Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 20, вып. 2, 65—68 (1985)

УДК 623.315.592

РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФОНОНОВ С БИХРОМАТИЧЕСКИМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

А. С. АМИРЯН

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

(Поступила в редакцию 15 января 1984 г.)

Получены аналитические выражения для квазиэнергии и инкремента параметрической генерации фононов в поле резонансного бихроматического лазерного излучения. Показано, что в отличие от случая одного поля в случае двух резонансных полей появляются серия щелей в спектре квазиэнергии и побочные резонансные максимумы в инкременте генерации фононов.

В настоящей работе рассматривается фононная подсистема в поле сильного бихроматического импульса, когда частоты полей удовлетворяют соотношениям

$$\omega_{1(2)} \approx \omega_{\mathbf{k},2} - \omega_{\mathbf{k},1}, \quad \omega_{1(2)} \approx \omega_{\mathbf{k},2} + \omega_{-\mathbf{k},1}, \quad \lambda^{\mathbf{k}}_{1(2)} \lesssim \omega_3 \ll \omega_{1(2)}.$$

Здесь $\omega_{\mathbf{k},1(2)}$ — частоты фононов из ветвей 1 и 2, резонансно взаимодействующих со светом, $\lambda^{\mathbf{k}}_{1(2)}$ — недиагональные матричные элементы двухфононного взаимодействия соответственно для первой и второй гармоник, $\mathbf{k}$ — волновой вектор фононов (волновым вектором фотона можно пренебречь по сравнению с $\mathbf{k}$, $\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$).

Так как характерные параметры задачи $l_i = \lambda^{\mathbf{k}}_i/\omega_3 \lesssim 1$, то при рассмотрении взаимодействия фононов с сильным полем мы не можем использовать ни резонансное приближение по каждому полю в отдельности ($l_i \ll 1$), ни адиабатическое приближение ($l_i \gg 1$). Для решения задачи нами применен метод Хилла, изложенный в работе [1].

Рассмотрим отдельно разностный ($\omega_{1(2)} \approx \omega_{\mathbf{k},2} - \omega_{\mathbf{k},1}$) и суммарный ($\omega_{1(2)} \approx \omega_{\mathbf{k},2} + \omega_{-\mathbf{k},1}$) случаи.

а) $\omega_{\mathbf{k},2} - \omega_{\mathbf{k},1} \approx \omega_{1(2)}$. Уравнения движения для операторов $a_{\mathbf{k},1(2)}$ уничтожения фононов из ветвей 1 и 2 принимают вид [2]

$$\begin{aligned} i\dot{a}_{\mathbf{k},1} &= \omega_{\mathbf{k},1} a_{\mathbf{k},1} + (\lambda^{\mathbf{k}}_1 e^{i\omega_1 t} + \lambda^{\mathbf{k}}_2 e^{i\omega_2 t})\, a_{\mathbf{k},2}, \\ i\dot{a}_{\mathbf{k},2} &= \omega_{\mathbf{k},2} a_{\mathbf{k},2} + (\lambda^{\mathbf{k}}_1 e^{-i\omega_1 t} + \lambda^{\mathbf{k}}_2 e^{-i\omega_2 t})\, a_{\mathbf{k},1}. \end{aligned} \tag{1}$$

Решив систему (1) методом Хилла, для двух главных значений квазиэнергии получим

$$\nu_{\mathbf{k},1(2)} = \frac{\Delta_{2,\mathbf{k}}}{2} \pm \frac{\omega_3}{2\pi}\left\{\pi n + \arccos\left[(-1)^n\left(\cos\frac{\pi\Delta_{2,\mathbf{k}}}{\omega_3} - \frac{2\pi R}{\omega_3}\sin\frac{\pi\Delta_{2,\mathbf{k}}}{\omega_3}\right)\right]\right\}, \tag{2}$$

где $\Delta_{2,k} = \omega_{k,2} - \omega_{k,1} - \omega_2$, n определяется из неравенства $0 \leqslant \Delta_{2,k} - n\omega_3 \leqslant \omega_3$, а R (вычет детерминанта Хилла) является сложной функцией l_i. При $l_i \lesssim 1/2$ в R можно ограничиться членами четвертого порядка по l_i[1]. В этом приближении R имеет вид

$$R = \frac{\lambda_2^2}{\Delta_{2,k}} + \frac{\lambda_1^2}{\Delta_{2,k} + \omega_3} - \frac{\lambda_2^4}{\Delta_{2,k}^2}\left(\frac{1}{\Delta_{2,k}} - \frac{\pi}{\omega_3}\operatorname{ctg}\frac{\pi\Delta_{2,k}}{\omega_3}\right) - \frac{\lambda_1^4}{(\Delta_{2,k}+\omega_3)^2} \times$$

$$\times\left(\frac{1}{\Delta_{2,k}+\omega_3} - \frac{\pi}{\omega_3}\operatorname{ctg}\frac{\pi\Delta_{2,k}}{\omega_3}\right) -$$

$$- \frac{2\lambda_1^2\lambda_2^2}{\Delta_{2,k}(\Delta_{2,k}+\omega_3)}\left(\frac{2\Delta_{2,k}+\omega_3}{\Delta_{2,k}(\Delta_{2,k}+\omega_3)} - \frac{\pi}{\omega_3}\operatorname{ctg}\frac{\pi\Delta_{2,k}}{\omega_3}\right), \tag{3}$$

где $\lambda_{1(2)}$ — значения $\lambda_{1(2)}^{k}$ в точках главных резонансов.

Из выражений (2) и (3) следует, что в бихроматическом поле в спектре квазиэнергии появляется серия щелей в точках $\Delta_{2,k} = n\omega_3$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Появление щелей в точках комбинационных резонансов ($n = 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$) связано с многофотонными резонансными переходами (поглощение $n+1$ фотонов с частотой ω_2 и испускание n фотонов с частотой ω_1). Для величины n-фотонной щели из (2) и (3) получаем

$$\Delta\nu_n = \frac{\omega_3}{\pi}\arccos\left[1 - 2\pi^2\left(\frac{l_2^2}{n} + \frac{l_1^2}{n+1}\right)^2\right], \quad n = 1, \ \pm 2, \ \pm 3, \cdots. \tag{4}$$

Анализ выражений (2) и (3) показывает, что кроме появления серии щелей изменяется кривизна спектральной кривой, особенно в области между главными резонансами, что приводит к эффективному изменению плотности состояний в этой области.

При $l_i \ll 1$ $\Delta\nu_n \to 0$ $(n = 1, \pm 2, \ldots)$ и из (2) и (3) получаем известный результат для двух отдельных однофотонных резонансов.

б) $\omega_{k,1} + \omega_{-k,2} \approx \omega_{1(2)}$. Записав по аналогии с (1) уравнения движения для операторов рождения и уничтожения фононов ($a_{k,1}$; $a^{+}_{-k,2}$) и решив их методом Хилла, для собственных значений детерминанта Хилла $\nu'_{k,1(2)}$ получим

$$\nu'_{k,1(2)} = -\frac{\Delta'_{2,k}}{2} \pm \frac{\omega_3}{2\pi}[\arccos F + 2\pi n], \tag{5}$$

где

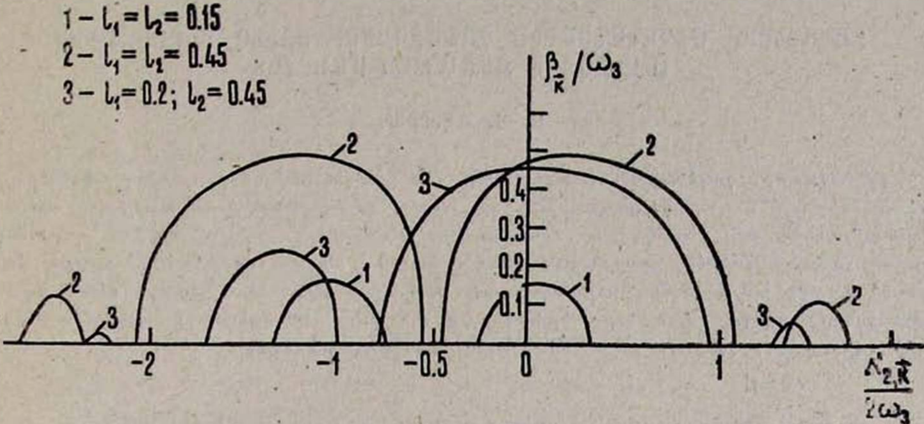
$$F = \cos\frac{\pi\Delta'_{2,k}}{\omega_3} + \frac{2\pi R'}{\omega_3}\sin\frac{\pi\Delta'_{2,k}}{\omega_3}, \quad n = 0, \ \pm 1, \ \pm 2, \cdots,$$

$\Delta'_{2,k} = \omega_{k,2} + \omega_{-k,1} - \omega_2$, а выражение для R' получается из (3), если в нем заменить $\Delta_{2,k}$ на $\Delta'_{2,k}$, а члены, пропорциональные λ_i^4, взять с противоположным знаком ($l_i \lesssim 1/2$).

Анализ выражения (5) показывает, что при значениях $\Delta'_{2,k} \approx 0$; $-\omega_3$ $|F| < 1$ и в $\nu'_{1(2),k}$ появляется мнимая часть, зависящая от l_i. Если учесть зависимость операторов $a_{k,1}$ и $a^{+}_{-k,2}$ от $\nu'_{k,1(2)}$, то становится ясно, что величина мнимой части в $\nu'_{k,1(2)}$ — это инкремент экспоненциального роста числа параметрически возбужденных фононов вблизи главных резонансов. Обозначим эту величину через β_k. Тогда из (5) для β_k получим [3]

$$\beta_k = \frac{\omega_3}{2\pi} \ln(|F| + \sqrt{F^2 - 1}). \quad (6)$$

На рисунке приведены кривые зависимости величины β_k/ω_3 от $\Delta'_{2,k}/2\omega_3$ при различных значениях l_i и при $\omega_3 \approx 10^{10}$ с$^{-1}$. Как видно из рисунка (кривые 2, 3), при значениях $l_i \lesssim 1/2$ между максимумами



главных (однофотонных) резонансов существует провал, ширина которого уменьшается с увеличением l_i. Отметим также появление резонансных максимумов, связанных с многофотонными резонансными переходами (кривые 2, 3). То обстоятельство, что резонансные максимумы сдвинуты относительно точек точных резонансов, можно объяснить, рассматривая случай $l_i \ll 1$ [4]. В этом случае по аналогии с [4] для сдвига линий получаем

$$\Delta(\omega_{k,2} - \omega_{-k,1}) = -2\left(\frac{\lambda_2^2}{\Delta'_{2,k}} + \frac{\lambda_1^2}{\Delta'_{1,k}}\right). \quad (7)$$

Если теперь определить положения резонансных максимумов с помощью (7) и сравнить с положением этих максимумов на рисунке, то нетрудно увидеть, что наиболее хорошее согласие имеется для кривой 1 ($l_i = 0{,}15$). С ростом l_i величина сдвигов резонансных максимумов становится меньше предсказанного (кривые 2, 3).

В заключение отметим, что в суммарном случае условие сильного поля особенно хорошо выполняется, если фононы, взаимодействующие с бихроматическим полем, принадлежат к tA-ветви ($\omega_{1(2)} \approx 2\omega_{tA}$), так как время жизни tA-фононов велико ($\tau_{tA} \approx 10^{-6}$ с для кремния [5]) и уже при напряженностях полей $E_0 \approx 10^5$ В/см $\lambda\tau_{tA} \gg 1$.

Автор выражает благодарность проф. Э. М. Казаряну за полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Меликян А. О.* ЖЭТФ, 68, 1228 (1975).
2. *Амирян А. С., Григорян В. Г.* Изв. АН АрмССР, Физика, 16, 177 (1981).
3. *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. Изд. Наука, М., 1978.
4. *Гореславский С. П., Крайнов В. П.* ЖЭТФ, 76, 26 (1979).
5. *Jack J. W., Baron H. W. T., Smith T.* J. Phys., C 7, 2961 (1974).

ՖՈՆՈՆՆԵՐԻ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲԻՔՐՈՄԱՏԻԿ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՀԵՏ

Ա. Ս. ԱՄԻՐՅԱՆ

Բիքրոմատիկ լազերային ճառագայթման հետ ռեզոնանսի մեջ գտնվող ֆոնոնների քվազիէներգիայի և պարամետրական աճի գործակցի համար ստացվել են անալիտիկ արտահայտություններ, երբ օպտիկական մատրիցական էլեմենտները $\lambda^1_{(2)} \lesssim \omega_3/2$ *(ω — ուժեղ դաշտի հաճախությունների տարբերությունն է)։ Ցույց է տրված, որ ի տարբերություն մեկ դաշտի դեպքից երկու ռեզոնանսային դաշտերի դեպքում առաջանում է ճեղքերի սերիա քվազիէներգետիկ սպեկտրում և նոր ռեզոնանսային մաքսիմումներ ֆոնոնների պարամետրական աճի գործակցում, կապված բազմաֆոտոնային ռեզոնանսային անցումների հետ։*

THE RESONANCE INTERACTION OF PHONONS WITH BICHROMATIC LASER RADIATION

A. S. AMIRYAN

Analytic expressions for the quasi-energy and the coefficient of paramet-generation of phonons in the field of resonance bichromatic radiation are obtained. It was shown, that, unlike the case of one field, some nonlocal effects took place in the dependences of quasi-energy and of coefficient of phonon generation on the reso nance detuning when the case of two resonance fields was considered. In particular a series of gaps in the spectrum of quasi-energy and some resonance maxima in the parametric generation coefficient arose due to multiphoton resonance transitions.