{\lambda_i}{2} f_{0i} a_i(x_i) \quad (5)$$

с условиями

$$I_i(0, x_i, \eta) = I_{0i}(x_i, \eta) \text{ при } \eta > 0, \\ I_i(\tau_i^0, x_i, \eta) = 0 \text{ при } \eta < 0, \quad (6)$$

где

$$\lambda_i = \frac{A_{1i}}{A_{1i} + a_{1i} - (g_1/g_i)a_{1i}}, \quad f_{0i} = \frac{2a_{1i}}{B_{1i}}.$$

Интегро-дифференциальное уравнение (5) и условия (6) эквивалентны следующим линейным интегральным уравнениям:

$$\bar{S}_i(\tau_i, x_i) = \bar{S}_{0i}(\tau_i, x_i) + \\ + \frac{\lambda_i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R_i(x_i, x'_i) dx'_i \int_0^{\tau_i^0} E_1[a_i(x'_i) |\tau_i - \tau'_i|] \bar{S}_i(\tau'_i, x'_i) d\tau'_i, \quad (7)$$

где

$$\bar{S}_{0i}(\tau_i, x_i) = \frac{\lambda_i}{2} f_{0i} a_i(x_i) + \frac{\lambda_i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R_i(x_i, x'_i) dx'_i \int_0^1 e^{-\frac{\tau_i}{\eta} a_i(x'_i)} I_{0i}(x'_i, \eta) d\eta, \\ E_1(\tau) = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\eta}} \frac{d\eta}{\eta} - \text{интегрально-показательная функция первого порядка.}$$

Займемся определением величин  $\tau_i^0$ . Из (4) с учетом (2) после несложных преобразований получим следующую связь между  $z_0$  и  $\tau_i^0$ :

$$z_0 = x_3 \tau_3^0 + C_3 \left(1 + \frac{g_1}{g_3}\right) Q_3(\tau_3^0) + b_2 \tau_2^0 + C_2 Q_2(\tau_2^0), \\ z_0 = x_2 \tau_2^0 + C_2 \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) Q_2(\tau_2^0) + b_3 \tau_3^0 + C_3 Q_3(\tau_3^0). \quad (8)$$

Здесь

$$C_i = \frac{B_{1i} k_i^0}{2[A_{1i} + a_{1i} - (g_1/g_i)a_{1i}]}, \quad b_i = \frac{a_{1i} k_i^0}{A_{1i} + a_{1i} - (g_1/g_i)a_{1i}}, \quad k_i^0 = \frac{4\pi}{n_0 h \nu_{0i} B_{1i}}, \\ x_i = \frac{(A_{1i} + a_{1i} + a_{1i}) k_i^0}{A_{1i} + a_{1i} - (g_1/g_i)a_{1i}}, \quad Q_i(\tau_i^0) = \int_0^{\tau_i^0} S_i(\tau', \tau_i^0) d\tau'.$$

Таким образом, полное решение задачи сводится к решению линейных интегральных уравнений (7) при всех значениях параметров  $\tau_i^0$  и последующему определению  $\tau_i^0$  из системы (8).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян В. А. ДАН АрмССР, 39, 159 (1964).
2. Енибарян Н. Б. Астрофизика, 1, 297 (1965).
3. Енибарян Н. Б. Астрофизика, 2, 31 (1966).
4. Терехов Ю. Ю. Астрофизика, 3, 281 (1967).
5. Варданян Р. С., Енибарян Н. Б. ДАН АрмССР, 49, 3 (1969).
6. Варданян Р. С. Ученые записки ЕГУ, 3, 36 (1969).
7. Варданян Р. С. Ученые записки ЕГУ, 2, 37 (1971).
8. Енибарян Н. Б., Хачатрян А. Х. Астрофизика, 23, 145 (1985).
9. Хачатрян А. Х. Тезисы докладов IV научно-технической конференции молодых ученых и специалистов, Ереван, Цахкадзор, 1984.
10. Oxentus J. J. Q. S. R. T., 5, 771 (1965).
11. Hubeny I. Bull. Astron. Inst. Czechosl., 32, 271 (1981).
12. Milkey R. W., Mihalas D. Ap. J., 185, 709 (1973).
13. Heasley J. N., Kneer F. Ap. J., 203, 660 (1976).
14. Hammer D. M. N. R. A. S., 145, 95 (1969).
15. Milkey R. W., Shine R. A., Mihalas D. Ap. J., 199, 718 (1975).

## ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒՆՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԱՇԽՄԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՕՐԵՆՔԻ ԴԵՊՈՒՄ ՊՈԼԻԽՐՈՄԱՏԻԿ ՑՐՄԱՆ ՄԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԽՆԴԻ ՄԱՍԻՆ

Ռ. Ս. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ա. Խ. ԽԱՇԱՏՐՅԱՆ

Դիտարկվում է արգելված  $2 \leftrightarrow 3$  անցումով եռամակարդակ ատոմներից բաղկացած հարթ-  
գույքահեղ շերտով ճառագայթման տեղափոխման մի ոչ գծային խնդիր՝ ֆոտոնների ըստ հաճա-  
խությունների վերաբաշխման ընդհանուր օրենքի ենթադրության գեպընդ այն մոտավորությամբ,  
երբ կլանման և ստիպողական ճառագայթման պրոֆիլները համընկնում են։ Մերնահամաձայ-  
նացված օպտիկական խորությունների մեթոդը հնարավորություն է տալիս գծայնացնել և բա-  
ժանել ճառագայթման տեղափոխման սկզբնական հավասարումների համակարգը։ Խնդրի  
լուծումը բերվում է որոշ հայտնի գծային ինտեգրալ հավասարումների լուծմանը և տարբեր  
գծերում հայտնի անելություններից շերտի իրական օպտիկական հաստությունների որոշմանը։

## ON ONE NONLINEAR PROBLEM OF POLYCHROMATIC SCATTERING UNDER GENERAL LAWS OF FREQUENCY REDISTRIBUTION

R. S. VARDANYAN, A. Kh. KHACHATRYAN

The problem of radiation transfer in a plane-parallel layer consisting of three-  
level atoms with completely forbidden  $2 \leftrightarrow 3$  transition has been considered under  
general laws of photon frequency redistribution, assuming the coincidence of the  
absorption profile with that of stimulated radiation. The method of self-consistent  
optical depth allows one to linearize and divide the initial system of transfer equa-  
tions and reduce the solution of the problem to the solution of linear integral equa-  
tions and to the determination of real optical thicknesses of the layer in every line.