

УДК 538.56;539.12

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ РАДИАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ В КРИСТАЛЛАХ ПРИ ОСЕВОМ КАНАЛИРОВАНИИ И КВАЗИКАНАЛИРОВАНИИ

А. С. АРУТЮНЯН

Ереванский государственный университет

Н. К. ЖЕВАГО

Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова

ЯН ШИ

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 8 августа 1983 г.)

Вычислены полные потери энергии на излучение релятивистских электронов и позитронов при каналировании и квазиканалировании в модельном потенциале изолированных атомных цепочек в зависимости от температуры. Показано, что потери энергии электронов при малых углах влета в кристалл кремния возрастают почти в два раза при изменении температуры от 400 до 100 К.

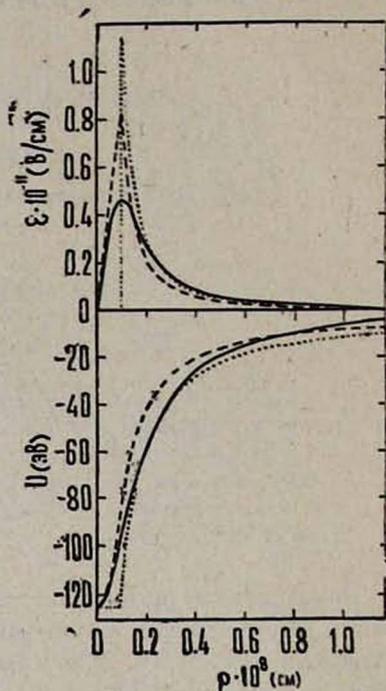
Радиационные потери энергии релятивистских электронов и позитронов в кристаллах при осевом каналировании и квазиканалировании исследовались в работах [1, 2], в которых использовался модельный потенциал атомной цепочки $U(\rho) = -\alpha/\rho$ с параметром обрезания $U_0 = \alpha/u$ при малых $\rho \leq u$, где u — амплитуда тепловых колебаний, зависящая от температуры кристалла. В рамках этой модели потери частиц оказываются пропорциональными введенной в [1, 2] величине $L \sim 1/u^2$. Однако более точная зависимость потерь энергии от температуры кристалла может быть получена лишь при более точной аппроксимации реального потенциала цепочки в области относительно малых расстояний $\rho \lesssim u$. В настоящей работе приводятся результаты расчета потерь энергии при температурах 100—400 К в модели усредненного потенциала изолированных атомных цепочек. При этом по сравнению с работами [1, 2] использован более точный модельный потенциал и проведено более корректное усреднение по начальным параметрам движения частиц.

Пусть потенциальная энергия взаимодействия частиц с отдельной атомной цепочкой имеет вид

$$U(\rho) = \begin{cases} \mp \alpha_1/\rho & \text{при } \rho_1 \leq \rho \leq d/2 \\ \mp U(0) \left(1 - \frac{b\rho^2}{u^2}\right) & \text{при } \rho \leq \rho_1. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем верхние знаки относятся к случаю электрона, а нижние — к случаю позитрона, $U(0)$ — глубина потенциальной ямы (для электрона), u^2 — средний квадрат амплитуды поперечных тепловых колебаний атомной цепочки, d — диаметр круга с площадью, равной средней площади электромагнитной ячейки в поперечной плоскости, α_1 , ρ_1 , b — некоторые параметры, значения которых (см. таблицу) подбираются так, чтобы модельная зависимость (1) была максимально приближена к истинной, а также чтобы модельный потенциал и его производная были непрерывны в точке $\rho = \rho_1$ (рис. 1).

Рис. 1. Кривые зависимости усредненного поля атомной цепочки (верхние кривые) и потенциальной энергии электрона в этом поле (нижние кривые) от поперечного расстояния. Сплошные кривые относятся к модели Мольера, штриховые — к модели (1), принятой в настоящей работе, точечные — к модели с «плоским дном», принятой в работах [1, 2]. Кривые приведены для оси $\langle 111 \rangle$ кристалла кремния при температуре 293 К.



Уравнение движения частицы в поле с потенциальной энергией (1) допускает аналитическое решение, параметрически зависящее от интегралов движения — полной энергии E (потери энергии предполагаются малыми), поперечной энергии $\epsilon = E - (m_0^2 c^4 + p_1^2 c^2)^{1/2}$ (m_0 — масса покоя частицы, p_1 — продольный импульс, c — скорость света) и орбитального момента M частицы относительно оси. При этом закон движения частицы определяется разными формулами в разных областях значений ρ и M (см., например, [3]).

1. Область $\rho > \rho_1$. Если $M^2 > \alpha_1^2 / c^2$, то закон движения имеет вид

$$\rho = \pm \frac{P_1}{1 - e_1 \cos[(1-x)^{1/2}(\varphi - \varphi_1)]}, \quad (2)$$

где

$$x = (\alpha_1 / Mc)^2, \quad P_1 = \alpha_1 (1-x) / xE, \quad e_1 = (1 + 2\epsilon P_1 / \alpha_1)^{1/2}, \quad (3)$$

а φ_1 определяется начальными условиями. В случае позитрона (нижний знак в (2)) движение, естественно, является инфинитным и, поскольку $x \ll 1$, происходит по траектории, близкой к гиперболе. При $\epsilon < 0$ элек-

трон совершает финитное движение, а его траектория близка к эллипсу. Когда $\varepsilon \geq 0$, движение электрона является инфинитным и траектория близка к гиперболе.

2. Область $\rho < \rho_1$. Закон движения частицы имеет вид

$$\rho = \left[\frac{P_2}{1 - e_2 \cos 2(\varphi - \varphi_2)} \right]^{1/2}, \quad (4)$$

где

$$P_2 = \frac{z_1^2}{zE(\varepsilon \pm U(0))}, \quad e_2 = \left[1 \mp \frac{2bU(0)P_2}{u^2(\varepsilon \pm U(0))} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

В случае позитрона траектория представляет собой участок гиперболы. Траектория электрона в этой области представляет собой эллипс с центром в начале координат.

Если траектория частицы пересекает границу рассмотренных выше двух областей, т. е. окружность $\rho = \rho_1$, то в точке пересечения траектория должна быть непрерывной и скорость частицы не должна испытывать скачка. Эти условия определяют связь между параметрами траекторий (2) и (4).

На основе найденного закона движения частицы в потенциале (1) согласно известной формуле электродинамики (см., например, [4], а также [1, 2]) можно далее вычислить полные радиационные потери энергии, приходящиеся на единицу пути:

$$\frac{dE}{dl} = \frac{2e_0^2 \gamma^2}{3m_0^2 c^4 T} \int_0^T |\text{grad } U(\rho(t))|^2 dt, \quad (6)$$

где $\gamma = E/m_0 c^2$, T — период колебаний (в случае каналированных электронов) или время прохождения частицы через элементарную ячейку (в случае квазиканализированных частиц).

В общем случае, когда частица пересекает область $\rho \leq \rho_1$, формула (6) для потерь энергии с учетом законов движения (2) и (4) принимает вид

$$\frac{dE}{dl} = \frac{2e_0^2}{3m_0^2 c^4} \gamma^2 \frac{J_1 + J_2}{\tau_1 + \tau_2}, \quad (7)$$

где величины J_1 и J_2 с точностью до постоянного множителя представляют собой потери энергии соответственно в областях $\rho > \rho_1$ и $\rho < \rho_1$, а τ_1 и τ_2 пропорциональны временам прохождения частицы через эти области. Выражения для J_1 и τ_1 имеют вид

$$J_1 = \frac{z_1^2}{P_1^2 (1-x)^{1/2}} [F_1(z_2) - F_1(z_1)], \quad (8)$$

$$F_1(z) = \left(1 + \frac{e_1^2}{2} \right) \arccos z - e_1 \left(2 - \frac{e_1 z}{2} \right) (1 - z^2)^{1/2},$$

$$\tau_1 = \frac{P_1^2}{(1-x)^{1/2}} [F_2(z_2) - F_2(z_1)], \quad (9)$$

$$F_3(z) = \frac{1}{1-e_1^2} \left\{ \frac{e_1(1-z^2)^{1/2}}{1-e_1z} + \frac{2}{(1-e_1^2)^{1/2}} \left[\arctg \sqrt{\frac{(1+e_1)(1-z)}{(1-e_1)(1+z)}} - \frac{\pi}{2} \right] \right\}.$$

В формулах (8) и (9) следует положить $z_1 = 1$, если траектория частицы целиком находится внутри круга с радиусом $d/2$ вокруг оси, и $z_1 = (1-2P_1/d)/e_1$ в противном случае. Кроме того, $z_2 = (1-P_1/\rho_1)/e_1$, или $z_2 = 1$ в зависимости от того, заходит частица в область $\rho < \rho_1$ или нет.

Выражения для J_2 и τ_2 имеют вид

$$J_2 = \frac{2b^2U^2(0)P_2}{v^4(1-e_2^2)} [2\tau_2 - \rho_1^2 \sqrt{e_2^2 - (1 - P_2/\rho_1^2)^2}],$$

$$\tau_2 = \frac{P_2}{\sqrt{1-e_2^2}} \arctg \sqrt{\frac{(1-e_2)(e_2+1 - P_2/\rho_1^2)}{(1+e_2)(e_2-1 + P_2/\rho_1^2)}}.$$
(10)

Потери (6) необходимо усреднить по орбитальному моменту M и поперечной энергии ϵ частицы. Это усреднение в настоящей работе проведено в предположении, что точка $(x_0, y_0, 0)$ влета частицы в кристалл равновероятна внутри круга с радиусом $d/2$, а скорость влета v_0 имеет компоненты $(v_0 \theta_0, 0, v_0 \cos \theta_0)$. Кроме того, мы предположили, что когда частица покидает указанный круг, она попадает в поле другой цепочки с совершенно произвольным прицельным параметром.

Полученные результаты приведены на рис. 2. Из рисунка следует, что при понижении температуры потери действительно растут. В частно-

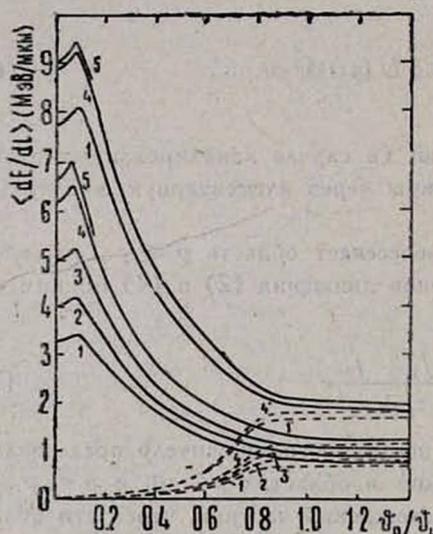


Рис. 2. Кривые зависимости полных радиационных потерь энергии электронов (сплошные кривые) и позитронов (штриховые кривые) от угла θ_0 влета частиц в кристалл относительно оси $\langle 111 \rangle$. Кривые со штрихованными цифрами относятся к алмазу, с цифрами без штрихов — к кристаллу кремния. Цифры 1—5 соответствуют температурам 400, 300, 200, 100 и 2 К. Расчет проведен для энергии частиц $E = 10$ ГэВ и усреднен по 4000 частиц.

сти, потери энергии электронов в кремнии при нулевом угле влета в кристалл возрастают почти в два раза при изменении температуры от 400 до 100 К. В алмазе потери больше, но температурная зависимость потерь значительно слабее из-за аномально большого значения температуры Дебая.

Значения радиационных потерь, полученные в настоящей работе, хорошо согласуются с результатами, полученными методом прямого моделирования движения частиц в поле атомных цепочек кристалла [5]. Кроме того, как и в случае прямого моделирования, обнаружен максимум потерь

в случае электронов в области малого угла влета $\vartheta_0 \sim 0, 1\vartheta_L$, где $\vartheta_L = \sqrt{2U(0)/E}$ — критический угол Линдхарда для осевого каналирования. Однако на рис. 2 кривые электронных энергетических потерь в области $\vartheta_0 \sim \vartheta_L$ не имеют минимума, найденного в [5]. Это объясняется тем, что указанный минимум, как отмечалось в [5], обусловлен переходом от осевого каналирования к плоскостному каналированию низкоиндексными плоскостями, который не может быть учтен в рамках принятой в настоящей работе модели изолированных цепочек. Поэтому необходимо считать, что угол входа частиц по отношению к низкоиндексным плоскостям достаточно велик по сравнению с углом Линдхарда для каналирования в этих плоскостях.

Таблица

Значения параметров модельного потенциала (1) (для оси $\langle 111 \rangle$)

Кристалл	Температура (К)	$u \cdot 10^9$ (см)	$z \cdot 10^8$ (эВ·см)	$U(0)$ (эВ)	b	$\rho_1 \cdot 10^9$ (см)
Алмаз	100	0,525	5,37	122,3	0,216	0,658
	200	0,536	5,43	121,6	0,217	0,670
	300	0,552	5,50	120,2	0,214	0,686
	400	0,574	5,58	118,1	0,215	0,709
Кремний	100	0,683	7,61	146,1	0,253	0,781
	200	0,795	7,94	134,8	0,273	0,884
	300	0,918	8,28	124,7	0,284	0,996
	400	1,031	8,44	115,9	0,296	1,093

Заметим также, что значения потерь, вычисленные в [1, 2], являются несколько завышенными из-за менее точного модельного потенциала и более грубого способа усреднения по M и ϵ , чем те, которые использовались в настоящей работе. Полученная в настоящей работе температурная зависимость радиационных потерь энергии частиц в кристаллах показывает возможность увеличения интегрального выхода γ -квантов при понижении температуры кристаллов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Avakian A. L., Yang C., Zhevago N. K. Rad. Eff., 56, 39 (1981).
2. Авакян А. Л., Жеваго Н. К., Ян Ш. ЖЭТФ, 82, 573 (1982).
3. Батыгин В. В., Топтыгин И. Н. Сборник задач по электродинамике, М., 1970.
4. Ландау А. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля, Изд. Наука, М., 1973, с. 252.
5. Авакян А. Р. и др. Препринт ЕФИ—514 (1)—82, Ереван, 1982.

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԵՎ ՊՈՋԻՏՐՈՆՆԵՐԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԺԱՌԱԳԱՅՔՕՒՅԻՆ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԻ ԶԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ԿԱԵՎԱՄՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ԱՌԱՆՑՔՕՅԻՆ ԿԱՆԱԼՄԱՆ ԵՎ ՔՎԱԶԻԿԱՆԱԼՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա. Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ն. Կ. ԺԵՎԱԳՈ, ՅԱՆ ՇԻ

Հաշվված են առանձնացված առոմական շղթաների մոդելային պոտենցիալում կանալային և բլազիկանալային ուղղաթիվաթիվ էլեկտրոնների և պոզիտրոնների էներգիայի լրիվ ճառագայթային կորուստները կախված ջերմաստիճանից, ծուլց է տրված, որ սխիլցիումի համար մուսթրի փոքր անկյունների դեպքում էլեկտրոնների էներգիայի կորուստները աճում են համարյա երկու անգամ, երբ ջերմաստիճանը փոխվում է 400-ից 100°K:

TEMPERATURE DEPENDENCE OF RADIATION ENERGY LOSS OF RELATIVISTIC ELECTRONS AND POSITRONS IN CRYSTALS AT AXIAL CHANNELING AND QUASI-CHANNELING

A. S. ARUTYUNYAN, N. K. ZHEVAGO, C. YANG

The total radiation energy loss of relativistic electrons and positrons at channeling and quasi-channeling in the model potential of isolated atom chains has been calculated as function of temperature. It was shown that the energy loss of electrons at small angles of entry into the silicon crystal grew nearly twice when the temperature changed from 400 to 100°K.