Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 20, вып. 1, 13—17 (1985)

УДК 623.315.592

РОЛЬ РАЗЛИЧНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МЕХАНИЗМОВ В ОГРАНИЧЕНИИ РОСТА ЧИСЛА ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДЕННЫХ ФОНОНОВ

А. С. АМИРЯН, В. Г. ГРИГОРЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 17 июня 1983 г.)

Показано, что при больших превышениях над порогом стационарное число параметрически возбужденных фононов (ПВФ) определяется действием двух нелинейных механизмов: фазовым механизмом и нелинейным затуханием. При малых превышениях над порогом вклад в ограничение параметрической неустойчивости дает только нелинейное затухание, причем зависимость нелинейной добавки от числа ПВФ в декременте затухания является корневой.

Возможность параметрической генерации коротковолновых фононов в кристаллах при двухфононном поглощении монохроматического лазерного света была предсказана в работах [1, 2].

Настоящая работа посвящена исследованию нелинейной стадии параметрической неустойчивости фононов, когда генерация идет по схеме $\omega \rightarrow 2LA$ (ω — частота узкополосной накачки, LA — акустический продольный фонон). В случае внешней накачки основные механизмы, ограничивающие рост числа ПВФ, следующие: *а*) нелинейное затухание, связанное со слиянием ПВФ; *б*) нелинейное затухание, связанное с разогревом тепловых фононов (ТФ): *в*) фазовый механизм ограничения ПВФ (S-теория [3]).

Как показано в [2], механизм *а* является неэффективным в случае узкополосной накачки и не дает возможности продвинуться сколько-нибудь далеко за порог; кроме того, процессы слияния ПВФ могут быть запрещены законами сохранения. Априори можно утверждать, что в случае генерации поперечных акустических (TA) фононов вследствие нераспадности спектра TA-фононов эффективным будет фазовый механизм ограничения. И наконец, в случае генерации LA-фононов монохроматическим лазерным светом необходимо учитывать оба ограничивающих механизма *б* и *в*, что и сделано в настоящей работе. Температура кристалла T принимается равной нулю.

При генерации LA-фононов из-за нераспадности спектра TA-фононов происходит накопление TA-фононов по схеме $LA \rightleftarrows LA + TA$, $LA \rightleftarrows 2TA$, что, в свою очередь, приводит к изменению декремента затухания LA-фононов:

$$\gamma_{k,1}^{\text{нел.}} = \gamma_{k,1}(0) + \gamma_{k,1}(n_{\Phi}),$$

где $\gamma_{\mathbf{k},1}$ — декремент затухания LA-фононов, $\mathbf{k}$ — квазиволновой вектор этих фононов, а n_ϕ — их число в стационарном состоянии.

Фазовый механизм ограничения амплитуд волн при их генерации монохроматической накачкой подробно рассмотрен в [3]. Как показано в этой работе, с увеличением амплитуд параметрически возбужденных волн уменьшается корреляция между суммарной фазой этих волн и фазой накачки, что, в конечном счете, приводит к ограничению их амплитуд. Для нахождения стационарного числа ПВФ воспользуемся основным уравнением S-теории, выведенным в [3]:

$$N=\frac{1}{S}\sqrt{(\lambda_{11}^{\mathbf{k}_0})^2-(\gamma_{\mathbf{k}_0,1}^{\text{нел.}})^2},\tag{1}$$

где N — полное число ПВФ в стационарном состоянии, $\lambda_{11}^{\mathbf{k}_0}$ — матричный элемент взаимодействия света с LA-фононами, S — ангармонический коэффициент четвертого порядка, а $\mathbf{k}_0$ определяется из условия $2\omega_{\mathbf{k}_0,1}=\omega_0$ ($\omega_{\mathbf{k}_0,1}$ — частота LA-фонона, ω_0 — частота монохроматической накачки). Отметим, что количественное рассмотрение явления проводится на возможно более простой модели, все еще сохраняющей основные особенности явления: спектр фононов считается изотропным и не учитываются зависимости оптического матричного элемента $\lambda_{11}^{\mathbf{k}_0}$ и ангармонических коэффициентов от углов, что делает анализ качественным, носящим оценочный характер.

Для такой модели в стационарном состоянии, удовлетворяющем условию внешней устойчивости [3], для чисел заполнения LA-фононов справедливо выражение

$$n_{\mathbf{k},1}=\frac{2\pi^2}{k_0^2}N\delta(k-k_0).\tag{2}$$

Чтобы определить стационарное число N ПВФ, из (1) необходимо найти зависимость $\gamma_{\mathbf{k}_0,1}^{\text{нел.}}$ от N. Согласно [4] $\gamma_{\mathbf{k}_0,1}$ имеет вид

$$\gamma_{\mathbf{k}_0,1}=\sum_{\mathbf{k}',\mathbf{k}''}\Big[\sum_j\beta_{12j}(\mathbf{k}_0,\mathbf{k}',-\mathbf{k}'')\,n_{\mathbf{k}',2}\,\Delta(\mathbf{k}''-\mathbf{k}_0-\mathbf{k}')\times$$
$$\times\delta(\omega_{\mathbf{k}'',j}-\omega_{\mathbf{k}_0,1}-\omega_{\mathbf{k}',2})+\sum_{j'=1,2}\beta_{j'21}(\mathbf{k}',\mathbf{k}'',-\mathbf{k}_0)(n_{\mathbf{k}',j'}+n_{\mathbf{k}'',2}+1)\times$$
$$\times\Delta(\mathbf{k}_0-\mathbf{k}'-\mathbf{k}'')\,\delta(\omega_{\mathbf{k}_0,1}-\omega_{\mathbf{k}',j'}-\omega_{\mathbf{k}'',2})\Big].\tag{3}$$

В (3) индексом 2 обозначена поперечная акустическая ветвь, $n_{\mathbf{k},1(2)}$ — числа заполнения LA- и TA-фононов, а β связаны с квадратом модуля кубических ангармонических коэффициентов. Кроме того в (3) учтено, что из-за распадности спектров $n_{k,j}\equiv 0$ при $j\neq 1,2$ ($T=0$).

Стационарные числа $n_{k,2}$ определим из уравнения баланса, выведенного в [4]. С учетом (2) это уравнение принимает следующий вид:

$$\begin{gathered}NA(n_{k,2}+n_{\bar{k},2}+1)+NB(n_{k,2}+1)-n_{k,2}(C+NC')=0,\\ N\tilde{A}(n_{k,2}+n_{\tilde{k},2}+1)+N\tilde{B}(n_{\tilde{k},2}+1)-n_{\tilde{k},2}(\tilde{C}+N\tilde{C}')=0,\end{gathered}\tag{4}$$

где

$$A=\frac{2\pi^2}{k_0^2}\int d\mathbf{k}'\,[\beta_{221}(\mathbf{k},\ \mathbf{k}',-\mathbf{k}'')\,\delta(k''-k_0)\,\delta(\omega_{k'',1}-\omega_{k,2}-\omega_{k',2})],$$

$$B=\frac{2\pi^2}{k_0^2}\int d\mathbf{k}'\,[\beta_{211}(\mathbf{k},\ \mathbf{k}',-\mathbf{k}'')\,\delta(k''-k_0)\,\delta(\omega_{k'',1}-\omega_{k,2}-\omega_{k',1})],$$

$$C=\int d\mathbf{k}'\,[\beta_{221}(\mathbf{k},\ \mathbf{k}',-\mathbf{k}'')\,n_{k',2}\,\delta(\omega_{k,1}-\omega_{k,2}-\omega_{k',2})],$$

$$C'=\frac{2\pi^2}{k_0^2}\int d\mathbf{k}'\,[\beta_{211}(\mathbf{k},\ \mathbf{k}',-\mathbf{k}'')\,\delta(k'-k_0)\,\delta(\omega_{k'',1}-\omega_{k,2}-\omega_{k',1})].$$

Здесь $\mathbf{k}''=\mathbf{k}'+\mathbf{k}$, $\omega_{k,2}+\omega_{\widetilde{k},2}=\omega_{k_0,1}$, а $\widetilde{A}$, $\widetilde{B}$, $\widetilde{C}$ и $\widetilde{C}'$ получаются из соответствующих коэффициентов заменой $k\to\widetilde{k}$.

Для решения системы (4) воспользуемся следующим обстоятельством. В (3) существенными являются k' порядка предельного значения, что связано, во-первых, с малой величиной фазового объема при малых k' и, во-вторых, с дополнительной малостью, происходящей от ангармонических коэффициентов β [4]. По этой же причине существенны большие k' и в интеграле для C.

Далее, следуя правилам, приведенным в [4], для величин A, B, C и C' получаем следующие приближенные выражения:

$$A\simeq B\simeq C'\simeq\frac{8\pi^3\beta}{\omega_{k_0,1}},\quad C\simeq\frac{\beta}{\omega_{k_0,1}}\int n_{k',2}\,d\mathbf{k}'. \tag{5}$$

Оценим область волновых чисел TA-фононов, возникающих в результате распада LA-фононов, исходя из линейного закона дисперсии для спектра фононов: $\omega_{k,1}=c_l k$, $\omega_{k,2}=c_t k$. Для процессов $LA\to LA+TA$, $LA\to 2\,TA$ соответственно имеем

$$k\leqslant\frac{2k_0}{1+c_l/c_t},\quad (c_l/c_t-1)\frac{k_0}{2}\leqslant k\leqslant(c_l/c_t+1)\frac{k_0}{2}. \tag{6}$$

Из (6) видно, что при типичном соотношении $c_l/c_t=2$ для эффективной области изменения значений волновых чисел имеем $k\approx k_0$. Предполагая функцию $n_{k,2}$ достаточно гладкой в ней, для коэффициента C окончательно будем иметь выражение

$$C\simeq\frac{4\beta n_{k,2}k_0^3}{\omega_{k_0,1}}. \tag{7}$$

Для оценки порядка $n_{k,2}$ из (4) с учетом (5) и (7) получаем приближенное соотношение

$$n_{k,2}^2 k_0^3-4\pi^3 N\,n_{k,2}-4\pi^3 N=0$$

или

$$n_{k,2}=\frac{2\pi^3 N+\sqrt{4\pi^6N^2+4\pi^3k_0^3\,N}}{k_0^3}. \tag{8}$$

Исследуем частные случаи решения (8).

1) При $N \gg \left(\frac{k_0}{\pi}\right)^3 \simeq 10^{22}$ см$^{-3}$ $n_{k,2} \simeq \frac{4\pi^3 N}{k_0^3} \simeq 4 \cdot 10^{-22} N$.

Подставив полученное значение $n_{k,2}$ в (3), для $\gamma_{k_0,1}^{\text{нел.}}$ приближенно получим

$$\gamma_{k_0,1}^{\text{нел.}} \simeq \gamma_{k_0,1}^{(0)} + \eta_1 N \gamma_{k_0,1}^{(0)}, \quad \eta_1 \simeq 10^{-21} \text{ см}^3.$$

Оценим ангармонический коэффициент S из выражения (1), следуя [4]:

$$S \simeq \frac{\hbar \bar{v}^2}{2 M \bar{a}_0 \omega_{k_0,1}^2} \approx 10^{-12} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}. \tag{9}$$

Для входящих в (9) физических величин взяты их типичные значения: $\bar{v} \approx 5 \cdot 10^5$ см/с, $M \approx 10^{-22}$ г, $\bar{a}_0 \approx 2 \cdot 10^{-8}$ см, $\omega_{k_0,1} \approx 10^{13}$ с$^{-1}$. Таким образом, при $\gamma_{k_0,1}(0) \equiv \gamma_{k_0,1} \simeq 10^{10}$ с$^{-1}$ $\eta' \equiv \eta_1 \gamma_{k_0,1} > S$. Однако, учитывая грубость оценок, мы предполагаем, что $\eta' \simeq S$. В этом случае, как видно из (1), стационарное число фононов N будет равно

$$N = \frac{-\eta' \gamma_{k_0,1} + \sqrt{(\lambda_{11}^{k_0})^2 [S^2 + (\eta')^2] - S^2 \gamma_{k_0,1}^2}}{S^2 + (\eta')^2}. \tag{10}$$

Так как случай $N \gg 10^{22}$ см$^{-3}$ соответствует большому превышению над порогом ($\lambda_{11}^{k_0} \gg \gamma_{k_0,1}$), то при $S \simeq \eta'$ необходимо учитывать оба механизма в ограничении роста числа ПВФ.

2) При $N \ll 10^{22}$ см$^{-3}$ $n_{k,2} \simeq 2\pi^{3/2} k_0^{-3/2} \sqrt{N} \approx 10^{-11} \sqrt{N}$

или

$$\gamma_{k_0,1}^{\text{нел.}} \approx \gamma_{k_0,1} + \eta_2 \gamma_{k_0,1} \sqrt{N}, \quad \eta_2 \simeq 10^{-11} \text{ см}^{3/2}.$$

В этом случае для определения стационарного числа ПВФ из (1) получается следующее уравнение четвертой степени $(\eta'' = \eta_2 \gamma_{k_0,1})$:

$$S^2 (\sqrt{N})^4 + (\eta'')^2 (\sqrt{N})^2 + 2 \gamma_{k_0,1} \eta'' \sqrt{N} - [(\lambda_{11}^{k_0})^2 - \gamma_{k_0,1}^2] = 0, \tag{11}$$

которое при малых превышениях над порогом имеет решение $(\lambda_{11}^{k_0} = \gamma_{k_0,1} + g\gamma_{k_0,1},\ g \ll 1)$

$$N = \frac{(\lambda_{11}^{k_0} - \gamma_{k_0,1})^2}{(\eta'')^2}. \tag{12}$$

Таким образом, при малых превышениях над порогом механизм ограничения связан только с нелинейным затуханием. При наших оценках коэффициентов S и η'', как легко убедиться, формула (12) будет с хорошей точностью определять стационарное число ПВФ, вплоть до значений $g \lesssim 1$.

В заключение авторы выражают благодарность Э. М. Казаряну за полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Григорян В. Г., Казарян Э. М., Меликян А. О.* ФТТ, 21, 629 (1979). *Григорян В. Г.* ФТТ, 21, 1907 (1979).

2. *Булгадаев С. А., Каплан Б. И., Левинсон И. Б.* ЖЭТФ, 70, 1550 (1976).
3. *Захаров В. Е., Львов В. С., Старобинец С. С.* УФН, 114, 609 (1974).
4. *Гуревич В. Л.* Кинетика фононных систем. Изд. Наука, М., 1980, гл. 1.

ՏԱՐԲԵՐ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ԴԵՐԸ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻԿՈՐԵՆ ԳՐԳՌՎԱԾ ՖՈՆՈՆՆԵՐԻ ԹՎԻ ԱՃԻ ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿՄԱՆ ՄԵՋ

Ա. Ս. ԱՄԻՐՅԱՆ, Վ. Գ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ շեմի զգալի գերազանցման դեպքում պարամետրիկորեն գրգռված ֆոնոնների (ՊԳՖ) ստացիոնար թիվը որոշվում է երկու ոչ գծային մեխանիզմների՝ ֆազային մեխանիզմի և ոչ գծային մարման ազդեցությամբ։ Շեմի փոքր գերազանցման դեպքում պարամետրիկ անկայունության սահմանափակման մեջ ներդրում է ունենում միայն ոչ գծային մարումը, ընդ որում ոչ գծային հավելումի կախումը ՊԳՖ-ի թվից մարման գործակցում արմատային է։

THE ROLE OF DIFFERENT NONLINEAR MECHANISMS IN THE LIMITATION OF THE NUMBER OF PARAMETRICALLY EXCITED PHONONS

A. S. AMIRYAN, V. G. GRIGORYAN

It is shown that when the intensity of electromagnetic radiation greatly exceeds the threshold, the stationary number of parametrically generated phonons (PGP) is determined by two nonlinear mechanisms: the phase mechanism and nonlinear decrement. When the excess over the threshold is small, the number of PGP is determined only by the nonlinear decrement and the dependence of nonlinear addition in the decrement of PGP on the stationary number of PGP has a square root form.