Изв. АН Армянской ССР, Физика т. 20, вып. 3, 132—138 (1985)

УДК 548.733

МНОГОЛУЧЕВАЯ КОЛЛИМАЦИЯ РЕНТГЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ

Л. А. АРУТЮНЯН, К. Г. ТРУНИ

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 3 ноября 1983 г.)

Показана возможность осуществления многолучевой интерферометрии рентгеновских пучков в системе из двух кристаллических пластин, ориентированных вблизи условия Брэгга (геометрия Брэгга) и отделенных друг от друга малым воздушным зазором. При определенной ширине зазора между пластинами из системы выходит квазиплоская волна, угловая расходимость которой составляет несколько сотых долей ширины угловой области полного отражения от кристалла.

1. Введение

Известные в настоящее время методы коллимации рентгеновских лучей основаны на дифракции рентгеновских лучей в кристаллах или кристаллических системах и на малости угловой ширины брэгговской дифракции [1]. В этих методах применяются как брэгговское отражение, так и лауэвское прохождение. В первом широко используются схемы с асимметричными отражениями по Брэггу [2], во втором — схемы с использованием аномального бормановского прохождения [3]. Однако по аналогии с оптическими многолучевыми интерферометрами коллимацию исходного пучка можно осуществить также многолучевой интерференцией рентгеновской волны в системе из двух кристаллических пластин, ориентированных вблизи условия Брэгга и отделенных друг от друга малым воздушным зазором. Вместо частичного отражения от оптических зеркал здесь можно использовать брэгговское отражение и прохождение на кристаллических пластинах. В результате при определенной ширине зазора между пластинами из системы выходит квазиплоская волна, угловая расходимость которой составляет несколько сотых долей ширины угловой области отражения кристалла. Коллимация пучка осуществляется как из-за малости угловой области аномально слабого поглощения брэгговского прохождения, так и из-за многолучевой интерференции пучков, многократно отраженных от поверхностей кристаллических пластин при соответствующем выборе ширины межблочного зазора.

2. Интегральное представление амплитуд волн, дифрагированных на двухблочном интерферометре с брэгговской геометрией

Рассмотрим кристаллическую систему, состоящую из двух плоскопараллельных кристаллов с толщинами соответственно d_1 и d_2, отделенных друг от друга узкой недифрагирующей зоной шириной g (см. рис. 1). Пусть на систему падает рентгеновский волновой пакет

$$\Psi_0^{(i)}(\mathbf{r}) = \psi_0^{(i)}(\mathbf{r}) \exp(-2\pi i \mathbf{K}_0 \mathbf{r}).$$

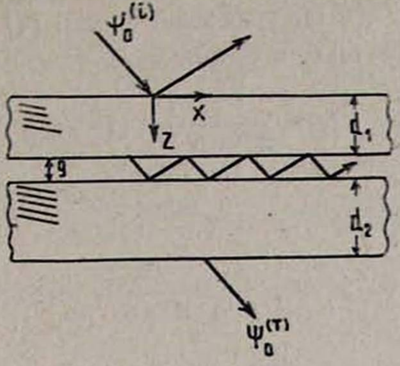

Рис. 1. Двухблочная кристаллическая система с узким воздушным зазором.

В двухволновом приближении волновое поле в кристаллических блоках состоит из двух волновых пакетов $\Psi_0^{(k)}(\mathbf{r})$ и $\Psi_h^{(k)}(\mathbf{r})$ с квазиамплитудами $\psi_0^{(k)}(\mathbf{r})$ и $\psi_h^{(k)}(\mathbf{r})$:

$$\Psi_j^{(k)}(\mathbf{r}) = \psi_j^{(k)}(\mathbf{r}) \exp(-2\pi i \mathbf{k}_j \mathbf{r}), \quad j=0, h.$$

Аналогично для вакуумных полей имеем

$$\Psi_j(\mathbf{r}) = \psi_j(\mathbf{r}) \exp(-2\pi i \mathbf{K}_j \mathbf{r}).$$

Волновые векторы $\mathbf{k}_0$, $\mathbf{k}_h$, $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_h$ определяются из соотношений

$$|\mathbf{k}_0| = |\mathbf{k}_h| = nK, \quad |\mathbf{K}_0| = |\mathbf{K}_h| = K,$$
$$\mathbf{k}_h = \mathbf{k}_0 + \mathbf{h}, \quad \mathbf{k}_{0t} = \mathbf{K}_{0t}, \quad \mathbf{k}_{ht} = \mathbf{K}_{ht},$$

где K — обратная величина длины волны вакуумного поля, n — средний коэффициент преломления кристалла, $\mathbf{h}$ — вектор дифракции.

Введем координатную систему (x, y, z) (рис. 1) с осью y, перпендикулярной плоскости падения. Перейдем от квазиамплитуд $\psi(\mathbf{r})$ к их фурье-образам

$$\Phi(\omega, y, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, y, z) \exp(2\pi i \omega x)\, dx, \tag{1а}$$

так что

$$\psi(x, y, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\omega, y, z) \exp(-2\pi i \omega x)\, d\omega. \tag{1б}$$

В соответствии с граничными условиями на поверхностях щели получаем

$$\begin{aligned} \Phi_0(\omega, y, z=d_1) &= t_1 \exp\{\pi i K |\chi_{0r}| \gamma_0^{-1} d_1\} \Phi_0^{(i)}(\omega, y, z=0) + \\ &+ r_1' \exp\{\pi i K |\chi_{0r}| (\gamma_0^{-1} + \gamma_h^{-1}) d_1\} \Phi_h(\omega, y, z=d_1), \\ \Phi_h(\omega, y, z=d_1+g) &= r_2 \exp\{-\pi i K |\chi_{0r}| (\gamma_0^{-1} + \gamma_h^{-1})(d_1+g)\} \times \\ &\times \Phi_0(\omega, y, z=d_1+g), \\ \Phi_0^{(T)}(\omega, y) &= t_2 \exp\{\pi i K |\chi_{0r}| \gamma_0^{-1} d_2\} \Phi_0(\omega, y, z=d_1+g). \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь t_j и r_j $(j = 1,2)$ — коэффициенты прохождения и отражения для j-кристаллического блока для падающей плоской волны с параметром отклонения ω от брэгговского условия, а штрихами обозначены те же величины при обратном векторе дифракции. Верхний индекс в обозначении $\Phi^{(T)}$ соответствует проходящему волновому полю на выходной поверхности кристаллической системы. Экспоненциальные члены в уравнениях (2) обусловлены отличием определений волновых векторов в вакууме и в кристалле или, что то же самое, преломлением волн на границах вакуум-кристалл. Из уравнений Такаги [4] в случае брэгговского отражения для величин r_j и t_j имеем

$$t_j = \frac{2\lambda}{W + i\alpha + \lambda} (1 - G_j)^{-1} \exp\left\{\pi i (\operatorname{ctg}\theta_0 - \operatorname{ctg}\theta_h) \frac{d_j}{\Lambda} W\right\} \times$$

$$\times \exp\left\{\pi i \frac{\sin 2\theta}{\gamma_0\gamma_h} \frac{d_j}{\Lambda}\lambda - \pi\mu_0 (\gamma_0^{-1} - \gamma_h^{-1})\, d_j\right\},$$

$$r_j = \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_h}} \frac{1 + i\beta}{W + i\alpha + \lambda} (1 - G_j)^{-1} \left(1 - \exp\left\{2\pi i \frac{\sin 2\theta}{\gamma_0\gamma_h} \frac{d_j}{\Lambda}\lambda\right\}\right),$$

где

$$G_j = \frac{W + i\alpha - \lambda}{W + i\alpha + \lambda} \exp\left\{2\pi i \frac{\sin 2\theta}{\gamma_0\gamma_h} \frac{d_j}{\Lambda}\lambda\right\}, \quad \Lambda = \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{\gamma_0\gamma_h}\, KC\chi_{hr}},$$

$$\lambda = \sqrt{(W + i\alpha)^2 - (1 + i\beta)^2} \ (\operatorname{Im}\lambda > 0), \quad \alpha = \frac{|\chi_{0i}|}{C|\chi_{hr}|} \frac{\gamma_0 + \gamma_h}{2\sqrt{\gamma_0\gamma_h}}, \quad \beta = \frac{\chi_{hi}}{\chi_{hr}},$$

$$\mu_0 = \frac{K|\chi_{0i}|}{2}, \quad \gamma_{0,\,h} = \sin\theta_{0,\,h}, \quad 2\theta = \theta_0 + \theta_h, \quad \theta_{0,\,h} = |\widehat{\mathbf{K}_{0,\,h}\mathbf{x}}|,$$

C — фактор поляризации, χ_{jr} и χ_{ji} — соответственно реальная и мнимая части j-фурье-коэффициента поляризуемости.

Связь между величинами $\Phi_0(z = d_1)$, $\Phi_0(z = d_1 + g)$ и $\Phi_h(z = d_1 + g)$, $\Phi_h(z = d_1)$ определяется дифракцией волнового пакета в межблочном зазоре. Остановимся на этой связи несколько подробнее.

Известно, что для фурье-образа любого волнового поля, представленного волновой функцией $\Psi(x, y, z)$, справедливо соотношение

$$F(k_x, k_y, z) = F(k_x, k_y, z = 0) \exp(-2\pi i k_z z), \tag{3}$$

где

$$k_z = \sqrt{K^2 - k_x^2 - k_y^2},$$

$$F(k_x, k_y, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\!\!\int \Psi(x, y, z) \exp\{2\pi i (k_x x + k_y y)\}\, dx dy.$$

Очевидно, что

$$F(k_x, k_y, z) = \Phi(\omega_x, \omega_y, z) \exp(-2\pi i K_z z), \tag{4}$$

где $\Phi(\omega_x, \omega_y, z)$ — двухмерный фурье-образ квазиамплитуды $\psi(x, y, z)$ волновой функции $\Psi(x, y, z)$ с волновым вектором K, $\omega_x = k_x - K_x$, $\omega_y = k_y - K_y$. Так как в нашем случае $K_y = 0$, из (3) и (4) получаем

$$\Phi(\omega, y, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\omega, k_y, z = 0) \exp\{-2\pi i (\sqrt{K^2 - (K_x + \omega)^2 - k_y^2}\, z +$$

$$+ k_y y - K_z z)\}\, dk_y.$$

Теперь допустим, что источником падающего излучения является точечный источник в точке с радиусом-вектором $\mathbf{r} = -\mathbf{K}_0 R / K$. Тогда справедливо следующее представление [5]

$$\Phi(\omega, y, z=0) = \Phi(\omega, y=z=0) \exp(-\pi i K y^2/R)$$

или

$$\Phi(\omega, k_y, z=0) = \sqrt{\frac{R}{K}}\, \Phi(\omega, y=z=0) \exp\left(\pi i \frac{R}{K} k_y^2 - i\frac{\pi}{4}\right).$$

Таким образом, для фурье-образа $\Phi(\omega, y, z)$ имеем

$$\Phi(\omega, y, z) = \sqrt{KR} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \Phi(\omega, y=z=0) \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \exp\{iS(t, \omega)\}\, dt,$$

где

$$S(t, \omega) = \pi KR\left(t^2 + 2\gamma\frac{z}{R} - 2\frac{y}{R}t - 2\frac{z}{R}\sqrt{\tilde{\gamma}^2 - t^2}\right),$$

$$\tilde{\gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{K_x + \omega}{K}\right)^2}, \quad \gamma = \frac{k_y}{K}.$$

Так как $KR \gg 1$, к интегралу можно применить метод стационарной фазы [6]. Стационарная точка определяется из условия $\partial S/\partial t = 0$, что дает

$$t = \frac{y}{R}\left[1 + \frac{z}{\tilde{\gamma} R} \frac{1}{\sqrt{1 - (t/\tilde{\gamma})^2}}\right]^{-1}. \qquad (5)$$

Обозначив решение уравнения (5) через t_s, будем иметь

$$\Phi(\omega, y, z) = \sqrt{KR} \sqrt{\frac{2\pi}{\left.\dfrac{\partial^2 S}{\partial t^2}\right|_{t_s}}}\, \Phi(\omega, y=z=0) \exp\{iS(t_s, \omega)\}. \qquad (6)$$

Разрешив при выполнении условий

$$\frac{|\omega|}{R};\ \frac{|y|}{R};\ \frac{z}{R} \ll 1$$

уравнение (5) методом последовательных приближений, из (6) после разложения в ряд будем иметь

$$\Phi(\omega, y, z) = \sqrt{\frac{1}{1 + z/(\gamma R)}}\, \Phi(\omega, y, z=0) \exp\left\{\pi i\left[\frac{Kz}{\gamma}\left(\frac{y}{R}\right)^2 + \frac{2K_x}{K_z}\omega z\right]\right\}.$$

Таким образом, распространение полей в межблочном зазоре описывается уравнениями

$$\Phi_0(z = d_1 + g) = \Phi_0(z = d_1)\rho_0 e^{i\delta_0'}, \quad \Phi_h(z = d_1) = \Phi_h(z = d_1 + g)\rho_h e^{i\delta_h'},$$

где

$$\rho_j = \sqrt{\frac{1}{1 + g/(\gamma_j R)}}, \quad \delta_j' = 2\pi \operatorname{ctg}\theta_j \frac{g}{\Lambda} W + \pi\frac{Kg}{\gamma_j}\left(\frac{y}{R}\right)^2 \ (j = 0, h).$$

С учетом этой связи из (2) получаем

$$\Phi_0^{(T)}(W, y) = \frac{t_1 t_2 \rho_0 e^{i\delta_0}}{1 - r_1' r_2 \rho_0 \rho_h e^{i(\delta_0+\delta_h)}} \times$$

$$\times \Phi_0^{(i)}(W, y, z=0) \exp\left\{ 2\pi i K |\chi_{0r}| \frac{d_1 + d_2 + g}{2\gamma_0} \right\},$$

где

$$\delta_j = \delta_j' - \pi K |\chi_{0r}| g/\gamma_j.$$

Вместо ω здесь введена безразмерная переменная интегрирования $W = \omega/\Lambda$.

3. Многолучевая коллимация исходного пучка

Согласно (1) интегральная интенсивность проходящего поля будет определяться следующим образом:

$$I_0^{(T)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^{(T)}(x) \psi_0^{(T)*}(x)\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} j_0^{(T)}(W)\, dW,$$

где

$$j_0^{(T)}(W) = \frac{1}{\Lambda} \Phi_0^{(T)}(W)\, \Phi_0^{(T)*}(W)$$

или

$$j_0^{(T)}(W) = K(W)\, j_0^{(i)}(W). \tag{7}$$

Здесь

$$j_0^{(i)}(W) = \frac{1}{\Lambda} \Phi_0^{(i)}(W)\, \Phi_0^{(i)*}(W), \quad K(W) = \frac{K_{\max}(W)}{1 + F(W)\sin^2\delta(W)},$$

$$K_{\max} = \left(\frac{|t_1 t_2| \rho_0}{1 - |r_1' r_2 \rho_0 \rho_h|} \right)^2, \quad F = \frac{4|r_1' r_2| \rho_0 \rho_h}{(1 - |r_1' r_2 \rho_0 \rho_h|)^2},$$

$$\delta(W) = \frac{1}{2}\arg(r_1' r_2) + \frac{\delta_0 + \delta_h}{2}.$$

Таким образом, угловой спектр проходящего через всю систему пучка, согласно (7), будет тем уже, чем уже полуширина функции $K(W)$. Так как $K_{\max}(W)$ и $F(W)$ — медленно меняющиеся по сравнению с $\sin\delta(W)$ функции от W, то функция $K(W)$ представляет собой квазипериодическую функцию с локальными максимумами, равными $K_{\max}(W_n)$, в точках, которые определяются из уравнения

$$\delta(W_n) = \pi n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots).$$

При увеличении F максимумы этой функции сужаются, а фон соответственно уменьшается. $K_{\max}(W)$ представляет собой сравнительно широкий максимум, полуширина которого определяется угловой областью аномально слабого поглощения рентгеновского пучка [1]. Функция $K(W)$ нами была вычислена на ЭВМ. При этом программа составлялась так, чтобы выбором параметров кристаллической системы получить по возможности узкий пик функции $K(W)$ со сравнительно большой высотой. При данных значениях толщины кристаллических блоков (для простоты они считаются одинаковыми), а также длины волны рентгеновского излучения, и для данного отражения сначала вычислялась зависимость $K_{\max}(W)$. Затем выбором ширин межблочного зазора достигалось совпадение одного из максимумов функции $[1+F(W)\sin^2\delta(W)]^{-1}$ с экстремумом функции $K_{\max}(W)$, как показано на рис. 2. Для этих дискретных значений ширины зазора g вычислялась $K(W)$. после чего выбиралось то значение

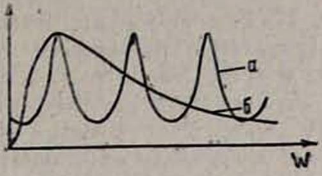

Рис. 2. Схематические зависимости $[1+F(W)\sin^2\delta(W)]^{-1}$ (*а*) и $K_{\max}(W)$ (*б*) от W с совпадающими экстремумами обеих функций.

g, для которого полуширина функции $K(W)$ возможно мала, т. е. для которого побочные максимумы функции $[1+F(W)\sin^2\delta(W)]^{-1}$ подавлены. При этом исследовалось только симметричное отражение, так как в этом случае эффект аномально слабого поглощения максимально выражен. В качестве примера приведены расчетные данные для случая отражения (220) кристаллической системы из Si и излучения $Mo\,K_\alpha$. При толщине блоков системы $d_1 = d_2 = 7{,}32\cdot10^{-4}$ м оптимальная ширина зазора оказалась равной $g = 2{,}33\cdot10^{-5}$ м, полуширина пика функции $K(W)$— $\Delta W = 0{,}075$ $(\Delta\theta = 0{,}081'')$, а $K_{\max} = 0{,}011$. Расчетные данные для других случаев приведены в таблице.

Таблица

Излучение	$\Lambda\cdot10^6$ м	$d_{1,2}/\Lambda$	$g\cdot10^6$ м	$K_{\max}$	ΔW	$\Delta\theta$
Cu K_α	30,8	7	34,7	0,0038	0,045	0,115″
Mo K_α	73,2	15	46,5	0,0021	0,043	0,046″
Ag K_α	93,6	15	23,7	0,0039	0,075	0,063″

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пинскер З. Г.* Рентгеновская кристаллооптика. Изд. Наука, М., 1982.
2. *Matsushita T., Kikuta S., Kohra K.* J. Phys. Soc. Japan, 30, 1136 (1971).
3. *Authier A.* Bull. Soc. Fr. Mineral, 84, 51 (1961).
4. *Takagi S.* J. Phys. Japan, 26, 1239 (1969).
5. *Арутюнян Л. А., Труни К. Г.* Межвузовский сборник научных трудов, Ереван. вып. 3, 69 (1984).
6. *Федорюк М. В.* Метод перевала, Изд. Наука, М., 1977.

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՃԱՌԱԳԱՅԹԱՅԻՆ ԿՈԼԻՄԱՑԻԱ

Լ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Կ. Գ. ԹՐՈՒՆԻ

Դիտարկված է Բրեգի պայմանին բավարարող, իրարից նեղ ճեղքով անջատված երկու բյուրեղական թիթեղներից կազմված համակարգ։ Ցույց է տրված, որ ճեղքի որոշակի հաստության դեպքում բյուրեղական սիստեմից դուրս է գալիս մի քանի հարյուրերորդական վայրկյան տարամիտում ունեցող կվազիհարթ ալիք։ Ռենտգենյան ճառագայթների կոլիմացիան իրակա-

նացվում է ինչպես անոմալ թույլ կլանման տիրույթի փոքրության, այնպես էլ բյուրեղական թիթեղների մակերևույթներից բազմակի անդրադարձած փնջերի բազմալիքային ինտերֆերենցիայի շնորհիվ։

MULTIBEAM COLLIMATION OF *X*-RAYS

L. A. HAROUTYUNYAN, K. G. TROUNI

The possibility of multibeam interferometry of *X*-ray beams in a system of two closely spaced crystalline plates satisfying the Bragg condition was considered. It was shown that for definite spacing there emerged from the system a quasi-plane wave with angular divergence of some hundredths of the angular range of total reflection from a crystal. The collimation of beam is due both to the smallness of the angular range of anomalously weak absorption at Bragg transmission, and to the multibeam interference of beams at multiple reflection from crystalline plates surfaces in case of proper interblock spacing.