Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 21, вып. 1, 38—45 (1985)

УДК 537.525.1

О РАДИАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КОНТРАГИРОВАННОМ РАЗРЯДЕ

А. В. ЕЛЕЦКИЙ

ИАЭ им. И. В. Курчатова

Р. В. ЧИФЛИКЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 27 февраля 1984 г.)

На основании уравнения баланса для плотности электронов исследуется характер радиального распределения заряженных частиц в контрагированном разряде. Показано, что в основной области разряда, где образование заряженных частиц в объеме за счет ионизации несущественно, указанное распределение с достаточно высокой степенью точности аппроксимируется функцией $N_e \sim 1/r^2$. Эта зависимость справедлива везде, за исключением узкой приосевой области разрядной трубки, где радиальная зависимость плотности электронов оказывается существенно более слабой. Полученные распределения $N_e(r)$ используются для расчета вольт-амперных характеристик положительного столба контрагированного разряда в инертных газах в случае нетепловой контракции.

1. Как известно [1—3], сжатие или контракция разряда возникает в условиях, когда образование свободных электронов происходит в узкой приосевой области разрядной трубки, а основной механизм их нейтрализации связан с процессом объемной рекомбинации. Задача нахождения радиального распределения плотности заряженных частиц в этих условиях наталкивается на математические трудности, возникающие при решении нелинейного дифференциального уравнения второго порядка с функцией источника, резко зависящей от радиальной координаты. В настоящей работе показано, что эти трудности можно преодолеть в рамках аналитического подхода, основанного на предположении о том, что область образования заряженных частиц в разряде мала по сравнению с радиусом разрядной трубки.

2. Будем рассматривать разряд в инертном газе повышенного давления при условиях, когда состояние разряда является контрагированным. Это соответствует давлениям газа, превышающим несколько десятков Торр, и диапазону изменения разрядных токов примерно от 0,01 до 0,1 А. В рассматриваемых условиях основным типом ионов являются молекулярные ионы R_2^+, а причиной резкой радиальной неоднородности интенсивности образования свободных электронов в разряде может быть как термическая неоднородность положительного столба разряда [2], так

и резкая зависимость константы скорости ионизации от степени ионизации плазмы [4].

Стационарные уравнения баланса для плотностей электронов и возбужденных атомов инертных газов в типичных разрядных условиях имеют следующий вид

$$\begin{gathered} \operatorname{div} D_a \operatorname{grad} N_e + K_{\text{ст}} N_a^{*} N_e - \alpha_{\text{д. р}} N_e^2 = 0, \\ K_{\text{в}} N_a N_e - K_{\text{ст}} N_a^{*} N_e - \frac{N_a^{*}}{\tau} = 0. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь D_a —коэффициент амбиполярной диффузии заряженных частиц, $K_{\text{ст}}$ —константа ступенчатой ионизации атомов, $K_{\text{в}}$ —константа возбуждения нейтральных атомов, которая может резко зависеть от плотности электронов и их температуры, $\alpha_{\text{д.р}}$—коэффициент диссоциативной рекомбинации, τ—эффективное время жизни возбужденного состояния с учетом пленения резонансного излучения, N_a, N_a^{*} и N_e —соответственно плотности нейтральных атомов, возбужденных атомов и электронов.

Как легко убедиться, диффузия возбужденных атомов практически не влияет на их баланс. Кроме того, предполагается, что ступенчатая ионизация атомов происходит в основном через одно возбужденное состояние атома. Это предположение справедливо в условиях резкой зависимости константы возбуждения от параметров плазмы, когда концентрация возбужденных атомов намного меньше своего равновесного значения [5]. Указанное предположение несколько занижает абсолютное значение частоты ионизации, однако, как будет видно из дальнейшего, оно позволяет достаточно полно выявить основные качественные особенности контрагированного разряда.

Исключив из системы уравнений (1) плотность возбужденных частиц N_a^{*}, получаем следующее уравнение баланса для плотности электронов:

$$D_a \Delta N_e + \nu_i N_e - \alpha_{\text{д. р}} N_e^2 = 0, \tag{2}$$

где

$$\nu_i = \frac{K_{\text{в}} N_a}{1 + (K_{\text{ст}} N_e \tau)^{-1}}.$$

Уравнение (2) должно удовлетворять граничным условиям

$$N_e(R) = N_e'(0) = 0, \tag{3}$$

где R—радиус трубки.

Для контрагированного разряда, как известно, справедливо соотношение

$$l_d = \left(\frac{D_a}{\alpha_{\text{д. р.}} N_e}\right)^{1/2} \ll R,$$

где l_d — диффузионная длина, на которую дрейфует электрон за время рекомбинации $(\alpha_{\text{д. р.}} \overline{N}_e)^{-1}$, $\overline{N}_e$ — характерное значение для плотности электронов в разрядной трубке. При этом функция ν_i характеризуется весьма резкой радиальной зависимостью, т. е. в нулевом при ближении можно ввести характерный размер области ионизации $r_0 \ll R$, такой, что

$$\nu_i (0 < r \leqslant r_0) = \nu_i^0, \qquad\qquad (4)$$
$$\nu_i (r_0 < r < R) = 0.$$

Прежде, чем найти распределение электронов по радиусу в цилиндрической трубке, найдем его в случае одномерного разряда.

3. Распределение плотности электронов во внешней области, где ионизация отсутствует, в случае плоской геометрии разряда определяется уравнением

$$Y'' - \beta Y^2 = 0, \qquad (5)$$

где

$$Y(\tilde{x}) = \frac{N_e(r)}{N_e(0)}, \quad \tilde{x} = \frac{r - r_0}{R}, \quad \beta = \frac{\alpha_{д.\ р.} N_e^0 R^2}{D_a}, \quad N_e^0 = N_e|_{r=r_0},$$

r имеет смысл линейного размера, $R = 0{,}5\ L_1$, L_1 — наибольшая длина электродов, ограничивающих область горения разряда. Это уравнение правильно описывает пристеночную область цилиндрической трубки $r_0 \ll r \lesssim R$.

Первый интеграл уравнения (5), как легко убедиться, имеет вид

$$Y'^2 = \frac{2}{3} \beta Y^3 + C_1, \qquad (6)$$

причем в силу условия $Y(1) = 0$ постоянная интегрирования C_1 всегда положительна. Вводя новую переменную $u = (\beta/6)^{1/2} \tilde{x}$, приходим к уравнению

$$\left(\frac{dY}{du}\right)^2 = 4\,Y^3 + \frac{6\,C_1}{\beta}, \qquad (7)$$

решением которого является эллиптическая функция Вейерштрасса $Y = P(u + C_2)$ с инвариантами $q_2 = 0$ и $q_3 = -6C_1/\beta$ [6]; C_2 — постоянная интегрирования.

Для нахождения C_1 и C_2 воспользуемся граничными условиями $Y|_{\tilde{x}=1} = 0$ и $Y|_{\tilde{x}=0} = 1$ (в области $0 \lesssim \tilde{x} \lesssim 1$ ионизация пренебрежимо мала). Воспользовавшись стандартной методикой обращения с функциями Вейерштрасса [6], из первого граничного условия получаем связь между C_1 и C_2:

$$\left(\frac{\beta}{6}\right)^{1/2} + C_2 = 0{,}9 \left(\frac{\beta}{6C_1}\right)^{1/6}. \qquad (8)$$

Из второго граничного условия следует

$$C_2 \approx 0{,}93. \qquad (9)$$

Имея в виду, что в контрагированном разряде $\beta = \alpha_{д.\ р} N_e^0\ R^2/D_a \sim 10^3$, из соотношений (8) и (9) получаем

$$C_1 \approx \frac{19}{\beta^2}. \qquad (10)$$

Легко убедиться, что интересующая нас область ($u \lesssim (\beta/6)^{1/2}$) изменения параметра u много меньше периода $2\omega_2 \simeq 6\,(\beta/6)^{1/2}$ функции $Y(u)$. Это позволяет воспользоваться разложением функции $Y(u)$ в ряд по степеням u, который в рассматриваемой области быстро сходится и имеет вид

$$Y(u) = \frac{1}{u^2} + \frac{q_3}{28} u^4 + \frac{q_3^2}{13 \cdot 28^2} u^{10} + \cdots. \tag{11}$$

Простой расчет с учетом (10) показывает, что отбрасывание второго слагаемого приводит к ошибке, не превышающей 2%. Вклад остальных слагаемых еще меньше.

С учетом вышесказанного имеем

$$Y(u) = P(u + C_2) \simeq \left[1 + \left(\frac{\beta}{6}\right)^{1/2} x\right]^{-2}.$$

Переходя вновь к исходным переменным, для $N_e(r)$ получаем

$$N_e(r) \approx N_e(r_0)\left[1 + \left(\frac{\beta}{6}\right)^{1/2} \frac{r}{R}\right]^{-2}. \tag{12}$$

При условии $(\beta/6)^{1/2} \gg 1$ в области $r \gtrsim r_1$ функция (12) принимает вид

$$N_e(r) \approx \frac{6D_a}{\alpha_{\text{д.р}}\, r^2}. \tag{13}$$

Для полного решения задачи необходимо найти размер области r_1, где в основном распределены электроны. Величина этого параметра зависит от физического механизма контракции, т. е. от того, какова физическая причина резкой радиальной зависимости константы скорости ионизации атомов инертного газа электронным ударом. В случае нетепловой контракции (см., например, [7]) этой причиной является резкая зависимость ν_i от степени ионизации плазмы $\gamma = N_e/N_a$, обусловленная зависимостью функции распределения электронов по скоростям от параметра γ в области пороговых энергий.

Найдем теперь связь между внутренними параметрами задачи и радиусом контрагированного столба r_1. Используем для этого приближенный метод решения уравнения баланса (2) для $N_e(r)$ с граничными условиями (3), разработанный в [8]. Согласно этому методу радиальная зависимость плотности электронов аппроксимируется выражением

$$N_e(r) = N_e(0)\, \frac{\exp(-\delta r^2) - \exp(-\delta R^2)}{1 - \exp(-\delta R^2)}. \tag{14}$$

В (14) автоматически учитываются граничные условия (3), а искомый параметр $\delta = 1/r_1^2$ учитывает степень сжатия разряда. Для нахождения r_1 с учетом (14) уравнение баланса (2) записывается при $r=0$ и интегрируется по $L_2 dr$ по всему сечению плоского разряда (L_2—меньшая длина электродов). В результате несложных выкладок с использованием конкретных зависимостей внутренних параметров плазмы от γ и T_e для r_1 получаем

$$r_1=\left[\frac{2D_a}{\alpha N_e(0)}\right]^{1/2}\frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{b}{2}\right)^{1/2}-1}}, \tag{15}$$

где $b=d\ln K_в/d\ln N_e$— параметр, характеризующий степень резкости зависимости частоты возбуждения от степени ионизации плазмы.

4. Рассмотрим теперь случай цилиндрической геометрии. В области $r_1<r<R$, где ионизация отсутствует, уравнение баланса (2) принимает вид

$$D_a\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dN_e}{dr}\right)-\alpha_{д.р}N_e^2=0, \tag{16}$$

причем граничное условие $N_e(r_1)=N_e^0$ должно определяться путем сшивки решения уравнения (16) с решением уравнения (2) во внутренней области $0\lesssim r\lesssim r_1$ (здесь r—радиальная координата).

Непосредственной подстановкой легко убедиться, что уравнению (16) удовлетворяет функция

$$N_e(r)=\frac{4D_a}{\alpha_{д.\,р}N_e^2}, \tag{17}$$

которая аналогична полученной выше функции (13). Такое решение не удовлетворяет граничному условию $N_e(R)=0$, однако в силу условия $r_1\ll R$ из (17) следует, что

$$\frac{N_e(R)}{N_e(r_1)}=\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\ll 1.$$

Таким образом, в соответствии с решением (17) плотность $N_e(r)$ вблизи стенок трубки ничтожно мала по сравнению с приосевым значением и граничное условие нарушается лишь формально. Следует отметить, что $N_e(r)$, задаваемая формулой (17), является несколько заниженной по сравнению с точным решением, ибо в реальной ситуации частота ионизации в области $r_1\lesssim r<R$ отлична от нуля, хотя и очень мала.

Решение (17), которое верно описывает поведение $N_e(r)$ на достаточно больших расстояниях от оси, необходимо сшить с решением уравнения (2) в центральной зоне. Как видно из решения одномерной задачи, радиальное распределение $N_e(r)$ в приосевой области с достаточно высокой точностью аппроксимируется выражением (14), где r уже имеет смысл радиальной координаты, а не линейного размера. Сшивка с решением уравнения (17) производится в точке $r=r_1$, причем r_1 определяется с помощью того же приближенного метода, которым была получена оценка (15) в одномерном случае. Применительно к цилиндрической трубке для r_1 получаем следующее выражение

$$r_1=\left[\frac{8D_a}{\alpha_{д.р}N_e(0)b}\right]^{1/2}. \tag{18}$$

Итак, можно считать надежно установленным, что для внутренней области разрядной трубки $(0<r<r_1)$ радиальное распределение электронов определяется выражением (14), а во внешней, основной области $(r_1<r<R)$,—выражением (17).

Следует отметить, что лапласиан для плотности $N_e(r)$, описываемой формулой (17), положителен, т. е. для внешней области диффузионные процессы являются не каналами потерь для электронов (как это имеет место в приосевой области), а являются источником их рождения за счет дрейфа электронов из приосевой зоны. Заметим, что в случае плавного, например, бесселевского распределения электронов лапласиан отрицателен всюду и, следовательно, диффузия здесь всюду является каналом потерь. Вышесказанное согласуется с данными работы [9], в которой подробно рассматриваются условия для введения «эффективной диффузионной длины»—характерного размера токового шнура в диффузионном и контрагированном разрядах.

Ток, протекающий через трубку, с учетом выражений (14), (17) и (18) можно записать в виде

$$I = \frac{4\pi e w_{д.р} D_a}{a_{д.р.}} \left[\frac{2\left(1 - \frac{1}{e}\right)}{b} + \ln \frac{a N_e(0) R^2}{8 D_a} b \right]. \tag{19}$$

Воспользовавшись выражениями (2) и (18), исключим явную зависимость тока от плотности электронов, содержащуюся в $b = d \ln K_в / d \ln N_e$. Как видно из (2), частота ионизации, сама будучи экспоненциально резко возрастающей функцией от E/N_a и N_e/N_a, меняется весьма плавно по степенному закону. Отсюда следует, что скорости изменения N_e/N_a и E/N_a имеют разные знаки и ВАХ падает.

5. Сравним полученное решение (17) с результатами работ других авторов. В работе [10] численными методами были найдены решения уравнения (2) для различных степеней резкости спадания по радиусу частоты ионизации. При расчете контрагированных распределений там использовался подход, аналогичный рассматриваемому нами, а именно: в грубом приближении весь объем трубки разбивался на две области (приосевую, с активной ионизацией, и остальную, где ионизации практически нет).

На рис. 1 приведены кривые зависимости $Y = N_e(r)/N_e(0)$ от $x = r/R$ из указанной работы и полученную нами. Видно, что найденное

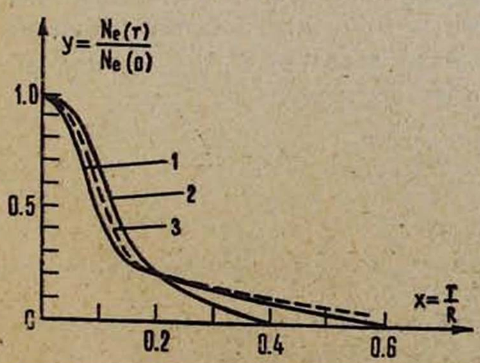

Рис. 1. Радиальное распределение заряженных частиц в безразмерных координатах: 1 — расчет [10]; 2 — эксперимент [11]; 3 — наш расчет.

нами приближенное решение уравнения (16), задаваемое формулами (14) и (17), хорошо совпадает с точным численным решением. На том же рисунке приводится зависимость $Y(x)$, полученная экспериментально [11].

На рис. 2 приводится график зависимости характерного радиуса контрагированного шнура r_1 от T_e, определяемой формулой (18), для неона при $P=100$ Торр. Значения b брались из предыдущей работы ав-

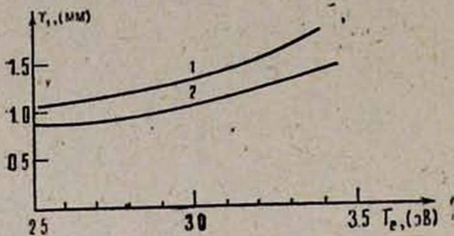

Рис. 2. Зависимость характерного радиуса контрагированного столба от T_e в неоне при $P = 100$ Торр, $R = 1$ см: 1 — расчет [12]; 2 — наш расчет.

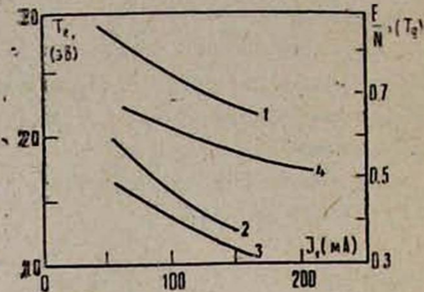

Рис. 3. ВАХ для N_e при $P = 100$ Торр, $R = 1$ см: 1 — расчет [13]; 2 — эксперимент [13]; 3 — эксперимент [14]; 4 — наш расчет.

торов [4]. Для сравнения приводится также результат численного расчета из работы [12].

На рис. 3 приводится ВАХ, полученная на основе выражения (19) для N_e при $P=100$ Торр. На том же рисунке приведены экспериментальная и теоретическая кривые из работы [13] и экспериментальная кривая из работы [14]. Вид формулы для $K_в$ брался из [4], а зависимость остальных параметров от E/N_a и N_e/N_a — из [15]. Некоторое различие результатов расчета и экспериментальных данных может быть объяснено использованием в настоящей работе модельного предположения о механизме ступенчатой ионизации через одно возбужденное состояние атома. Как указывалось выше, это предположение приводит к заниженным значениям частоты ионизации и, следовательно, к необходимости увеличения отношения E/N_a, требуемого для поддержания разряда при заданных внешних параметрах трубки (ток, давление газа, радиус). При малых токах и относительно высоких значениях напряженности электрического поля число возбужденных состояний, через которые происходит ступенчатая ионизация, уменьшается, что объясняет наблюдаемое на рис. 3 уменьшение расхождения между теорией и экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kenty G.* Phys. Rev., 126, 1235 (1962).
2. *Елецкий А. В., Рахимов А. Т.* В сб. «Химия плазмы». Атомиздат, М., 1977, вып. 4, с. 123.
3. *Райзер Ю. П.* Основы современной физики газоразрядных процессов. Изд. Наука, М., 1980.
4. *Елецкий А. В., Чифликян Р. В.* Физика плазмы, 9, 854 (1983)
5. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. Изд. Наука, М., 1982.

6. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математически ми таблицами. Под ред. М. А. Абрамовица, И. Стиган. Изд. Наука, М., 1979.
7. *Голубовский Ю. Б., Зонненбург Р.* ЖТФ, 49, 295, 754 (1979).
8. *Смирнов Б. М.* Физика слабоионизованного газа. Изд. Наука, М., 1978.
9. *Rogoff G. L.* J. Appl. Phys., 52, 6601 (1981).
10. *Голубовский Ю. Б., Лягущенко Р. И.* ЖТФ, 46, 2327 (1976).
11. *Prins M., Smits R. M. M.* Proc. of the XII Intern. Conf. on Phen. in Ion. Gas. Eindhoven, 1975, p. 67.
12. *Голубовский Ю. Б., Лягущенко Р. И.* ЖТФ, 47, 1852 (1977).
13. *Wagner L. S., Colubowsky Ju. B., Ljagustschenko R. I.* Proc. of the XIII Intern. Conf. on Phen. in Ion. Gas. Berlin, 1977, p. 243.
14. *Smits R. M. M., Prins M.* Physica, 96C, 262 (1979).
15. *Dutton J.* J. Chem. Phys., Ref. Data, 4, 577 (1975).

ՍԵՂՄՎԱԾ ՊԱՐՊՄԱՆ ՄԵՋ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՇԱՌԱՎՂԱՅԻՆ ԲԱՇԽՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Վ. ԷԼԵՑԿԻ, Ռ. Վ. ՉԻՖԼԻԿՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ սեղմված պարպումի հիմնական տիրույթում (բացառությամբ առանցքային տիրույթի), որտեղ լիցքավորված մասնիկների գոյացումը ի հաշիվ իոնիզացման էական չէ, շառավղային բաշխումը բավականին մեծ ճշտությամբ նկարագրվում է $N_e \sim 1/r^2$ ֆունկցիայով։ Գտնված $N_e(r)$ բաշխումը կիրառվում է իներտ գազերում դրական սյան վոլտ-ամպերային բնութագրի հաշվարկի համար ոչ ջերմային սեղման դեպքում։

ON THE RADIAL DISTRIBUTION OF CHARGED PARTICLES IN THE CONSTRICTED DISCHARGE

A. V. ELETSKIJ, R. V. CHIFLIKYAN

It is shown, that in the main region of the constricted discharge (except for the axial part), where the formation of charged particles by ionization is unimportant, the radial distribution of electrons is approximated with high degree of accuracy by the function $N_e \sim \frac{1}{r^2}$. The obtained distribution $N_e(r)$ is used for the calculation of voltage-current characteristics of the positive column for inert gases in the case of nonthermal constriction.