

УДК 621.384.6.01:539.12.03

ВЛИЯНИЕ НАКЛОННОСТИ ПРОЛЕТА ЭЛЕКТРОНА  
НА СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ОНДУЛЯТОРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Л. А. ГЕВОРКЯН, Р. В. ТУМАНЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 9 января 1984 г.)

Впервые получено аналитическое выражение для траектории электрона при наклонном пролете через спиральный ондулятор. Найдено условие правомерности сделанного приближения для поля в ондуляторе. Показано, что изменения спектральных характеристик излучения электрона за счет наклонности будут становиться заметнее по мере приближения угла пролета к характерному углу излучения.

Траектория электрона при его нормальном пролете через плоский ондулятор с синусоидальным распределением магнитной индукции получена в работах [1, 2]. В [3] траектория электрона получена в поле, удовлетворяющем уравнениям Максвелла. Случай спирального ондулятора рассмотрен в [4].

Интересен также вопрос об ондуляторном излучении при наклонном пролете заряда, поскольку в реальных условиях частицы движутся непараллельно оси ондулятора как из-за угловой расходимости пучка, так и из-за неточности ввода. В [5] была сделана попытка оценить влияние наклонности пролета на излучение в плоском ондуляторе.

В настоящей работе исследуется динамика электрона при произвольном, но малом угле пролета через спиральный ондулятор. При этом используется выражение для поля на оси ондулятора. В такой постановке задачи впервые найдено аналитическое выражение для траектории излучения и приведено условие применимости использованного приближения.

Магнитное поле в ондуляторе возьмем в виде

$$H = H_m [\hat{i} \cos(nz + \Phi) + \hat{j} \sin(nz + \Phi)], \quad (1)$$

где  $n = 2\pi/l$ ,  $H_m$ ,  $\Phi$  и  $l$  — амплитуда, фаза и период поля,  $\hat{i}$  и  $\hat{j}$  — орты в направлениях  $x$  и  $y$ .

Пусть частица с массой покоя  $m$  и зарядом  $(-e)$  влетает в ондулятор с начальной скоростью

$$V_0 = c \{ (\beta_n - \beta_{\perp}) \cos \Phi, (\beta_n - \beta_{\perp}) \sin \Phi, \beta_{\parallel} = \sqrt{\beta^2 - (\beta_n - \beta_{\perp})^2} \}. \quad (2)$$

Здесь  $\beta_n$  — отклонение начальной поперечной скорости от поперечной скорости, приобретаемой электроном в ондуляторе. При этом  $\beta_\perp = q/\gamma$ ,  $q = eH_m l / 2\pi m c^2$  — параметр ондулятора.

С учетом сохранения энергии частицы в магнитном поле и после замены  $c\beta_z dt = dz$  уравнения движения частицы в поле (1) легко интегрируются [6] и при начальной скорости (2) получаем точную траекторию электрона:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + c(\beta_n - \beta_\perp)t \cos \Phi + 4\beta_\perp c / \mu \Omega [\sin \Phi (1 - \operatorname{dn} u) + \\ &\quad + \cos \Phi (u - E(u))], \\ y(t) &= y_0 + c(\beta_n - \beta_\perp)t \sin \Phi - 4\beta_\perp c / \mu \Omega [\cos \Phi (1 - \operatorname{dn} u) - \\ &\quad - \sin \Phi (u - E(u))], \\ z(t) &= l / \pi \operatorname{am} u, \\ u &= \Omega t / 2, \quad \Omega = 2\pi c \beta_\perp / l, \quad \mu = 4\beta_\perp \beta_n / \beta_\perp, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $E(u)$  — неполный эллиптический интеграл второго рода,  $\operatorname{am} u$  — обратная функция от эллиптического интеграла первого рода,  $\operatorname{dn} u = \sqrt{1 - \mu \sin^2(\operatorname{am} u)}$  — эллиптическая функция Якоби, а  $(x_0, y_0)$  — положение частицы в поперечной плоскости при  $t=0$ . Здесь начало отсчета времени ( $t=0$ ) соответствует условию  $z(0)=0$ .

Поскольку всегда  $\mu \ll 1$ , можно воспользоваться разложением в ряд функций  $\operatorname{dn} u$ ,  $E(u)$  и  $\operatorname{am} u$  [6]. Пренебрегая членами порядка  $\mu^2$  и  $\mu^2$ , для траектории частицы в спиральном ондуляторе окончательно получаем

$$\begin{aligned} x &= x_0 + R \sin \Phi + c\beta_n \cos \Phi t - R \sin(\Omega_0 t + \Phi), \\ y &= y_0 - R \cos \Phi + c\beta_n \sin \Phi t + R \cos(\Omega_0 t + \Phi), \\ z &= c\bar{\beta} t + R\beta_n \sin \Omega_0 t, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$R = \frac{c}{\Omega} \beta_\perp, \quad \bar{\beta} = \sqrt{\beta^2 - \beta_n^2 - \beta_\perp^2}, \quad \Omega_0 = \frac{2\pi c}{l} \bar{\beta}.$$

Таким образом, при наклонном влете частицы в ондулятор под углами порядка  $(\beta_n - \beta_\perp)$ , где  $\beta_n$  — угол пролета, помимо поперечных колебаний появляются также продольные колебания с той же частотой  $\Omega_0$ . Нетрудно убедиться, что сохранение энергии электрона имеет место с достаточной точностью. При  $\beta_n = 0$  эта траектория переходит в известную траекторию для случая нормального пролета [4]. Если перейти в систему координат с осью  $z'$  в плоскости падения и составляющей угол  $\beta_n$  с осью ондулятора, то частица будет двигаться по винтовой линии с радиусом  $R$  и частотой  $\Omega_0$ .

Отметим, что наклонность пролета не будет влиять на спектральные характеристики излучения, образуемого при прохождении электрона через ондулятор с  $N$  периодами, если изменение фазы фурье-компоненты поля излучения мало по сравнению с единицей. Учет изменения фазы из-за использованного нами приближения приводит к условию

$$2\pi q N \beta_n \max(\beta_n, \gamma^{-1}) \ll 1. \quad (5)$$

Заметим также, что поле в ондуляторе имеет вид (1) только на оси [7]. Можно убедиться, что относительная поправка к полю (1) на расстоянии  $r$  от оси в практически интересных случаях есть величина порядка  $2\pi r/l$ . При этом, как показано в [3], в случае плоского ондулятора изменением траектории можно пренебречь при условии  $2\pi r/l \ll 1$ . Так как максимальное удаление от оси частицы с углом пролета  $\beta_n$  порядка  $Nl\beta_n$ , то погрешность фазы за счет изменения продольного движения будет  $2\pi q N \gamma \beta_n^2$ , а за счет изменения поперечного движения —  $2\pi q N \beta_n$ . Отклонение от оси за счет поперечных колебаний мало меняет фазу ( $\sim q\beta_{\perp}$ ), а начальное положение  $\rho_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$  приводит к изменению фазы на величину порядка  $2\pi q \rho_0/l$ .

Резюмируя, можно утверждать, что при выполнении условия (5) приближение (1) для поля в спиральном ондуляторе приемлемо и им можно пользоваться при исследовании спектральных характеристик излучения в случае наклонного пролета электрона. При этом спектральные характеристики могут отличаться от соответствующих характеристик излучения при нормальном пролете, если параметр наклонности  $\gamma\beta_n$  — порядка единицы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Motz H., Thon W., Whitehurst R. N. J. Appl. Phys., 24, 826 (1953) (перевод в сборнике «Миллиметровые и субмиллиметровые волны». Изд. ИЛ, М., 1959).
2. Combe R., Feix M. C. R. 237, 1318 (1953) (перевод в сборнике «Миллиметровые и субмиллиметровые волны». Изд. ИЛ, М., 1959).
3. Геворгян Л. А., Корхмазян Н. А. ЖЭТФ, 76, 1226 (1979).
4. Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г. Труды ФИАН СССР, 80, 100 (1975).
5. Корхмазян Н. А., Элбакян С. С. Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 7 (1971).
6. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. А. Абрамовица, И. Стиган. Изд. Наука, М., 1979.
7. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. Изд. ИЛ, М., 1961.

#### ՀԱՌԱԳԱՅՑՄԱՆ ՍՊԵԿՏՐԱԼ ԲԵՆԻՓԱԳՐԵՐԻ ՎՐԱ ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ԱՆՑՄԱՆ ԹԵՔՆԻԹՅԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՕՆԴՈՒՅԱՏՈՐԱՅԻՆ

Լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ռ. Վ. ԹՈՄԱՆՅԱՆ

Ստացված է էլեկտրոնի հետագծի անալիտիկ տեսքը սպիրալային օնդուլատորով թեքով լայնքի անցնելու դեպքում: Բացահայտված է օնդուլատորի դաշտի օգտագործված մոտավորության կիրառելիության պայմանը: Ցույց է տրված, որ թեքության պատճառով էլեկտրոնի ճառագայթման սպեկտրալ բնութագրերի փոփոխությունը ավելի նկատելի է, երբ անցման անկյունը մոտենում է ճառագայթման բնութագրիչ անկյանը:

#### THE INFLUENCE OF ELECTRON TRAJECTORY INCLINATION ON SPECTRAL CHARACTERISTICS OF UNDULATOR RADIATION

L. A. GEVORGYAN, R. V. TUMANYAN

An analytic expression for the trajectory of a charged particle at its inclined transition through the spiral undulator is obtained for the first time. The validity of the approximation made for the undulator magnetic field is discussed. It is shown, that the change in spectral characteristics of the charged particle radiation due to the inclination becomes more noticeable as the inclination angle approaches the characteristic angle of the radiation.