

УДК 551.596

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ВНУТРЕННИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ СРЕД

Р. Г. ДЖАНГИРЯН, Ф. А. КОСТАНЫАН

Институт радиофизики и электроники АН Арм.ССР

(Поступила в редакцию 23 августа 1983 г.)

Развивается теория переходного излучения внутренних волн в стратифицированной жидкости. В приближении Буссинеска рассмотрено переходное излучение объемных и поверхностных внутренних волн при нормальном и наклонном пересечении точечным источником массы горизонтальной плоской границы раздела двух экспоненциально стратифицированных жидкостей. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловую плотность энергии переходного излучения объемных и поверхностных внутренних гравитационных волн как для случая нормального пересечения границы, так и при наклонном движении источника.

Как известно, устойчивая стратификация сред, находящихся в поле тяжести, обуславливает возможность появления в них так называемых внутренних гравитационных волн (ВВ) [1]. Изучению ВВ в стратифицированных жидкостях посвящен ряд экспериментальных работ (см., например, [2]), их существование в океане подтверждают наблюдения из космоса [3], поэтому исследование ВВ представляет интерес с точки зрения физики океана и атмосферы. Механизмы возбуждения ВВ весьма разнообразны. Обычно считается, что их источником является распределение давлений на свободной поверхности или на дне слоя жидкости, а также некоторые распределения точечных источников (или стоков) массы в жидкости [4]. С другой стороны, самостоятельный интерес представляют также вопросы генерации ВВ движущимися заданным образом источниками [5, 6]:

Переходному излучению (ПИ) акустико-гравитационных волн вертикально движущимся точечным источником массы посвящена работа [7]. Однако в ней не затрагиваются вопросы возбуждения поверхностных ВВ, а также вопросы поведения амплитуд полей ПИ. С другой стороны, в линейном приближении, как это показано в [8], акустические и гравитационные возмущения в стратифицированной среде разделяются, поэтому представляется более естественным подход к ПИ ВВ без учета акустической ветви возбуждений.

Настоящая работа посвящена анализу ПИ ВВ, возбуждаемых равномерно движущимся точечным источником массы, пересекающим горизонтальную поверхность раздела двух различных экспоненциально стратифицированных жидкостей (ЭСЖ), как в случае нормального, так и наклонного пересечения границы.

В приближении Буссинеска уравнения, описывающие возмущения давлений $p_{1,2}$ в обеих ЭСЖ при наличии источников массы $q_{1,2}$, имеют вид

$$\Delta \frac{\partial^2 p_{1,2}}{\partial t^2} + N_{1,2}^2 \Delta_{\perp} p_{1,2} = - \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N_{1,2}^2 \right) \frac{\partial q_{1,2}}{\partial t}, \quad (1)$$

где

$$\Delta = \Delta_{\perp} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$N_{1,2}^2 = -g/\rho_{01,2} \partial \rho_{01,2} / \partial z$ — частота Вейселя-Брента [1], $\rho_{01,2} = \rho_{n1,2} \times \exp\{-z/H_{1,2}\}$ — плотность, $H_{1,2} = c_{1,2}^2/g$, $c_{1,2}$ — скорость звука в первой и во второй ЭСЖ, g — ускорение силы тяжести ($g = -\hat{e}_z g$). Граничные условия заключаются в равенстве вертикальных смещений ЭСЖ и в непрерывности полного давления на поверхности раздела $z=0$.

В случае вертикального пересечения границы раздела $z=0$ источник массы записываем в виде

$$q_1(r, t) = q_2(r, t) = q_0 \delta(x) \delta(y) \delta(z - v_0 t) \quad (2)$$

(q_0 — полный расход массы, v_0 — скорость источника), а в случае наклонного пересечения —

$$q(r, t) = q_0 \delta(x - v_{0x} t) \delta(y) \delta(z - v_{0z} t). \quad (3)$$

Решение уравнения (1) с источниками (2) и (3) в обеих средах представляется в виде суммы собственного поля давления источника и поля давления $p_{1,2}^R$ ПИ ВВ. При этом оказывается, что в области частот $|\omega| > N_0 = \max\{N_1, N_2\}$ источник (2) генерирует поверхностные волны ПИ вида

$$p_{1,2}^{Rp}(R, \vartheta, \omega) \sim H_0^{(1)} \left(i v_{1,2}^{-1} \frac{R \sin \vartheta}{L_{1,2}(\omega)} \right) \exp \left\{ \mp \frac{R \cos \vartheta}{L_{1,2}(\omega)} \right\}, \quad (4)$$

где

$$L_{1,2}(\omega) = \frac{-g |\rho_{n1} d_1 - \rho_{n2} d_2|}{\omega^2 v_{1,2} (\rho_{n1} v_1 + \rho_{n2} v_2)}$$

— глубина затухания поверхностных волн, $\rho = R \sin \vartheta$, $z = R \cos \vartheta$, $\vartheta \in [0, \pi/2]$ — для первой и $\vartheta \in [\pi/2, \pi]$ — для второй ЭСЖ, $H_0^{(1)}(x)$ — функция Ганкеля, $d_{1,2} = 1 + N_{1,2}^2 \rho_n / g^2 \rho_{n1,2}$, $v_{1,2}^2 = (N_{1,2}^2 - \omega^2) / \omega^2$.

В рассматриваемой постановке ПИ имеет место как вследствие изменения частоты N Вейселя-Брента на границе ЭСЖ, так и благодаря различию плотностей ρ_{n1} и ρ_{n2} . Будем различать поэтому два предельных случая:

а) $\rho_{n1} = \rho_{n2}$, $v_1 - v_2 = \Delta v$, $|\Delta v| / v_{1,2} \ll 1$;

б) $v_1 = v_2$, $\rho_{n1} - \rho_{n2} = \Delta \rho$, $|\Delta \rho| / \rho_{n1,2} \ll 1$.

В первом случае, как это следует из (4), $p_1^{Rp} \sim (\Delta v)^{3/2}$, а во втором — $p_1^{Rp} \sim (\Delta \rho)^{3/2}$. В интервале частот $\omega < \min\{N_1, N_2\}$ в обеих средах излучаются объемные ВВ ПИ, которые представляют собой сум-

му отраженной от границы и преломленной из другой ЭСЖ цилиндрических волн.

При наклонном пересечении границы, когда имеет место (3), в рассматриваемых предельных случаях амплитуды поля давления поверхностных ВВ имеют следующий вид:

$$а) \quad p_1^{Rp}(\omega) \approx -\frac{q_0}{v_{0z}} \omega \left[\frac{\rho_n}{\rho_{n1} g R \cos \vartheta} \right]^{1/2} (\Delta v)^{1/2} v_1 F(\varphi, \varphi_0), \quad (5)$$

$$б) \quad p_1^{Rp}(\omega) \approx \frac{q_0}{v_{0z}} \left(\frac{g}{R \sin \vartheta} \right)^{1/2} v_1^{1/2} \left(\frac{\Delta \rho_n}{2 \rho_{n1}} \right)^{1/2} F(\varphi, \varphi_0), \quad (6)$$

где

$$F(\varphi, \varphi_0) = \frac{\cos \varphi \operatorname{tg} \varphi_0}{1 - N_1^2/\omega^2 - \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi_0},$$

φ — полярный угол в плоскости (x, y) .

Из приведенных формул следует, что амплитуды давления в переходном излучении поверхностных ВВ сильно зависят от угла φ . Так, для углов наблюдения $\varphi \sim 0, \pi$ поле давления $p_1^{Rp} \sim (\Delta \rho / \rho_{n1})^{1/2}$, а для углов $\varphi \sim \pm \pi/2$ $p_1^{Rp} \ll (\Delta \rho_n / \rho_{n1})^{1/2}$, и поле давления является величиной того же порядка, что и поля переходного излучения поверхностных волн, возбуждаемых при вертикальном пересечении границы источником. Аналогично можно оценить поля давления ПИ, связанного с изменением частоты Вайсяля-Брента, которые также содержат множитель $F(\varphi, \varphi_0)$.

Такое поведение полей переходного излучения поверхностных волн при наклонном влете источника связано с увеличением эффективного времени взаимодействия источника с границей раздела [9].

Спектральная плотность энергии ПИ поверхностных ВВ источника (2), излучаемых во вторую среду, в предельном случае б имеет простой вид

$$\frac{dW_{02}^n}{d\omega} = \frac{\bar{q}_0^2}{64\pi} \frac{g^3}{\rho_{02} v_0^4} \left(\frac{\Delta \rho_n}{2 \rho_{n2}} \right)^3 \frac{\omega^3}{(\omega^2 - N_2^2)^3}, \quad \omega > N_2, \quad (7)$$

а угловое распределение энергии ПИ объемных ВВ, излученных вперед, в единичном интервале длин волн может быть записано в этом случае в компактной форме

$$\begin{aligned} \frac{dW_{02}^0}{d\lambda d\vartheta} &\approx \frac{q_0^2}{2\pi \rho_{02}} \left(\frac{\Delta \rho_n}{2 \rho_{n2}} \right)^3 \cos \vartheta \sin^3 \vartheta \times \\ &\times \left[\lambda^2 \cos^2 \vartheta + \left(\frac{2\pi g}{N_2} \right)^2 \right] \left[\lambda^2 \sin^2 \vartheta - \left(\frac{2\pi v_0}{N_2} \right)^2 \cos^2 \vartheta \right]^{-2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Спектральная плотность ПИ ВВ при наклонном пересечении границы раздела оказывается зависящей от направления излучения φ и от угла влета φ_0 как для объемных, так и для поверхностных мод ВВ. Например, выражение для частотного распределения энергии ПИ поверхностных ВВ в обоих предельных случаях содержит множитель $F^2(\varphi, \varphi_0)$, который и характеризует указанную угловую зависимость.

Рассмотренное в настоящей работе ПИ ВВ может найти применение для диагностики разрывов в стратифицированных средах, в физике океана и атмосферы.

Авторы выражают благодарность Г. М. Гарибяну и участникам руководимого им семинара за обсуждение результатов данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Миропольский Ю. З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Гидрометеониздат, Л., 1981.
2. Caschione D., Wunsch C. Journ. Fluid. Mech., 66, 223 (1974).
3. Новоградский Б. В. и др. Исследование океана из космоса. Гидрометеониздат, Л., 1978.
4. Черкесов Л. В. Поверхностные и внутренние волны. Наукова думка, Киев, 1973.
5. Григорьев Г. И., Докучаев В. П. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 6, 678 (1970).
6. Keller J. B., Munk W. H. Phys. Fluids, 13, 1425 (1970).
7. Григорьев Г. И., Савина О. Н. Изв. вузов. Радиофизика, 26, 135 (1983).
8. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. Изд. Мир, М., 1981.
9. Гарибян Г. М. Препринт ЕрФИ ТФ—13 (70), 1970.

ՆԵՐՔԻՆ ԱՎԻԲՆԵՐԻ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՑՈՒՑՉԱՅՆՈՐԵՆ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆԻ ՎՐԱ

Ռ. Գ. ԶԱՆԳԻՐՅԱՆ, Գ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ

Զարգացվում է անհամասեռ հեղուկներում ներքին գրավիտացիոն ալիքների անցումային ճառագայթման տեսությունը: Բուսինեսկի մոտավորությամբ դիտարկված է ծավալային և մակերևութային ներքին գրավիտացիոն ալիքների ճառագայթումը, երբ շարժվող կետային զանգվածի աղբյուրը անցնում է երկու ցուցչայնորեն անհամասեռ հեղուկների բաժանման հորիզոնական հարթ սահմանը: Ստացված և հետազոտված են ծավալային և մակերևութային ներքին գրավիտացիոն ալիքների անցումային ճառագայթման էներգիայի խտության հաճախա-անկյունային բաշխվածությունը նկարագրող արտահայտություններ ինչպես աղբյուրի ուղղաձիգ, այնպես էլ թեք ուղղությամբ սահմանի հատման դեպքերում:

THE TRANSITION RADIATION OF INTERNAL WAVES ON A BOUNDARY OF EXPONENTIALLY STRATIFIED MEDIA

R. G. DZHANGIRYAN, F. A. KOSTANYAN

In the Boussinesk approximation the transition radiation of surface and bulk internal waves from a moving point mass source at its both normal and slope crossing of the horizontal flat boundary between two exponentially stratified media has been considered. Expressions for spectral and angular distributions of the specific energy of transition radiation of surface and bulk internal gravitational waves were derived and studied both for the case of normal and slope crossing of the boundary.