

УДК 533.951

ПОТЕНЦИАЛ, СОЗДАВАЕМЫЙ В ПЛАЗМЕ БЫСТРЫМ ЗАРЯЖЕННЫМ КЛАСТЕРОМ, ОРИЕНТИРОВАННЫМ ПОД МАЛЫМИ УГЛАМИ К НАПРАВЛЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ

Э. А. АКОПЯН, Г. Г. МАТЕВОСЯН

Институт радиофизики и электроники АН АрмССР

(Поступила в редакцию 24 сентября 1984 г.)

Рассмотрено взаимодействие быстрых заряженных частиц в плазме. Получено выражение для потенциала взаимодействия заряженных частиц. Показано, что потенциал взаимодействия имеет осциллирующий знакопеременный характер.

1. Введение

Потенциал, создаваемый в среде движущейся заряженной частицей, имеет ряд особенностей, которые отличают его от потенциала неподвижной частицы. Проявляется это, прежде всего, в том, что потенциал движущейся в среде заряженной частицы не является сферически симметричным: потенциал перед частицей отличается от потенциала позади нее. На существование такой асимметрии впервые указал в 1948 г. Н. Бор [1]. Согласно Бору позади быстрой заряженной частицы, движущейся в среде, возникают колебания плотности электронов среды, тогда как впереди частицы среда остается электрически нейтральной. Быстрой частица считается в том смысле, что скорость ее движения больше характерных для среды скоростей (тепловых, скорости Ферми и т. п.). Потенциал, создаваемый осциллирующими позади заряженной частицы электронами среды, получил название кильватерного потенциала (wake potential).

В ряде работ [2—10] были проведены аналитический и машинный расчеты этого потенциала с использованием различных моделей функции диэлектрической проницаемости среды. Появление работ, в которых рассчитывался кильватерный потенциал, было связано с большим числом экспериментов, проведенных за последнее десятилетие, в которых изучалось прохождение пучков молекулярных ионов через тонкие фольги (обзоры [7, 8]). В этих экспериментах было обнаружено действие кильватерного потенциала на движение продуктов распада молекулярного иона внутри фольги.

Кильватерный потенциал, создаваемый быстрой частицей, движущейся в плазме с максвелловским распределением числа частиц по скоростям, рассчитан в работе [3]. Существенным недостатком полученного в этой работе выражения для кильватерного потенциала является расходимость его на всей траектории движения заряженной частицы.

В настоящей работе проводится расчет потенциала взаимодействия двух заряженных частиц, движущихся в плазме с максвелловским распределением числа частиц по скоростям.

2. Общие соотношения

Рассмотрим бесконечную однородную изотропную среду, в которой движутся две частицы, имеющие заряды q_1 и q_2 [10]. Будем считать, что движение этих частиц мало меняет диэлектрические свойства среды, которую будем описывать функцией диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$.

В случае, когда скорости движения частиц меньше световой, электрическое поле в среде можно считать потенциальным и описывать его с помощью уравнения Пуассона

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi [q_1 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) + q_2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)]; \quad (1)$$

$\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ — радиус-векторы первой и второй частицы, $\mathbf{D}$ — вектор электрической индукции. Будем считать также, что скорости частиц мало изменяются за все время движения в среде, так что движение частиц незначительно отличается от равномерного прямолинейного движения:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{u}_1 t + \mathbf{a}, \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{u}_2 t + \mathbf{b}. \quad (2)$$

Подставляя выражения (2) в уравнение (1), найдем с помощью преобразования Фурье формулы, описывающие потенциал $\varphi(\mathbf{r}, t)$ и напряженность электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ в среде:

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}, t) = & \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \left\{ q_1 \frac{\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{u}_1 t - \mathbf{a})]}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_1, \mathbf{k})} + \right. \\ & \left. + q_2 \frac{\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{u}_2 t - \mathbf{b})]}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_2, \mathbf{k})} \right\}, \quad (3) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = & -i \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} \frac{\mathbf{k}}{k^2} \left\{ q_1 \frac{\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{u}_1 t - \mathbf{a})]}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_1, \mathbf{k})} + \right. \\ & \left. + q_2 \frac{\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{u}_2 t - \mathbf{b})]}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_2, \mathbf{k})} \right\}. \end{aligned}$$

Полагая в (3) $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 = \mathbf{u}_1 t + \mathbf{a}$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 = \mathbf{u}_2 t + \mathbf{b}$, можно получить соответственно выражения для потенциала и напряженности электрического поля в точках нахождения первой ($\varphi_1, \mathbf{E}_1$) и второй ($\varphi_2, \mathbf{E}_2$) частиц:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \left\{ q_1 \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_1, \mathbf{k})} + q_2 \frac{\exp(i\mathbf{k}[\mathbf{r}_0 + (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)t])}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_2, \mathbf{k})} \right\}, \\ \varphi_2 = & \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \left\{ q_2 \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_2, \mathbf{k})} + q_1 \frac{\exp(-i\mathbf{k}[\mathbf{r}_0 + (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)t])}{\varepsilon(\mathbf{k}\mathbf{u}_1, \mathbf{k})} \right\}, \quad (4) \end{aligned}$$

$$E_1 = -i \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{k}{k^2} \left\{ q_1 \frac{1}{\varepsilon(ku_1, k)} + q_2 \frac{\exp(i k [r_0 + (u_1 - u_2) t])}{\varepsilon(ku_2, k)} \right\}, \quad (5)$$

$$E_2 = -i \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{k}{k^2} \left\{ q_2 \frac{1}{\varepsilon(ku_2, k)} + q_1 \frac{\exp(-i k [r_0 + (u_1 - u_2) t])}{\varepsilon(ku_1, k)} \right\},$$

где $r_0 = a - b$. Члены, входящие в выражения (5), имеют простой физический смысл: первые члены описывают силу динамического трения, вторые члены — силу, обусловленную наличием в среде другой частицы. Выражения (4) и (5) несколько упрощаются, если скорости движения частиц равны: $u_1 = u_2 = u$.

3. Потенциал, создаваемый быстрыми заряженными частицами, движущимися в плазме

Рассмотрим случай, когда заряженные частицы движутся в плазме с максвелловским распределением числа частиц по скоростям. В этом случае функция диэлектрической проницаемости задается хорошо известным выражением [11]

$$\varepsilon(\omega, k) = 1 + \frac{1 - J_+(\omega/kv_{Te})}{k^2 r_{De}^2} + \frac{1 - J_+(\omega/kv_{Ti})}{k^2 r_{Di}^2}, \quad (6)$$

где r_{De} и r_{Di} — дебаевские радиусы электронов и ионов плазмы, v_{Te} и v_{Ti} — их тепловые скорости.

Ограничимся рассмотрением движения быстрых частиц ($u \gg v_{Te} \gg v_{Ti}$). В этом случае можно пренебречь вкладом ионов в функцию диэлектрической проницаемости (6). В дальнейших вычислениях мы будем пользоваться вместо точного выражения (6) некоторым модельным представлением для функции $\varepsilon(\omega, k)$, а именно, будем считать, что

$$\operatorname{Re} \varepsilon(\omega, k) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{k^2 r_{De}^2} & \text{при } \frac{\omega}{kv_{Te}} < 1 \\ 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} & \text{при } \frac{\omega}{kv_{Te}} > 1, \end{cases} \quad (7)$$

$$\operatorname{Im} \varepsilon(\omega, k) = 0.$$

Соотношения (7) получаются из (6) с использованием асимптотических выражений для функции J_+ при малых и больших значениях аргумента.

Использование формул (7) позволяет получить более простые аналитические выражения для потенциала в точках нахождения первой и второй частиц. Обозначим проекции вектора r_0 на направление вектора u через z и на направление, перпендикулярное вектору u , через ρ . Будем считать, что z и ρ принимают только положительные значения. Это означает, что вектор $r_1 = ut + a$ соответствует передней частице, а вектор $r_2 = ut + a + b$ — задней. Рассмотрение отрицательных значений ρ не меняет физической картины и означает просто поворот системы взаимодействующих

частиц на угол 180° вокруг вектора u . Отрицательные значения z соответствуют случаю, когда передняя и задняя частицы (с зарядами q_1 и q_2) переставлены местами.

В случае, когда угол ориентации частиц относительно вектора u мал ($z \geq \rho\lambda$, где $\lambda = u/v_{Te}$), для потенциалов в точке нахождения передней (φ_1) и задней (φ_2) частиц получаем выражения

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{q_2}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} - \frac{q_2}{z} [1 - \exp(-z/\lambda r_{De}) \operatorname{ch}(\rho/\lambda r_{De})], \\ \varphi_2 &= \frac{q_1}{q_2} \varphi_1 - \frac{2q_1}{\lambda r_{De}} \sin(z/\lambda r_{De}) [K_0(\rho/\lambda r_{De}) + \operatorname{ci}(\rho/\lambda r_{De})],\end{aligned}\quad (8)$$

где ch , ci — гиперболический и интегральный косинусы, K_0 — функция Макдональда.

Первые члены в формулах (8) описывают сферически симметричный кулоновский потенциал взаимодействия, вторые члены — симметричную экспоненциально убывающую с расстоянием между частицами часть кильватерного потенциала. Третий член в выражении φ_2 описывает осциллирующую знакопеременную дальнедействующую часть кильватерного потенциала, действующую на заднюю частицу.

Выражения (8) упрощаются в случаях, когда расстояние ρ между частицами в поперечном направлении больше ($\rho > \lambda r_{De}$) или меньше ($\rho < \lambda r_{De}$) дебаевского радиуса электронов плазмы. Подставляя в формулы (8) асимптотические значения функций K_0 , ch и ci , для потенциалов φ_1 и φ_2 получим следующие выражения:

при $\rho > \lambda r_{De}$

$$\varphi_1 = \frac{q_2}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} - \frac{q_2}{z} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \exp[-(z/\lambda r_{De}) - (\rho/\lambda r_{De})] \right\}, \quad (9)$$

$$\varphi_2 = \frac{q_1}{q_2} \varphi_1 - \frac{2q_1}{\rho} \sin(z/\lambda r_{De}) \cos(\rho/\lambda r_{De});$$

при $\rho < \lambda r_{De}$

$$\varphi_1 = \frac{q_2}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} - \frac{q_2}{z} [1 - \exp(-z/\lambda r_{De})], \quad (10)$$

$$\varphi_2 = \frac{q_1}{q_2} \varphi_1 - \frac{2q_1}{\lambda r_{De}} \ln(2\lambda) \sin(z/\lambda r_{De}).$$

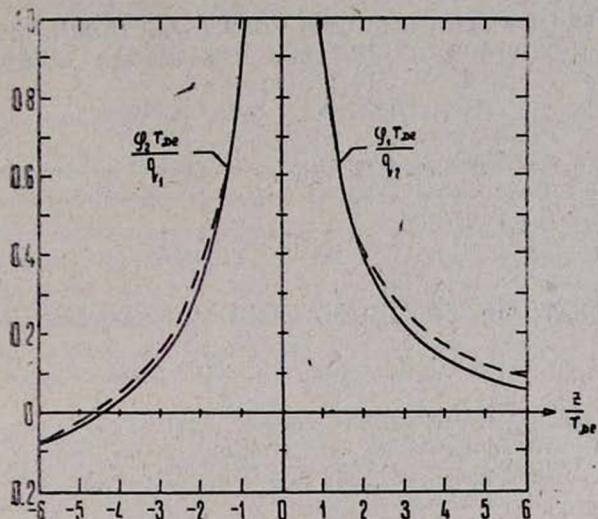
Сравним выражение для потенциала φ_2 в точке нахождения задней частицы из (8) с выражением для кильватерного потенциала, полученного в работе [3]:

$$\varphi = \frac{2q_1}{\lambda r_{De}} \sin(z/\lambda r_{De}) K_0(\rho/\lambda r_{De}). \quad (11)$$

Как видно из (10), выражение для потенциала в точке нахождения задней частицы (8), в отличие от выражения (11), не содержит расходимости

при $\rho = 0$. Это обстоятельство связано с более последовательным чем в работе [3] учетом теплового движения электронов плазмы (дебаевской экранировки при значениях $|ku| < kv_{Te}$).

На рисунке приведены результаты сравнения потенциалов ϕ_1 и ϕ_2 , вычисленных по формулам (10), с результатами численного расчета с использованием точного выражения для функции электронной диэлектриче-



Зависимость потенциала взаимодействия заряженного кластера в точках нахождения передней (ϕ_1) и задней (ϕ_2) частиц от расстояния между ними. Частицы ориентированы по направлению скорости их движения ($\rho=0$). Сплошные кривые — результат машинного расчета [9], пунктирные — значения потенциалов, вычисленные согласно формулам (10).

ской проницаемости, выполненного в работе [9] (сплошные линии — результат машинного расчета, пунктирные — значения потенциалов, вычисленные по формулам (10)).

Отметим, что хорошее совпадение численного расчета с аналитическим (см. рисунок) имеет место только при учете дебаевской экранировки, которой обычно пренебрегают, если скорости заряженных частиц большие.

В заключение авторы благодарят Л. М. Горбунова за постоянный интерес к работе и ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bohr N. Kgl. Danske Videnskab, Mat. Fys. Medd., 18, 71 (1948).
2. Neufeld J., Ritchie R. H. Phys. Rev., 98, 1632 (1955).
3. Neelavathi V. N., Ritchie R. H., Brandt W. Phys. Rev. Lett., 33, 302 (1974).
4. Ritchie R. H., Brandt W., Echenique P. M. Phys. Rev., B 14, 4808 (1975).
5. Day M., Ebel M. Phys. Rev., B 19, 3434 (1979).
6. Echenique P. M., Ritchie R. H. Phys. Rev., B 21, 5854 (1980).
7. Remillieux J. NIM, 170, 31 (1980).

8. *Cemell D. S.* NIM, 170, 41 (1980).
9. *Chong—Lung Wang, Joyce G., Nicholson D. R. J.* Plasma Physics, 25, 225 (1981).
10. *Acopian E. A., Matevossian G. G.* Proc. of XVI ICPIG, Duesseldorf, Fed. Rep. Germany, 1983, p. 42.
11. *Силин В. П., Рухадзе А. А.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. Атомиздат, М., 1961.

ՀԱՐԺՄԱՆ ՈՒՂՂՈՒԹՅԱՆ ՆԿԱՏՄԱՄԲ ՓՈՔՐ ԱՆԿՑԱՆ ՏԱԿ ԿՈՂՄՆՈՐՈՇՎԱԾ ԱՐԱԳ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ԿԼԱՍՏԵՐԻ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԸ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ

Է. Ա. ՀԱԿՈՔՅԱՆ, Հ. Հ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ

Դիտարկված է պլազմայում շարժվող երկու արագ մասնիկների փոխազդեցությունը: Փոխազդեցության պոտենցիալի համար ուտացված է վերջավոր արտահայտություն, որն ունի նըշանափոխ տատանողական բնույթ:

INTERACTION OF FAST CHARGED PARTICLES IN PLASMA

E. A. AKOPIAN, G. G. MATEVOSSIAN

The interaction between two fast charged particles moving in the plasma characterized by Maxwellian distribution of the number of particles has been considered. Expressions were obtained for the interaction potential which proved to have oscillating character.