Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 5, 239—244 (1984)

УДК 621.324.6.01;539.12.03

КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОЕ ЖЕСТКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В СПИРАЛЬНОМ ОНДУЛЯТОРЕ СО СРЕДОЙ

Л. А. ГЕВОРГЯН, П. М. ПОГОСЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 4 апреля 1983 г.)

Решена задача об излучении заряженной частицы, проходящей через спиральный ондулятор, заполненный диспергирующей средой. Рассмотрен и проанализирован эффект сужения спектра излучения. Выявлены условия, при которых с помощью релятивистских сгустков, получаемых в современных накопителях, можно генерировать достаточно мощный направленный квазимонохроматический пучок жестких квантов, который может найти применение в различных областях науки.

Развитие теоретических исследований ондуляторного излучения связано с появлением работы [1], в которой с целью получения генерации микрорадиоволн рассматривалось ондуляторное излучение релятивистских одиночных электронов, а также когерентных электронных сгустков. Возникший вновь большой интерес к этой теме был стимулирован работой [2], где предлагалось генерировать ультрафиолетовое и более жесткое излучение при помощи современных ускорителей. Впоследствии этой теме было посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ (см. [3] и приведенную там литературу).

Большой практический интерес представляет исследование жесткого излучения в ондуляторе, заполненном диспергирующей средой. Так, в работах [4, 5] такая задача рассмотрена для случая плоского ондулятора и показано, что при определенном условии из-за сложного эффекта Доплера спектр излучения сужается.

В настоящей работе получены формулы для частотно-углового и частотного распределений интенсивности спонтанного излучения релятивистской частицы, пролетающей вокруг оси спирального ондулятора (в отличие от [4, 5]), заполненного диспергирующей средой (в отличие от [3]). С учетом эффекта сужения спектра исследованы характеристики излучения и получена формула для числа излученных квантов. Рассчитана мощность излучения определенного ондулятора со средой для пучков некоторых действующих накопителей.

1. Динамика частицы в спиральном ондуляторе

Для описания магнитного поля на оси спирального ондулятора используется формула [3]

$$\mathbf{H} = \mathbf{i}\, H_0 \sin 2\pi n z - \mathbf{j}\, H_0 \cos 2\pi n z, \tag{1}$$

где H_0 — амплитуда магнитного поля, $n = 1/l$, l — шаг обмотки спирали ондулятора, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — единичные векторы в направлении осей x и y, ось z совпадает с осью ондулятора.

Однако в работе [6], на которую ссылаются в [3], при интегрировании выражений

$$H_x = gJ\int\limits_{\psi_-}^{\psi_+} \frac{\sin\psi - \psi\cos\psi}{(\psi^2 l^2 + 4\pi^2 a^2)^{3/2}}\, d\psi,$$

$$H_y = -gJ\int\limits_{\psi_-}^{\psi_+} \frac{\cos\psi - \psi\sin\psi}{(\psi^2 l^2 + 4\pi^2 a^2)^{3/2}}\, d\psi \quad \left(g = \frac{4\pi^2 al}{c}\right), \tag{2}$$

полученных из известного закона Био—Савара—Лапласа, не учитывается асимметричность пределов интегрирования ($\psi_\mp = \mp N\pi + 2\pi z_0/l$), что приводит к неверным выражениям для H_x и H_y. В (2) приняты следующие обозначения: a — радиус спирали ондулятора, z_0 — расстояние от центра соленоида до точки наблюдения, J — электрический ток, протекающий через обмотку, c — скорость света в вакууме, N — число витков в обмотке соленоида.

Учет асимметричности пределов интегрирования приводит к смещению начала координат по оси z в точку z_0, что, в свою очередь, означает замену в (2) ψ, не входящих под знак тригонометрических функций, на $(\psi - \psi_0)$, где $\psi_0 = 2\pi z_0/l$. После интегрирования приходим к (1) со следующим выражением для амплитуды поля:

$$H_0 = \frac{4\pi nJ}{c}\left[2\pi naK_0(2\pi na) + K_1(2\pi na)\right], \tag{3}$$

где $K_\nu(x)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода.

Траектория частицы с зарядом e, массой m и начальной скоростью $\beta c = \{0, -\beta_\perp c, \beta_z c\}$, которая в момент $t = 0$ находится в точке $(-R, 0, 0)$, где $R \ll a$, описывается спиралью

$$\mathbf{r}(t) = \{-R\cos\Omega t,\ -R\sin\Omega t,\ \beta_z ct\} \tag{4}$$

с радиусом $R = \beta_\perp c/\Omega$ [3], где $\Omega = 2\pi n\beta_z c$ — частота вращения вокруг оси z. При этом поперечная скорость частицы $\beta_\perp c = cq/\gamma$ определяется параметром ондулятора $q = eH_0 l/\pi mc^2$ и лоренц-фактором частицы $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$.

2. Частотно-угловое распределение интенсивности излучения

Частотно-угловое распределение интенсивности излучения в среде дается формулой [7]

$$\frac{dW}{d\omega dO} = \frac{e^2\omega^2\sqrt{\varepsilon}}{4\pi^2 c} I,$$

$$I = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathbf{A}(t)\mathbf{A}(t')\exp\{i[\omega(t-t') - \mathbf{k}(\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t'))]\}\, dt dt', \tag{5}$$

где $\mathbf{A}(t)=[\mathbf{n}, \beta(t)]$, $\mathbf{A}(t')=[\mathbf{n}, \beta(t')]$, ω — частота излучения $\varepsilon=\varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость среды, $\mathbf{k}=\omega\mathbf{n}\sqrt{\varepsilon}/c$ — волновой вектор, θ, φ — направляющие углы излучения, $dO=\sin\theta d\theta d\varphi$ — телесный угол излучения.

Для выражения, стоящего перед экспонентой в (5), имеем

$$\mathbf{A}(t)\mathbf{A}(t')=\beta_z^2\sin^2\theta-\beta_z\beta_\perp\sin\theta\cos\theta\left(\sin(\Omega t-\varphi)+\sin(\Omega t'-\varphi)\right)+$$
$$+\beta_\perp^2\cos^2\theta\cos\Omega(t-t')+\beta_\perp^2\sin^2\theta\cos(\Omega t-\varphi)\cos(\Omega t'-\varphi). \qquad (6)$$

Учитывая, что под экспонентой в (5) с учетом (4) имеем

$$i\varkappa(t-t')+i\alpha[\cos(\Omega t-\varphi)-\cos(\Omega t'-\varphi)],$$

где $\varkappa=\omega(1-\beta_z\sqrt{\varepsilon}\cos\theta)$, $\alpha=\omega\sqrt{\varepsilon}R\sin\theta/c$, и используя следующее разложение по функциям Бесселя:

$$\exp\{i\alpha\cos(\Omega t-\varphi)\}=\sum_{p=-\infty}^{\infty} i^p J_p(\alpha)\exp\{i(p\Omega t-\varphi)\},$$

приведем экспоненту к виду

$$\sum_p\sum_q i^{p-q}e^{-i(p-q)\varphi}J_p(\alpha)J_q(\alpha)\exp\{i(\varkappa+p\Omega)t\}\exp\{-i(\varkappa+q\Omega)t'\}. \qquad (7)$$

Если выразить в (6) функции, содержащие t и t', через экспоненты и сгруппировать в сумме члены с одинаковыми экспонентами, то легко убедиться, что отличными от нуля будут только члены с $p=q$. Учитывая также следующие соотношения для функций Бесселя:

$$J_{p-1}(\alpha)+J_{p+1}(\alpha)=\frac{2p}{\alpha}J_p(\alpha),$$

$$J_{p-1}(\alpha)-J_{p+1}(\alpha)=2\dot{J}_p(\alpha),$$

где $\dot{J}_p(\alpha)$ — производная функции $J_p(\alpha)$ по аргументу, и заменяя одну из δ-функций на $\tau/2\pi$, где τ — время пролета частицы через ондулятор, для частотно-углового распределения интенсивности излучения с единицы пути пролета получаем выражение

$$\frac{dW}{d\omega dO dz}=\frac{e^2\omega}{2\pi\beta_z^2c^2}\sum_p\left[\left(\beta_z\sin\theta+\beta_\perp\frac{p}{\alpha}\cos\theta\right)^2J_p^2(\alpha)+\beta_\perp^2\dot{J}_p^2(\alpha)\right]\times$$
$$\times\delta\left(\cos\theta-\frac{\omega+p\Omega}{\omega\beta_z\sqrt{\varepsilon}}\right), \qquad (8)$$

которое в случае вакуума переходит в известное выражение [3].

3. Явление резонанса и квазимонохроматическое излучение сгустка

В области больших частот ($\omega\gg\omega_0$) диэлектрическую проницаемость среды можно представить в виде

$$\varepsilon(\omega)=1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2},$$

где ω_0 — плазменная частота среды. В этой области частот релятивистские частицы излучают под углами $\theta\ll1$.

С учетом сказанного и того, что в излучение дают вклад только отрицательные гармоники, после замены p на $-p$ вместо (8) получим

$$\frac{dW}{d\omega dO dz}=\left(\frac{eq}{\gamma c}\right)^2\frac{\omega}{\pi}\sum_{p=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{p}{\alpha}-\frac{\gamma\theta}{q}\right)^2 J_p^2(\alpha)+J_p'^2(\alpha)\right\}\times$$

$$\times\,\delta\left(\theta^2+\frac{\omega_0^2}{\omega^2}+\frac{1+q^2}{\gamma^2}-\frac{2p\Omega}{\omega}\right). \qquad (9)$$

Нетрудно заметить, что излучаемые частоты удовлетворяют неравенству

$$\omega^2-2\omega_R\omega+\omega_c^2\leqslant 0, \qquad (10)$$

где

$$\omega_R=p\Omega\gamma_z^2,\ \omega_c=\omega_0\gamma_z,\quad \gamma_z=\gamma/\sqrt{1+q^2}.$$

Решение этого неравенства в интересующей нас области частот запишем в виде

$$\max\left[\omega_{\text{н}},\ \omega_R(1-\Delta)\right]\leqslant\omega\leqslant\omega_R(1+\Delta), \qquad (11)$$

где $\omega_{\text{н}}$ — нижняя граница интересующих нас частот ($\omega_{\text{н}}\gg\omega_0$), а $\Delta=\sqrt{1-(\omega_c/\omega_R)^2}$.

В среде с плазменной частотой $\omega_0=p\Omega\gamma_z$ ($\Delta=0$) излучается единственная резонансная частота $\omega=\omega_R$. Однако в реальных случаях из-за естественной ширины линии, которая имеет порядок $1/N$, а также из-за уширения $\sqrt{2\Delta\gamma/\gamma}$ линии за счет энергетического разброса при рассмотрении пучка частиц излучаются частоты в интервале

$$\omega_R(1-\delta)\leqslant\omega\leqslant\omega_R(1+\delta), \qquad (12)$$

$$\delta=\max\left\{\frac{1}{N},\ \sqrt{\frac{2\Delta\gamma}{\gamma}}\right\},$$

т. е. в случае разонанса излучается линия шириной в 2δ. Этот эффект сужения спектра происходит в случае, когда частота осциллятора в сопутствующей системе координат ($\Omega\gamma_z$) совпадает с плазменной частотой среды, а излученная частота ω_0 в лабораторной системе координат воспринимается как $\omega_0\gamma_z$. Резонансная частота ω_R испускается под углом $\theta_R=\delta/\gamma_z$, а частоты $\omega_R(1\pm\xi)$, симметричные относительно резонансной частоты, — под углом $\theta=\sqrt{\delta^2-\xi^2}/\gamma_z$. Следовательно, весь интервал частот (12) испускается под углами $0\leqslant\theta\leqslant\theta_R$.

При этом δ-функция в (9) принимает вид $\delta\left[\theta^2-(\delta^2-\xi^2)/\gamma_z^2\right]$, где $\xi=|\omega-\omega_R|/\omega_R$. После интегрирования по $dO=d\theta^2 d\varphi/2$ для частотного распределения интенсивности излучения с единицы пути получаем

$$\frac{dW}{d\omega dz}=\left(\frac{eq}{\gamma c}\right)^2\omega\sum_{p=1}^{\infty}\left[\left(\frac{1}{\eta}-\frac{q^2+1}{q^2}\eta\right)^2 J_p^2(p\eta)+J_p'^2(p\eta)\right], \qquad (13)$$

$$\eta=q\sqrt{\frac{\delta^2-\xi^2}{q^2+1}}.$$

Если учесть, что $\eta\lesssim\delta$, а также следующие свойства функций Бесселя:

$$J_p(p\eta)\simeq\left(\frac{p\eta}{2}\right)^p\lesssim\left(\frac{p\delta}{2}\right)^p,\quad p\eta\ll 1,$$

$$J_p(p\eta)\simeq\frac{1}{\sqrt{2\pi p}}\left(\frac{e\eta}{2}\right)^p\lesssim\frac{1}{\sqrt{2\pi p}}\left(\frac{e\delta}{2}\right)^p,\quad p\eta\gtrsim 1,$$

то с точностью до малых δ^2 в (12) вносит вклад только гармоника $p=1$, и для частотного распределения числа излученных квантов в области с относительной шириной 2δ получаем

$$\frac{dN_q}{d\omega dz}=\frac{1}{2\cdot 137\cdot c}\left(\frac{q}{\gamma}\right)^2\left[1+\left(\frac{\omega-\omega_R}{\omega_R}\right)^2\right]. \qquad (14)$$

Отметим, что выражение для числа излученных квантов в этом случае, как и ожидалось, аналогично выражению для плоского ондулятора:

$$\frac{dN_q}{dz}=\frac{2\pi}{137}\frac{q^2}{q^2+1}\frac{\delta}{l}. \qquad (15)$$

В заключение выясним практические возможности генерации квазимонохроматических пучков жестких квантов при помощи спирального ондулятора с диспергирующей средой, расположенного на прямолинейном участке накопителя. Так как выражение (1) для магнитного поля справедливо только на оси спирального ондулятора, то его радиус следует выбрать намного больше не только радиуса спирали движения электронов $R=ql/2\pi\gamma$, но и поперечных размеров сгустка. Поскольку входящие в (3) функции $K_\nu(x)$ при больших аргументах имеют асимптотику $\sqrt{\pi/2x}\exp(-x)$, то выбор размеров ондулятора ограничивается условием $x=2\pi na\lesssim 1$. С другой стороны, оптимальному случаю $q=1$ соответствует условие $H_0 l=4261{,}2\,A$.

Таблица

Накопители	Лоренц-фактор $\gamma\cdot 10^{-4}$	Энергетический разброс $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\cdot 10^3$	Число электронов в сгустке $\times 10^{-11}$	Плазменная частота $\omega_0\cdot 10^{-14}$ ($с^{-1}$)	Излученная частота $\omega\cdot 10^{-18}$ ($с^{-1}$)	Ширина линии $\delta\cdot 10^2$	Импульсная мощность излучения (кВт)	Средняя мощность излучения (Вт)
PETRA, Гамбург	3	1	2,0	3,99	8,48	4,5	55,05	184
CESR, Итака	1,6	1	4,3	2,13	2,40	4,5	33,67	664
VEP-4, Новосибирск	1,4	1	0,2	1,86	1,85	4,5	1,20	47
PHOTON, Япония	0,5	1	5,5	0,66	0,24	4,5	4,21	323

Если выбрать ондулятор с диаметром $2a=0{,}05$ м, шагом обмотки $l=0{,}1$ м, длиной $L=4$ м и током $J=11{,}35$ кА, то при помощи электронных пучков накопителей можно генерировать достаточно мощное квазимонохроматическое и направленное излучение. Характеристики ожидаемого излучения для некоторых накопителей приведены в таблице.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гинзбург В. Л.* Изв. АН СССР, сер. физ., 11, 165 (1947).
2. *Корхмазян Н. А.* Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287, 418 (1970).
3. *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.* Труды ФИАН СССР, 80, 100 (1975).
4. *Геворгян Л. А., Корхмазян Н. А.* Научное сообщение ЕрФИ—273 (66)—77, 1977.
5. *Геворгян Л. А., Корхмазян Н. А.* ЖЭТФ, 76, 1226 (1979).
6. *Смайт В.* Электростатика и электродинамика. Изд. ИЛ, М., 1954.
7. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. Изд. Мир, М., 1965.
8. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. Наука, М., 1971.

ԿՈՇՏ ԿՎԱԶԻՄՈՆՈՔՐՈՄԱՏԻԿ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՄԻՋԱՎԱՅՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՊԱՐՈՒՐԱՁԵՎ ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐՈՒՄ

Լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Պ. Մ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Լուծված է դիսպերս միջավայրով լցված պարուրաձև օնդուլյատորով անցնող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման խնդիրը։ Դիտարկված է ճառագայթման սպեկտրի սեղման էֆեկտի դեպքը։ Ցույց է տրված, որ ժամանակակից կուտակիչներում ստացված ռելյատիվիստիկ փնջերի օգնությամբ կարելի է գեներացնել կոշտ քվանտների կվազիմոնոքրոմատիկ և ուղղված փնջեր, որոնք կարող են կիրառում գտնել գիտության տարբեր բնագավառներում։

QUASI-MONOCHROMATIC HARD RADIATION IN HELICAL UNDULATORS WITH FILLING

L. A. GEVORGYAN, P. M. POGOSYAN

The problem of radiation from a charged particle traversing through a helical undulator with dispersive filling has been solved. The effect of radiation spectrum narrowing was considered and it was shown that using relativistic bunches in storage rings one could generate rather intense directed quasi-monochromatic beams of hard quanta. Such beams may be used in different fields of science.