Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 20, вып. 4, 183—190 (1985)

УДК 539.12

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ПОПЕРЕЧНОМУ ИМПУЛЬСУ СЕЧЕНИЯ ТРЕХСТРУЙНОГО СОБЫТИЯ В e^+e^--АННИГИЛЯЦИИ

Ю. Г. ШАХНАЗАРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 18 июня 1984 г.)

В первом порядке КХД вычислено дифференциальное по переменным T (импульсу наиболее энергичного партона) и $x_\perp$ (поперечному относительно оси T импульсу каждого из двух остальных партонов) сечение трехструйного процесса $e^+e^- \to q\bar{q}g$. Найдено также проинтегрированное по всем T в области допустимых для трехструйного события значений $2/3 \leqslant T \leqslant T_0$ распределение по поперечному импульсу. С целью выяснения возможности идентификации кварк-антикварковых и глюонных струй исследован вклад трех областей, различающихся относительной величиной импульса глюона, в полученные распределения.

Одним из параметров, с помощью которых можно описывать наблюдаемые в e^+e^--аннигиляции трехструйные события, обусловленные процессом

$$e^+ + e^- \to q + \bar{q} + g,$$

является поперечный импульс [1]. Будучи линейной суммой поперечных относительно выделенной оси импульсов отдельных частиц, образующих струи, этот параметр, как и величина T [2, 3], менее других чувствителен к механизму фрагментации образующихся в реакции (1) партонов и позволяет сравнивать результаты эксперимента с предсказаниями КХД для исходного процесса (1). Он имеет наглядный физический смысл — это есть поперечный относительно оси T — импульса наиболее энергичной струи — импульс каждой из двух остальных струй в реакции (1). Поперечный импульс является важной характеристикой трехструйного события, позволяющей отличать эти события от двухструйных, для которых он обращается в нуль. Эта величина вместе с T могут использоваться в качестве независимых переменных для описания процесса (1). Квадрат ее отличается лишь постоянным множителем от параметра S [4]. Дифференциальное по переменным T и S сечение процесса (1) содержится в работе [3]*.

Если интересоваться истинно трехструйными событиями, то из допустимого кинематикой процесса (1) фазового объема необходимо исключить области, соответствующие испусканию мягких глюонов и глюонов, вылетающих в направлениях импульсов кварка или антикварка. В обоих

---

* Отметим, что последние два члена приведенного в указанной работе выражения (2.8) некорректны.

случаях мы по существу имеем дело с двухструйными событиями. На языке переменной T для исключения последних вводится параметр обрезания $T_0 < 1$ и в качестве допустимой области изменения T для трехструйного события рассматривается область $2/3 \leqslant T \leqslant T_0$ [1].

В настоящей работе для истинно трехструйных событий будет получено распределение по поперечному импульсу при фиксированном значении T, а также распределение, проинтегрированное по всем допустимым значениям T, и найден вклад отдельных кинематических областей [5], различающихся относительной величиной импульса глюона, в указанные распределения.

Будем исходить из проинтегрированного по углам дифференциального сечения процесса (1), которое при энергиях, когда массу кварков можно не учитывать, имеет вид [6, 7]

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{8\,\alpha^2 \alpha_s}{3s} \sum_a Q_a^2 \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}\,, \tag{2}$$

где суммирование проводится по всем ароматам, Q_a — заряд кварка аромата a в единицах e, α_s — бегущая константа связи в КХД, s — квадрат полной энергии реакции, $\mathbf{x}_i = 2\,\mathbf{p}_i/\sqrt{s}$ — безразмерный импульс i-партона ($i = 1, 2, 3$ соответственно для q, $\bar{q}$, g).

Введем индексы $i \neq j \neq k$, каждый из которых принимает значения 1, 2, 3, и положим $x_i \geqslant x_j \geqslant x_k$, т. е. мы считаем, что x_i является безразмерным импульсом наиболее энергичного партона среди образованных в реакции (1) кварка, антикварка и глюона ($x_i = T$), а x_k — импульсом наименее энергичного партона. Определим теперь поперечный относительно оси $\mathbf{x}_i = \mathbf{T}$ импульс (рис. 1)

$$[illegible] = x\ [illegible]\ \mathrm{n}\,\theta_{ij} = x_k \sin\theta_{ik}. \tag{3}$$

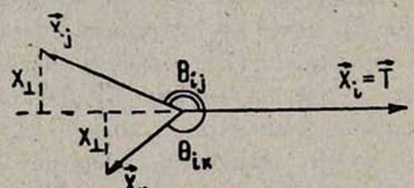

Рис. 1. Кинематика трехструйного события.

Используя законы сохранения энергии и импульса

$$x_i + x_j + x_k = 2,\ \mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j + \mathbf{x}_k = 0, \tag{4}$$

получаем

$$(x_\perp^i)^2 = 4\,\frac{(1-x_i)(1-x_j)(1-x_k)}{x_i^2}\,, \tag{5}$$

откуда при фиксированном значении $x_i = T$ находим пределы изменения $x_\perp^2$:

$$4\,\frac{(1-T)^2(2T-1)}{T^2} \leqslant x_\perp^2 \leqslant 1 - T. \tag{6}$$

На рис. 2 изображен фазовый объем в переменных T и $x_\perp$. Абсолютные пределы изменения этих переменных соответствуют точкам пересечения кривых $x_\perp = 2(1-T)(2T-1)^{1/2}/T$ и $x_\perp = (1-T)^{1/2}$: $x_\perp = 0$ при

$T=1$, $x_\perp = 1/\sqrt{3}$ при $T=2/3$. При фиксированном значении $x_\perp$ $T_{\max} = 1 - x_\perp^2$ и соответствует кинематической конфигурации, когда $x_j = x_k$, а $T_{\min}$ является корнем уравнения $T_{\min}^2 x_\perp^2 = 4(1 - T_{\min})^2 \times$ $\times (2T_{\min} - 1)$ и реализуется в случае $x_i = x_j = T_{\min}$.

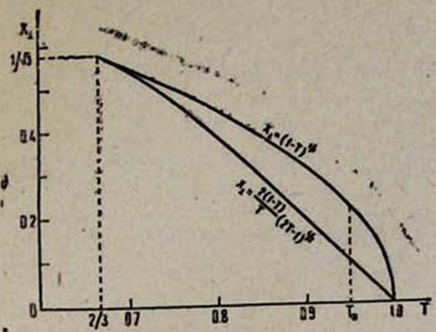

Рис. 2. Фазовый объем процесса (1) в переменных T и $x_\perp$.

Для перехода в сечении (2) от переменных x_1 и x_2, характеризующих кварк и антикварк, к переменным T и $x_\perp$ разобьем фазовый объем на области:

$$\text{I)}\ x_1 \geqslant x_2 \geqslant x_3,\ \text{II)}\ x_1 \geqslant x_3 \geqslant x_2,\ \text{III)}\ x_3 \geqslant x_1 \geqslant x_2, \tag{7}$$

т. е. мы проводим дифференциацию партонов по энергиям. Здесь не выписаны области, получающиеся из приведенных с помощью замен $x_1 \rightleftarrows x$ так как в силу симметрии исходного сечения (2) относительно этих замен они дают такой же вклад в сечение, как и указанные области (7).

Используя (4) и (5), выразим x_j и x_k через новые независимые перенме ные $x_i = T$ и $x_\perp$:

$$x_j = 1 - \frac{T}{2}(1-y) \equiv x_+,\ x_k = 1 - \frac{T}{2}(1+y) \equiv x_-,\ y \equiv \left(1 - \frac{x_\perp^2}{1-T}\right)^{1/2} \tag{8}$$

Замечая также, что

$$dx_1 dx_2 = dx_i dx_j = \frac{T x_\perp}{2(1-T)y} dT\, dx_\perp,$$

и нормируя получающееся из (2) выражение на полное сечение e^+e^--аннигиляции в адроны, которое в первом приближении по константе α_s имеет вид

$$\sigma_{\text{tot}} \equiv \sigma(e^+e^- \to \text{адроны}) = \frac{4\pi\alpha^2}{s}\left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right)\sum_a Q_a^2, \tag{9}$$

интересующее нас дифференциальное сечение для каждой из областей $n = \text{I, II, III}$ запишем так

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}}\frac{d\sigma_n}{dT\,dx_\perp} = \frac{2}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}\left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right)^{-1}\frac{T x_\perp}{(1-T)y} F_n, \tag{10}$$

где $F_n = (x_i^2 + x_j^2)/(1-x_1)(1-x_2)$ — функция, которая различает эти области. В силу топологической неразличимости кварковой и антикварковой струй в правой части выражения (10) добавлен множитель 2, учитывающий также вклад областей, о которых речь шла выше.

В области I, где глюонная струя является наименее энергичной, необходимо положить $i = 1$, $j = 2$, $k = 3$. Тогда

$$F_{\mathrm{I}} = \frac{T^2 + x_+^2}{(1-T)(1-x_+)} \,. \tag{11}$$

В области II, в которой глюонная струя является промежуточной по энергии ($i = 1$, $j = 3$, $k = 2$), имеем

$$F_{\mathrm{II}} = \frac{T^2 + x_-^2}{(1-T)(1-x_-)} \,. \tag{12}$$

И, наконец, в области III, где глюонная струя наиболее энергичная ($i=3$, $j = 1$, $k = 2$), получаем

$$F_{\mathrm{III}} = \frac{x_+^2 + x_-^2}{(1-x_+)(1-x_-)} \,. \tag{13}$$

Если не интересоваться происхождением струй, т. е. тем, образовалась ли та или иная струя в реакции (1) в результате фрагментации кварка (антикварка) или глюона, то суммарное распределение по T и $x_\perp$ будет иметь вид

$$\frac{1}{\sigma_{\mathrm{tot}}} \frac{d\sigma}{dT dx_\perp} = \frac{2}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right)^{-1} \frac{Tx_\perp}{(1-T)y} \left[\frac{T^2 + x_+^2}{(1-T)(1-x_+)} + \right.$$
$$\left. + \frac{T^2 + x_-^2}{(1-T)(1-x_-)} + \frac{x_+^2 + x_-^2}{(1-x_+)(1-x_-)} \right] . \tag{14}$$

Интегрирование последнего выражения по поперечному импульсу в пределах (6) приводит к результату работы [3] для $d\sigma/dT$.

Заметим, что следующим образом определенная величина

$$\left(1 + \frac{\pi}{\alpha_s}\right) \frac{1}{\sigma_{\mathrm{tot}}} \frac{d\sigma_n}{dT\, dx_\perp} = \frac{2}{3} \frac{Tx_\perp}{(1-T)y} F_n,$$

где F_n задается одним из выражений (11)—(13), а также соответствующее суммарное распределение являются функциями только безразмерных переменных T и $x_\perp$ и должны иметь одинаковую зависимость от этих переменных независимо от энергии реакции. Только параметр обрезания T_0, вводимый для исключения двухструйных событий (см. ниже), может зависеть от энергии, и то, по всей видимости, слабо.

Для получения количественных представлений о вкладе каждой из областей (7) в суммарное распределение на рис. 3 изображена зависимость величины

$$\left(1 + \frac{\pi}{\alpha_s}\right) \frac{1}{\sigma_{\mathrm{tot}}} \frac{d\sigma_n}{dx_\perp\, dy} = \frac{4}{3} \frac{T(1-T)}{x_\perp} F_n \quad (n = \mathrm{I, II, III}) \tag{15}$$

от поперечного импульса, а также суммарное распределение при некоторых значениях параметра T. В таблице приводятся пределы изменения поперечного импульса (округленные до тысячных долей) при каждом из рассмотренных значений T. С ростом T в интервале $2/3 \leqslant T \leqslant T_0$ область допустимых значений $x_\perp$ растет (рис. 2). Для параметра обрезания T_0 здесь и далее мы берем значение $T_0 = 0{,}95$.

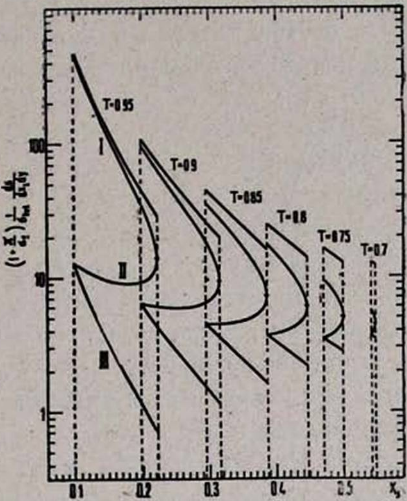

Рис. 3. Дважды дифференциальное сечение процесса (1) как функция поперечного импульса при некоторых значениях параметра T (верхние кривые). Вклады отдельных областей (7) изображаются соответствующими участками кривых между пунктирными прямыми (для значения $T = 0{,}95$ они отмечены значками I, II и III).

Поясним смысл изображенных на рис. 3 кривых на примере $T = 0{,}95$. В области I сечение (15) падает с ростом поперечного импульса от минимального при данном T значения $x_\perp$ до максимального (эти значения указаны вертикальными пунктирными прямыми). В области II с ростом по-

Таблица

T	$x_{\perp}$ экстр.	Относительный вклад отдельных областей в суммарное распределение (в %)		
		$n = $ I	$n = $ II	$n = $ III
0,70	0,542	43,46	28,27	28,27
	0,548	35,79	35,79	28,42
0,75	0,471	58,06	20,97	20,97
	0,500	39,27	39,27	21,46
0,80	0,387	70,58	14,71	14,71
	0,447	42,37	42,37	15,26
0,85	0,295	80,58	9,71	9,71
	0,387	45,01	45,01	9,98
0,90	0,199	88,40	5,80	5,80
	0,316	47,15	47,15	5,70
0,95	0,100	94,68	2.66	2,66
	0,224	48,80	48,80	2,40

перечного импульса сечение сначала убывает, а затем растет (при $T \leqslant 0{,}80$ наблюдается только рост). И наконец, в области III с ростом $x_\perp$ сечение падает. При значении $x_\perp = x_{\perp\,\min}(T)$ сечения в областях II и III численно равны. Это связано с тем, что при данном T минимальное значение поперечного импульса реализуется в случае $x_i = x_j = T$, когда, согласно (8), $x_+ = T$ и выражения (12) и (13) совпадают. Равенство сечений в областях I и II при значении $x_\perp = x_{\perp\,\max}(T)$ следует из того, что при условии $x_j = x_k$, которое имеет место в этом случае, $x_+ = x_-$ и $F_{\rm I} = F_{\rm II}$. Это понятно и физически — на границах областей должен иметь место переход из одной области в другую.

Рассмотрим теперь вклад отдельных областей в суммарное распределение, которое изображается верхней кривой при соответствующем значении T. В таблице для минимального и максимального при данном T значений поперечного импульса приведена относительная доля (в процентах) сечения (15) для отдельных областей в суммарное сечение. Заметим, что с изменением поперечного импульса относительные вклады рассматриваемых областей плавно меняются в указанных в таблице пределах. Прежде всего надо отметить, что относительный вклад области III практически не меняется с изменением поперечного импульса при всех значениях T (непостоянство составляет доли процента), что не так для двух других областей. Это проявляется в том, что на рис. 3 суммарное распределение при каждом T в точности повторяет поведение с $x_\perp$ сечения (15) в области III.

При небольших значениях T, например $T = 0{,}7$, нет заметного преобладания вклада какой-либо из областей. Поэтому кривая суммарного распределения в этом случае лежит значительно выше ее составляющих. С ростом T относительный вклад области III уменьшается, а области I увеличивается при всех допустимых значениях $x_\perp$, тогда как вклад области II вблизи нижнего предела изменения $x_\perp$ убывает, а вблизи верхнего предела возрастает. В результате при больших T вблизи верхнего предела изменения $x_\perp$ основной вклад в суммарное распределение дают области I и II, а вблизи нижнего предела изменения $x_\perp$ — область I. Так, можно утверждать, что при $T = 0{,}90$ в 94 случаях из 100 струя с максимальным импульсом является кварк-антикварковой при всех допустимых значениях $x_\perp$, а на нижнем пределе изменения $x_\perp$ в 88 случаях из 100 струя с минимальным импульсом является глюонной. При $T = 0{,}95$ соответствующие цифры более благоприятны с точки зрения идентификации кварк-антикварковых и глюонных струй: более чем в 97% случаев струя с максимальным импульсом является кварк-антикварковой и почти в 95% случаев струя с минимальным импульсом является глюонной (на нижнем пределе изменения $x_\perp$).

Если на эксперименте интересоваться событиями с определенным значением поперечного импульса $x_\perp$ независимо от величины T, что позволит иметь бо́льшую статистику, то сечение при такой постановке опыта можно получить из (14) интегрированием по T:

$$\frac{d\sigma}{dx_\perp} = \int\limits_{T_{\min}}^{T_0} dT \frac{d\sigma}{dT\,dx_\perp}, \quad \frac{2(1-T_0)}{T_0}(2T_0-1)^{1/2} \leqslant x_\perp \leqslant (1-T_0)^{1/2},$$

$$\frac{d\sigma}{dx_\perp} = \int\limits_{T_{\min}}^{1-x_\perp^2} dT \frac{d\sigma}{dT\,dx_\perp}, \quad (1-T_0)^{1/2} \leqslant x_\perp \leqslant 1/\sqrt{3}, \tag{16}$$

где $T_{\min}$ является корнем уравнения третьей степени, выписанного выше.

При значении $T_0 = 0{,}95$, которое мы используем для параметра обрезания, областью определения первого интеграла является область $0{,}100 \leqslant x_\perp \leqslant 0{,}224$. Необходимо иметь в виду, что при значениях $x_\perp$ в указанной области, как следует из рис. 2, могут быть события с $T > T_0 = 0{,}95$, которые однако не следует учитывать, если мы хотим ограничиться трехструйными событиями и параметр обрезания T_0 выбран правильно.

На рис. 4 приведена зависимость величины $(1 + \pi/\alpha_s)\, \sigma_{\text{tot}}^{-1}\, d\sigma/dx_\perp$ от поперечного импульса (верхняя кривая), а также вклад в указанное распределение отдельных областей (7). Изломы на кривых соответствуют

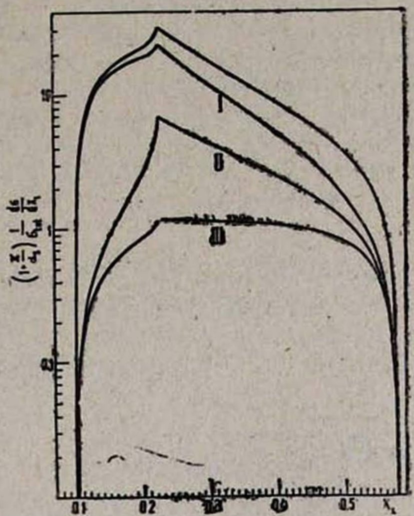

Рис. 4. Распределение по поперечному импульсу сечения процесса (1) (верхняя кривая) и вклад в указанное распределение отдельных областей (7) (соответствующие кривые отмечены значками I, II и III).

точке $x_\perp = (1 - T_0)^{1/2} = 0{,}224$ сшивки интегралов (16) (левые ветви описываются первым интегралом, а правые — вторым). При небольших значениях поперечного импульса ($x_\perp \lesssim 0{,}16$) основной вклад в рассматриваемую зависимость вносит область I (свыше 90%), а вклад областей II и III мал и примерно одинаков. С ростом $x_\perp$ относительный вклад области I уменьшается, а областей II и III растет. Вблизи верхнего предела изменения $x_\perp$ вклады всех областей сравниваются.

Выбором параметра T_0 определяется нижний предел изменения $x_\perp$ и, следовательно, расположение левых ветвей кривых распределения, изображенных на рис. 4. С ростом T_0 область допустимых $x_\perp$ будет начинаться с меньших значений, а изломы на кривых будут смещаться влево. Трудно ожидать, что экспериментальные данные позволят обнаружить излом на кривой распределения по поперечному импульсу (верхняя кривая на рис. 4). Скорее всего будет наблюдаться плавный переход между ее левой и правой ветвями. Тем не менее по расположению участка, где будет начинаться спад кривой (левая ветвь), можно судить о величине T_0.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hoyer P. et al.* Nucl. Phys., B161, 349 (1979).
2. *Farhi E.* Phys. Rev. Lett., 39, 1587 (1977).
3. *De Rujula A., Ellis J., Floratos E. G., Gaillard M. K.* Nucl. Phys., B138, 387 (1978).
4. *Georgi H., Machacek M.* Phys. Rev. Lett., 39, 1237 (1977).

5. *Шахназарян Ю. Г.* ЯФ, 35, 438 (1982).
6. *Ellis J., Gaillard M. K., Ross G. G.* Nucl. Phys., B111, 253 (1976); Erratum, B130, 516 (1977).
7. *De Grand T. A., Ng Y. J., Tye S.—H. H.* Phys. Rev., D16, 3251 (1977).

$e^+e^- \to q\bar{q}g$ ԽՌԱՓՈՒՆՋ ՊՐՈՑԵՍԻ ԿՏՐՎԱԾՔԻ ԲԱՇԽՈՒՄԸ ԸՍՏ ԼԱՅՆԱԿԻ ԻՄՊՈՒԼՍԻ

ՅՈՒ. Գ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՅԱՆ

Քվանտային քրոմոդինամիկայի առաջին մոտավորությամբ հաշվված է $e^+e^- \to q\bar{q}g$ *եռափունջ պրոցեսի դիֆերենցիալ կտրվածքը կախված* T *(առավել մեծ էներգիա ունեցող պարտոնի իմպուլս) և* $x_\perp$ *(մյուս երկու պարտոնների* $\overline{T}$ *առանցքի նկատմամբ լայնակի իմպուլս) փոփոխականներից։ Ստացված է նաև* T *փոփոխականի հնարավոր* $2/3 \leqslant T < T_0$ *արժեքների տիրույթում ինտեգրված բաշխումը ըստ լայնակի իմպուլսի։ Փորձում քվարկ-անտիքվարկային և գլյուոնային փնջերը միմյանցից տարբերելու հնարավորությունը պարզելու նպատակով հետազոտությունները կատարվել են գլյուոնի իմպուլսի հարաբերական մեծությամբ տարբերվող երեք տիրույթներում։*

TRANSVERSE MOMENTUM DISTRIBUTION OF THREE-JET EVENT CROSS-SECTION IN e^+e^--ANNIHILATION

Yu. G. SHAKHNAZARYAN

For a three-jet process $e^+e^- \to q\bar{q}g$, the cross-section differential in variables T (the thrust, the momentum of the most energetic parton) and $x_\perp$ (the momentum of each remaining parton transverse with respect to the T axis) was calculated in the first order of QCD. The transverse momentum distribution integrated over all the T in the permitted range of three-jet values, $2/3 \leqslant T < T_0$, was also obtained. To decide on the possibility of identifying quark-antiquark and gluon jets, the contribution to the obtained distributions of three regions, differing by the relative value of gluon momentum, was investigated.