Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 21, вып. 2, 55—58 (1986)

УДК 538.566.5

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ВОЛНОВОДЕ С НЕСТАЦИОНАРНЫМ НЕОДНОРОДНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ ПРИ ПРОЛЕТЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ОСИ ВОЛНОВОДА

Э. А. ГЕВОРКЯН

Московский экономико-статистический институт

(Поступила в редакцию 25 января 1984 г.)

Рассматривается переходное излучение частицы в регулярном волноводе с гармонически модулированным в пространстве и во времени диэлектрическим заполнением при ее пролете перпендикулярно оси волновода. В приближении малого индекса модуляции найдены потери частицей энергии на излучение и его спектр. Получено условие возникновения излучения Вавилова—Черенкова в области «сильного взаимодействия» между полем излучения и модулированным заполнением и показано, что оно может иметь место только в случае коротковолновой модуляции заполнения волновода.

В работах [1, 2] исследовано переходное излучение частицы в волноводе с периодически нестационарным неоднородным заполнением в случае, когда частица движется равномерно вдоль оси волновода. Ниже рассматривается аналогичная задача при равномерном пролете частицы с зарядом q в перпендикулярном к оси прямоугольного волновода направлении. При этом движущаяся со скоростью $\mathbf{v}$ $(v, 0, 0)$ частица пересекает стенки волновода в точках M_1 $(0, y_0, 0)$ и M_2 $(a_1, y_0, 0)$.

Рассмотрим регулярный волновод прямоугольного поперечного сечения с образующей вдоль оси z некоторой декартовой системы координат. Пусть немагнитное заполнение волновода бегущей волной накачки модулировано в пространстве и во времени по гармоническому закону

$$\varepsilon = \varepsilon_0 [1 + m \cos k_0 (z - ut)],$$

где k_0 и $\mathbf{u}$ $(0, 0, u)$ — волновое число и скорость волны модуляции, m — индекс модуляции, ε_0 — диэлектрическая постоянная заполнения при $m = 0$. Как и в работах [1, 2], предполагаем, что наряду с параметром m (обычно $\sim 10^{-4}$) мал и параметр $l = m\beta^2/b \ll 1$ $(b = 1 - \beta^2$, $\beta = u\sqrt{\varepsilon_0}/c$, $|\beta| < 1)$.

Поперечно-электрическое (ТЕ) поле излучения частицы в таком волноводе можно описывать с помощью продольной составляющей магнитного вектора H_z (x, y, z, t), удовлетворяющей неоднородному дифференциальному уравнению в частных производных второго порядка:

$$\Delta_\perp H_z + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon \frac{\partial H_z}{\partial t} \right) = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j}{\partial y}, \tag{1}$$

где плотность тока $j = j_x = qv\delta(x - vt)\,\delta(y - y_0)\delta(z)$, а $\Delta_\perp = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$.

Заменой переменных

$$\eta = t - \frac{u}{c^2 b}\int\limits_0^{z-ut} \frac{\varepsilon(\xi)\,d\xi}{1 - l\cos k_0\xi}$$

и $\xi = z - ut$ уравнение (1) можно преобразовать к виду

$$\Delta_\perp H_z + \frac{\partial}{\partial\xi}\left[\left(1 - \beta^2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)\frac{\partial H_z}{\partial\xi}\right] - \frac{\varepsilon}{c^2\left(1 - \beta^2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)}\frac{\partial^2 H_z}{\partial\eta^2} = \frac{4\pi}{c}\frac{\partial j(\xi, \eta)}{\partial y}. \quad (2)$$

Решение последнего уравнения ищем в виде

$$H_z = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} H_{nk}(z, t)\,\Psi_{nk}(x, y) =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{nk}(x, y)\int e^{i\gamma\eta} H_{nk}(\xi)\,d\gamma, \quad (3)$$

где

$$\gamma = u\,p_0^{nk} - \omega_0, \quad p_0^{nk} = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{c^2}\varepsilon_0 - \lambda_{nk}^2},$$

а ортонормированные собственные функции $\Psi_{nk}(x, y)$ и соответствующие собственные значения λ_{nk} второй краевой задачи для поперечного сечения волновода выражаются формулами (11) работы [3].

После подстановки (3) в (2) с одновременным разложением правой части (2) по собственным функциям $\Psi_{nk}(x, y)$ получается обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами, которому удовлетворяют величины $H_{nk}(\xi)$. Это уравнение методом работы [1] сводится к неоднородному уравнению Матье—Хилла, которое решается методом вариации постоянной.

Полученное с точностью до m^2 выражение для $H_{nk}(\xi)$ показывает, что в пределах изменения x от 0 до a_1 имеются три характерные области для $\xi\left(\xi < -\frac{u}{v}a_1,\ -\frac{u}{v}a_1 < \xi < 0,\ \xi > 0\right)$ и поле переходного излучения частицы не симметрично по координате z. Области $-\frac{u}{v}a_1 < \xi < 0$ соответствует область $-\frac{u}{v}a_1 + ut < z < ut$ в переменных (z, t), причем по мере пролета частицы через волновод эта область движется со скоростью u в положительном направлении оси z.

Потери энергии частицей на ее траектории от 0 до a_1 можно найти по величине тормозящей силы, действующей на частицу со стороны создаваемого ею поля:

$$W^{(TE)} = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} W_{nk}^{(TE)},$$

$$W_{nk}^{(TE)} = -\frac{q}{c}\lambda_{nk}^{-2}\int_0^{a_1}\frac{\partial\Psi_{nk}(x, y)}{\partial y}\Bigg|_{y=y_0}\frac{\partial H_{nk}(z, t)}{\partial t}\Bigg|_{\substack{t=\frac{x}{v}\\ z=0}} dx.$$

Выполнив интегрирование по x, получаем выражение для потерь энергии частицей на излучение, справедливое для всех частот от $-\infty$ до $+\infty$, исключая частоты области «сильного взаимодействия» [4], для которого $\omega_{0, c} = uk_0(\mu + \beta)/2\beta$, $\mu = \sqrt{1 + 4\frac{\lambda_{nk}^2}{k_0^2 b}}$. Ширина этой области мала и пропорциональна индексу модуляции m в первой степени [4]:

$$\Delta\omega_{0, c} \simeq \frac{k_0 u}{8\sqrt{2}\beta^3}\frac{(1 + \mu\beta)(\mu^2 - \beta^2)}{\mu} l.$$

Отметим также, что наличие именно нестационарного неоднородного заполнения в волноводе приводит к тому, что в выражении для потерь энергии частицей помимо основного члена, не зависящего от индекса модуляции заполнения m, появляются еще дополнительные члены, пропорциональные индексу модуляции в первой степени.

Условие равенства нулю знаменателя под интегралом в выражении для потерь энергии приводит к дисперсионным уравнениям вида

$$\frac{1}{v^2}\left[\frac{2p_0^{nk}u}{b} - \frac{\omega_0(1 + \beta^2)}{b} + sk_0u\right]^2 = \left(\frac{\pi k}{a_1}\right)^2,$$

$$\frac{1}{v^2}(\omega_0 + sk_0u)^2 = \left(\frac{\pi k}{a_1}\right)^2.$$

Решения последних дают спектр переходного излучения частицы

$$\omega_{0, s} = \frac{\omega_{0, \text{чер.}} + sk_0u}{1 - \beta^2}\left(1 + \beta^2 \pm 2\beta\sqrt{1 - \frac{u^2}{\beta^2(\omega_{0, \text{чер.}} + sk_0u)^2}}\right), \quad (4)$$

$$\omega_{0, s} = \omega_{0, \text{чер.}} - sk_0u, \quad s = 0, \pm 1, \quad (5)$$

где частота черенковского излучения имеет вид (при $v^2 \varepsilon_0/c > 1$) [3]

$$\omega_{0, \text{чер.}} = \frac{\pi k v}{a_1} \quad \left(\Delta\omega_{0, \text{чер.}} = \frac{2\pi v}{a_1}\right).$$

Заметим, что из выражений (4) и (5) при $s = 0$ получается спектр излучения на нулевой гармонике, а при $s = \pm 1$ — спектр излучения на боковых гармониках.

Очевидно, что возникновение излучения Вавилова—Черенкова в области сильного взаимодействия излучения с нестационарным неоднородным заполнением возможно при условии $\Delta\omega_{0, c} \sim \Delta\omega_{0, \text{чер.}}$, т. е. когда

$$m \sim \frac{8\sqrt{2\varepsilon_0}v}{c}\frac{\mu(1 - \beta^2)}{(1 + \mu\beta)(\mu^2 - \beta^2)}\frac{\Lambda}{a_1}, \quad (6)$$

где $\Lambda = 2\pi/k_0$ — длина волны модуляции.

Если ультрарелятивистская частица ($v/c \sim 1$) движется в прямоугольном волноводе с поперечными размерами в 1 см, заполненном диэлектриком с $\varepsilon_3 = 8$, то при значениях параметров $\lambda_{11} = \sqrt{2}\pi$ см$^{-1}$, $\beta \simeq 0{,}56$ для волны H_{11} из (6) получаем оценку $m \sim 0{,}2\,\Lambda/a_1$. Так как обычно $m \ll 1$, то последнее условие выполняется, если $\Lambda/a_1 \sim 4 \cdot 10^{-6} \ll 1$ Таким образом, появление излучения Вавилова—Черенкова в области сильного взаимодействия возможно лишь при коротковолновой модуляции диэлектрического заполнения волновода (см. также [2, 5]).

Заметим, что в пределе $u \to 0$ из формулы для потерь энергии получается соответствующее выражение в случае стационарного неоднородного заполнения волновода [5]. Последнее при $m \to 0$ переходит в выражение энергии излучения частицы в волноводе с однородным стационарным заполнением с диэлектрической постоянной ε_0 [3].

В заключение отметим, что развитым выше методом получаются аналогичные результаты и для ТМ-поля переходного излучения частицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Барсуков К. А., Геворкян Э. А.* Изв. АН АрмССР, Физика, 11, 44 (1976).
2. *Барсуков К. А., Геворкян Э. А.* Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий, ЕрФИ, 1977, с. 534.
3. *Барсуков К. А., Газазян Э. Д., Лазиев Э. М.* Изв. вузов. Радиофизика, 15, 191 (1972).
4. *Барсуков К. А., Геворкян Э. А.* Радиотехника и электроника, 28, 237 (1983).
5. *Геворкян Э. А.* Изв. АН АрмССР, Физика, 19, 123 (1984).

ՈՉ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԵՎ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ ԼՑՎԱԾ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ՝ ԱԼԻՔԱՏԱՐԻ ԱՌԱՆՑՔԻՆ ՈՒՂՂԱՀԱՅԱՑ ՈՒՂՂՈՒԹՅԱՄԲ ՄԱՍՆԻԿԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Է. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Ուսումնասիրված է մասնիկի անցումային ճառագայթումը ըստ ժամանակի և տարածության հարմոնիկ մոդուլացված դիէլեկտրիկ միջավայրով լցված ռեգուլյար ալիքատարում, երբ մասնիկը շարժվում է ալիքատարի առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ։ Մոդուլյացիայի խորության փոքրության մոտավորությամբ գտնված են մասնիկի էներգիայի կորուստները ճառագայթման վրա և սպեկտրը։ Ստացված է պայման, որի դեպքում հնարավոր է Վավիլով-Չերենկովի ճառագայթումը ճառագայթվող դաշտի և մոդուլացնող ալիքի «ուժեղ փոխազդեցության» տիրույթում։ Ցույց է տրված, որ այն տեղի ունի միայն ալիքատարում լցված միջավայրի կարճալիքային մոդուլացման դեպքում։

ON THE TRANSITION RADIATION IN A WAVEGUDE WITH NONSTATIONARY NONUNIFORM FILLING AT THE PASSAGE OF A CHARGED PARTICLE PERPENDICULAR TO THE WAVEGUIDE AXIS

E. A. GEVORGYAN

The transition radiation in a regular waveguide with harmonically nonstationary nonuniform dielectric filling at the passage of a charged particle perpendicular to the waveguide axis is considered. The energy losses of the particle by radiation and its spectrum were obtained in the approximation of small modulation index. The condition for the rise of Vavilov—Cherenkov radiation in the region of "strong interaction" between the radiation field and modulated filling was found and it was shown that it may take place only under short-wave modulation of the waveguide filling.