

УДК 539.341

ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ КВАНТОВЫЙ ГЕНЕРАТОР
СУБМИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ
ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

А. Г. АЛЕКСАНИЯН, Г. П. БОЯХЧЯН, Э. Г. МИРЗАБЕКЯН

Институт радиофизики и электроники АН АрмССР

(Поступила в редакцию 1 апреля 1983 г.)

Проводится расчет пороговых характеристик полупроводникового квантового генератора с распределенной обратной связью и с анизотропным коэффициентом усиления. Показано, что анизотропия коэффициента усиления приводит к комплексности коэффициента связи, к нарушению симметрии спектра мод лазера.

В настоящее время известен ряд работ [1—5], посвященных расчету порогового коэффициента усиления квантовых генераторов с распределенной обратной связью. В этих работах показано, что распределенная обратная связь обладает тем преимуществом, что обеспечивает высокую спектральную селективность лазерного излучения.

Однако в [1—5] собственные частоты и пороговое усиление определялись из волнового уравнения с изотропным коэффициентом усиления, что характерно для генераторов инфракрасного и оптического диапазонов длин волн.

Поэтому существующие результаты нельзя использовать для полупроводниковых квантовых генераторов субмиллиметрового диапазона, поскольку специфика получения активной среды в этом диапазоне [6] приводит к анизотропии коэффициента усиления.

В настоящей работе проводится расчет пороговых характеристик полупроводникового квантового генератора (ПКГ) с анизотропным коэффициентом усиления. Учет анизотропии коэффициента усиления приводит к появлению комплексного коэффициента связи, который зависит от толщины образца, диэлектрических проницаемостей активной и пассивной сред и частоты акустической волны. Кроме того, происходит нарушение симметрии спектра мод лазера.

Мы рассматриваем резонансное дифракционное рассеяние брэгговской волны (т. е. когда выполняются условия $2\Lambda = \lambda$, $\theta = \pi/2$; λ — длина волны излучения, Λ — длина акустической волны, θ — угол падения излучения на акустические плоскости) в себя и во встречную волну того же порядка. Мы предполагаем, что активная среда, создаваемая магнитным полем и ультразвуковой волной [7], помещена в однородную диэлектрическую среду с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 (см. рис. 1). Акустическая волна с волновым числом $\beta_0 = 2\pi/\Lambda$, распространяющаяся вдоль оси x , вызывает изменение диэлектрической проницаемости, которая и

обеспечивает распределенную обратную связь. Поле монохроматических H_y -волн с учетом анизотропии коэффициента усиления описывается сле-

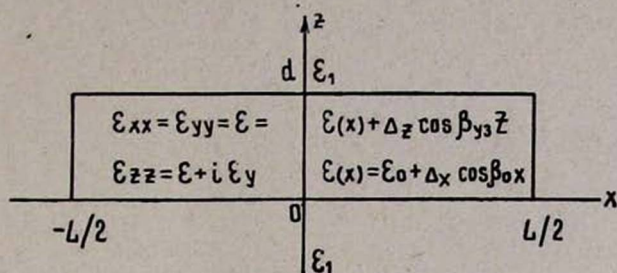


Рис. 1. Распределение диэлектрической проницаемости.

дующим волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + (\varepsilon + i\varepsilon_y) \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right] + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon + i\varepsilon_y) H_y - \frac{1}{\varepsilon + i\varepsilon_y} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0, \quad 0 < z < d, \quad (1)$$

а в пассивных областях — уравнением

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \varepsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} H_y = 0, \quad z < 0, \quad z > d. \quad (2)$$

Сделав замену

$$H_y = \exp \left(\frac{\Delta \varepsilon \cos \beta_{y3} z}{2\varepsilon} \right) V(x, z)$$

в уравнении (1), с учетом условий $\Delta \varepsilon / \varepsilon \ll 1$, $\lambda_{y3} / \lambda_{нзл} \ll 1$ получаем следующее уравнение для $V(x, z)$:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon(x) + i\varepsilon_y}{\varepsilon(x)} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{V}{2\varepsilon(x)} \frac{\partial^2 (\Delta \varepsilon \cos \beta_{y3} z)}{\partial z^2} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon(x) + i\varepsilon_y) V - \frac{1}{\varepsilon(x) + i\varepsilon_y} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

К уравнению (3) можно применить метод Капицы [8], так как ввиду того, что $\lambda_{нзл} \gg \lambda_{y3}$, член с $\cos \beta_{y3} z$ является быстро осциллирующим. Записав

$$V = A(x, z) + \varphi, \quad (4)$$

где $A(x, z)$ — медленно меняющаяся амплитуда, а φ — быстро меняющаяся амплитуда, и проделав выкладки по известной схеме Капицы [8], получаем

$$\varphi = \frac{A}{2\varepsilon(x)} \Delta \varepsilon \cos \beta_{y3} z, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon(x) + i\varepsilon_y}{\varepsilon(x)} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\beta_{y3}^2 \Delta \varepsilon^2}{2\varepsilon^2} A \right) + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon(x) + i\varepsilon_y) A - \frac{1}{\varepsilon(x) + i\varepsilon_y} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

Решение (6) ищем в виде

$$A = \Psi(x)(c_1 e^{imz} + c_2 e^{-imz}). \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6) и учитывая, что $\Delta_x/\varepsilon(x) \ll 1$, для Ψ получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + [a + b \Delta_x \cos \beta_0 x] \Psi + c \Delta_x \sin 2\beta_0 x \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

где

$$a = \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_0 + i\varepsilon_y) - m^2 \frac{\varepsilon_0 + i\varepsilon_y}{\varepsilon_0} + \frac{\varepsilon_0 + i\varepsilon_y}{\varepsilon_0} \frac{\Delta_x^2 \beta_{yz}^2}{8\varepsilon_0^2},$$

$$b = \frac{\omega^2}{c^2} + i \frac{m^2}{\varepsilon_0^2} \varepsilon_y - i \varepsilon_y \frac{\Delta_x^2 \beta_{yz}^2}{8\varepsilon_0^4}, \quad c = \frac{2\beta_0}{\varepsilon_0 + i\varepsilon_y}.$$

Решение уравнения (8) ищем в виде двух связанных волн [1], предполагая при этом, что $\beta_0 = \beta = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_0}$:

$$\Psi = \exp(-i\beta_0 x) R(x) + \exp(i\beta_0 x) S(x), \quad (9)$$

где $R(x)$ и $S(x)$ — медленно меняющиеся амплитуды.

Подставляя (9) в (8) и пренебрегая членами $\frac{\partial^2 R}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$, получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{dR}{dx} + a_1 R = i k_{св} S,$$

$$\frac{dS}{dx} + a_1 S = i k_{св} R, \quad (10)$$

где

$$a_1 = i \frac{a - \beta_0^2}{2\beta_0}, \quad k_{св} = - \left(b - \frac{c(\beta_0^2 + a)}{2\beta_0} \right) \frac{\Delta_x}{4\beta_0}. \quad (11)$$

Решение системы (10) с учетом граничных условий

$$S\left(\frac{L}{2}\right) = R\left(-\frac{L}{2}\right) = 0$$

имеет вид

$$R = c_3 \operatorname{sh} \gamma \left(x + \frac{L}{2} \right),$$

$$S = \pm c_3 \operatorname{sh} \gamma \left(x - \frac{L}{2} \right), \quad (12)$$

где γ удовлетворяет системе уравнений

$$a_1 + \gamma = \pm i k_{св} e^{iL},$$

$$\gamma - a_1 = \mp i k_{св} e^{-iL}. \quad (13)$$

Таким образом, решение уравнения (1) при сделанном выше предположении имеет вид

$$H_y = c_3 \left[\operatorname{sh} \gamma \left(x + \frac{L}{2} \right) e^{-i\beta_0 x} \pm \operatorname{sh} \gamma \left(x - \frac{L}{2} \right) e^{i\beta_0 x} \right] \times$$

$$\times (c_1 e^{imz} + c_2 e^{-imz}), \quad 0 < z < d, \quad (14)$$

а решения уравнения (2) следующие:

$$H_y = c_4 (e^{i\beta_0 x} + e^{-i\beta_0 x}) \exp \left[-\sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} z \right], \quad z > d, \quad (15)$$

$$H_y = c_5 (e^{i\beta_0 x} + e^{-i\beta_0 x}) \exp \left[\sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} z \right], \quad z < 0. \quad (16)$$

Из условия, чтобы решения (14)–(16) были совместными (непрерывность волновых функций и их производных при $z = 0$, $z = d$) при $md/2 < 1$, получаем

$$\frac{md}{2} = \frac{\sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}}}{m} + \pi N, \quad N = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \dots \quad (17)$$

Из (17) видно, что если $d = \lambda \leq 10^{-2} \div 10^{-3}$ см, то для $N \neq 0$ уравнение (17) не имеет решений. Поэтому рассматривая случай $N = 0$, мы будем иметь поперечно одномодовый режим работы.

При $N = 0$ и $|a_1| \gg |k_{св}|$ (тем самым предполагая, что коэффициент усиления намного больше коэффициента связи) система уравнений (13) принимает вид

$$\begin{aligned} \gamma &= a_1, \\ 2a_1 &= \pm i k_{св} \exp(a_1 L), \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= - \left[\frac{2}{d} \sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} - \beta^2 - \frac{\Delta_z \beta_{yz}^2}{8 \epsilon_0^2} \right] \frac{\alpha_{пот}}{2 \beta_0 \beta} + \\ &+ i \left[\frac{\beta^2 - \beta_0^2 - \frac{2}{d} \sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} + \frac{\Delta_z \beta_{yz}^2}{8 \epsilon_0^2}}{2 \beta_0} \right] = T_1 + iT_2, \quad (19) \\ k_{св} &= k_1 + ik_2, \end{aligned}$$

$$k_1 = - \frac{k_0}{4 \beta_0} \left[\frac{2}{d} \sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} - \beta_0^2 - \frac{\Delta_z \beta_{yz}^2}{8 \epsilon_0^2} \right], \quad (20)$$

$$k_2 = - \frac{k_0}{4 \beta_0} \frac{\epsilon_y}{\epsilon_0} \left[\frac{2}{d} \sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} + \beta_0^2 - \frac{\Delta_z \beta_{yz}^2}{8 \epsilon_0^2} \right],$$

$$k_0 = \frac{\Delta_x \beta_0}{\epsilon_0}, \quad \alpha_{пот}(\omega) = - \frac{\omega}{c} \frac{\epsilon_y}{\sqrt{\epsilon_0}}.$$

Таким образом, нетрудно видеть, что по сравнению с простым изотропным случаем коэффициент поглощения и коэффициент связи существенно изменяются, т. е. появляются эффективный показатель преломления волны и эффективный комплексный коэффициент связи, которые зависят от толщины активной области и диэлектрических проницаемостей активной и пассивной сред (тогда как в изотропном случае только при модуляции $\text{Re } \epsilon$ $k_{св}$ является действительной величиной, а при модуляции коэффициента усиления $k_{св}$ является чисто мнимой, только при одновременной модуляции $\text{Re } \epsilon$ и $\text{Im } \epsilon$ $k_{св}$ становится комплексной величиной).

Из выражений (19) и (20) видно, что если $\varepsilon_y/\varepsilon_0 \ll 1$, $\Delta_z \rightarrow 0$ и $d \rightarrow \infty$, то приходим к результату работы [1]. Кроме того, можно подобрать такое соотношение параметров β_0 , d , ε_1 и ε_0 , чтобы $k_1 \gg k_2$ или, наоборот, $k_1 \ll k_2$.

Для вычисления порогового коэффициента усиления перепишем (18) в виде

$$2 T_1 = \exp(T_1 L) (-k_2 \cos T_2 L - k_1 \sin T_2 L), \quad (21)$$

$$2 T_2 = \exp(T_1 L) (k_1 \cos T_2 L - k_2 \sin T_2 L). \quad (22)$$

Комбинируя уравнения (21) и (22), получим следующую систему уравнений для определения пороговой частоты и порогового усиления:

$$\ln \frac{2 T_2}{k_1 \cos T_2 L - k_2 \sin T_2 L} = -2 T_2 L \frac{k_2 \cos T_2 L + k_1 \sin T_2 L}{k_1 \cos T_2 L - k_2 \sin T_2 L}, \quad (23)$$

$$4(T_1^2 + T_2^2) e^{-2T_1 L} = (k_1^2 + k_2^2). \quad (24)$$

Уравнение (23) имеет множество решений T_2^j . Из выражения $T_2(\omega)$ можно определить спектр частот ω^j , а из (24) — $\alpha_{\text{пот}}(\omega^j)$ — потери при данной частоте ω^j для заданного k_0 . Выбором β_0 можно добиться того, чтобы частота ω^j совпала с частотой, при которой коэффициент усиления активной среды имеет максимум. Тогда, приравнявая коэффициент потерь коэффициенту усиления на частоте максимума коэффициента усиления, можно определить пороговые характеристики квантового генератора и их зависимость от температуры, коэффициента обратной связи k_0 , длины резонатора и т. д.

Воспользуемся выражением для коэффициента усиления [9]

$$\alpha_{\text{усл}} = \frac{4 e^2 \{f_e - f_h\} G(b, \hbar \omega)}{c \sqrt{\varepsilon_0} \pi i \hbar^4 \left(\frac{m^* V_s}{x} \right)^{1/2} \sqrt{\beta^2 - [1 + b - x_r^2]^2}}, \quad (25)$$

$$G = \frac{0,3375}{b^{5/2}} [1 + 2b - x_r^2] \left[1 - \left(\frac{1 + b - x_r^2}{b} \right)^2 \right], \quad (26)$$

$$x = \frac{4 m^* S^2}{\hbar^2 \omega_0^2} V_s, \quad f_e - f_h = \frac{\text{sh } \Gamma_0}{\text{ch } \Gamma_0 + \text{ch} [z_0 (x_r^2 - 1) + y_0]}, \quad (27)$$

$$\Gamma_0 = \frac{\mu_e - \mu_h - \hbar \omega}{2 k T}, \quad x_r = \frac{\hbar \omega_r}{\Delta \varepsilon}, \quad z_0 = \frac{\alpha}{k T}, \quad y_0 = \frac{\Delta \varepsilon - 2(\mu_e + \mu_h + \hbar \omega_r)}{2 k T}.$$

В дальнейшем нам понадобятся значения квазиуровней Ферми для электронов μ_e , минизоны проводимости и электронов минивалентной зоны μ_h , которые определим из соотношения [10]

$$n_{e,h} = \frac{1}{V_0} \sum \int d\varepsilon dk_z f_{eh}(\varepsilon, \mu_e, \mu_h, T) \delta \left\{ \varepsilon - \left(l + \frac{1}{2} \right) \hbar \Omega - \varepsilon_{eh}(k_z) \right\}, \quad (28)$$

где $n_{e,h}$ — концентрации электронов соответственно в минизонах $\varepsilon_e^c(k_z)$ и $\varepsilon_h^c(k_z)$.

Введя обозначения

$$\xi_e = \frac{a + \frac{\Delta\varepsilon}{2} (\sqrt{1+b} - 1) - \mu_e}{kT},$$

$$\xi_h = \frac{a - \frac{\Delta\varepsilon}{2} (\sqrt{1+b} + 1) - \mu_h}{kT},$$

$$x_e = \frac{a + \frac{\Delta\varepsilon}{4} \frac{b}{\sqrt{1+\beta}}}{kT}, \quad x_h = \frac{a - \frac{\Delta\varepsilon}{4} \frac{b}{\sqrt{1+\beta}}}{kT}$$

и вычисляя интеграл (28) таким же способом, как и в [10], получим

$$\xi_{e,h} = -\ln \frac{\exp(z_1) - 1}{z_2 - z_3 \exp(x_{e,h} + z_1)},$$

где

$$z_1 = 2\pi^2 \frac{n_{e,h}}{n_0} x_{e,h} \beta_{e,h} \sqrt{\beta_{e,h}^2 - 1},$$

$$n_0 = \frac{1}{\pi \lambda_H^2 \lambda_{y3}}, \quad \lambda_H = \left(\frac{\hbar c}{eH} \right)^{1/2},$$

$$z_2 = \frac{1}{2(\beta_{e,h}^2 - 1)}, \quad z_3 = \frac{1}{t_{eh}^2 + \beta_{e,h}^2 - 1},$$

$$t_{eh} = \frac{2\pi \beta_{e,h}^2}{\sqrt{\beta_{e,h}^2 - 1}}, \quad \beta_{e,h} = \frac{4 + x_{e,h}}{2x_{e,h}}.$$

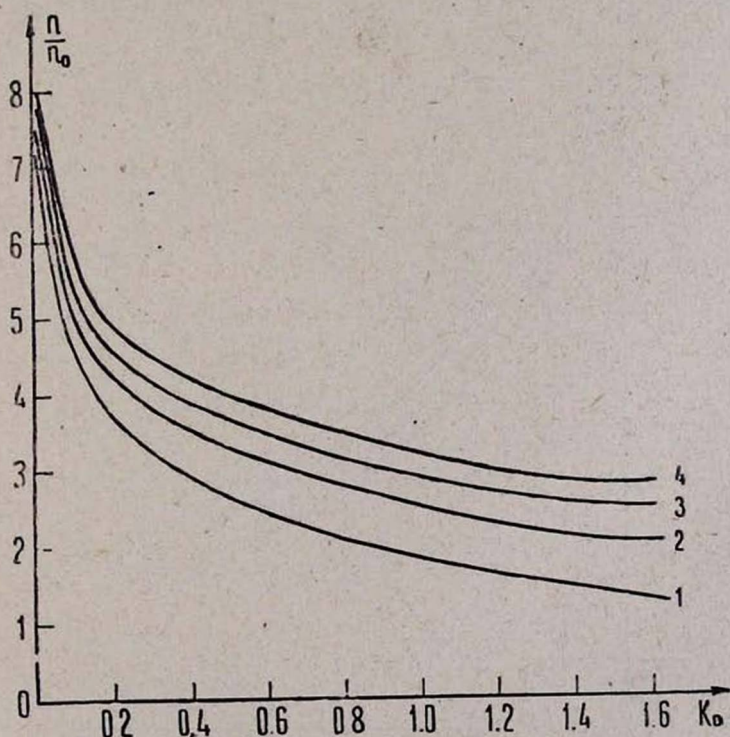


Рис. 2. Зависимость пороговой концентрации электронов от коэффициента обратной связи k_0 для следующих значений параметров: $\chi = 0,8$, $L = 1$ см, $d = 10^{-3}$ см, $T = 4,2$ К, $V_s/kT = 9$, $n_0 = 10^{14}$ см $^{-3}$.

Пороговое условие имеет вид

$$\alpha_{\text{усл.}}(\omega_r, \mu_e, \mu_h, T) = \alpha_{\text{пот.}} \quad (29)$$

Уравнение (29) решалось численно на ЭВМ и результаты представлены в виде графиков.

На рис. 2. приведены графики зависимости пороговой концентрации электронов от k_0 при $T = 4,2$ К, $L = 1$ см, $d = 10^{-3}$ см и $\chi = 0,8$. Видно,

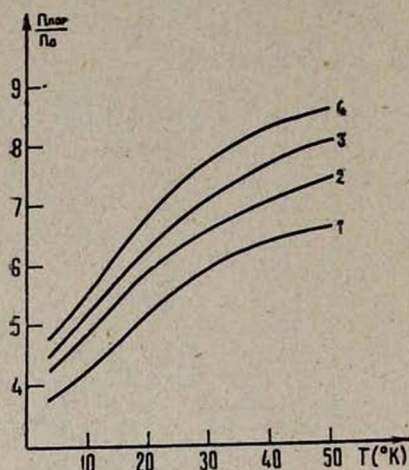


Рис. 3. Зависимость пороговой концентрации электронов от температуры для первых четырех мод ($\omega_1 - \omega_4$) при $k_0 = 0,2$, $\chi = 0,8$.

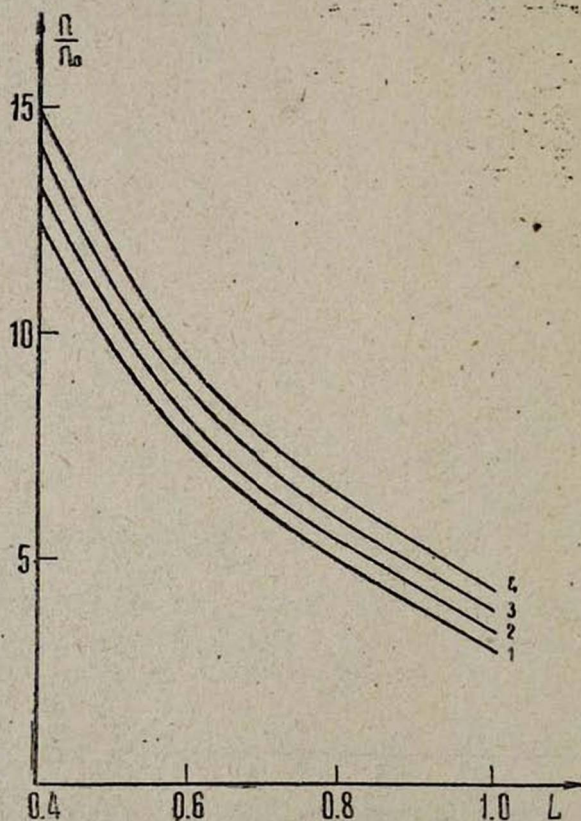


Рис. 4. Зависимость пороговой концентрации электронов от длины образца L .

что с увеличением k_0 пороги между продольными модами начинают различаться достаточно резко (на рис. 2 приведены зависимости порога для первых четырех мод ω_1 — ω_4).

На рис. 3 приведены графики зависимости пороговой концентрации для первых четырех продольных мод от температуры при $k_0 = 0,2$ и $\kappa = 0,8$. На рис. 4 приведена зависимость пороговой концентрации электронов от длины образца L . Видно, что с ростом длины образца пороговое значение концентрации уменьшается. С изменением k_0 и L разность частот между продольными модами изменяется в пределах $10^9 \div 10^{10}$ Гц. Частота генерации составляет $\omega_r = 10^{13}$ Гц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kogelnik H., Shank C. B. J. Appl. Phys., 43, 2327 (1972).
2. Wang S. IEEE, Quant. Elect., QE-10, 413 (1974).
3. Казаринов Р. Ф., Суриц Р. А. ФТП, 6, 1369 (1972).
4. Шкердин Г. Н., Гуляев Ю. В. ФТП, 10, 1950 (1976).
5. Гуляев Ю. В., Шкердин Г. Н. Радиотехника и электроника, 22, 1210 (1977).
6. Алексанян А. Г., Мирзабекян Э. Г., Бояхчян Г. П. Квантовая электроника, 6, 1786 (1979).
7. Алексанян А. Г., Мирзабекян Э. Г. Изв. АН АрмССР, Физика, 12, 28 (1977).
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика, Физматгиз, М., 1958.
9. Алексанян А. Г., Бояхчян Г. П. Квантовая электроника, 8, 185 (1981).
10. Алексанян А. Г., Мирзабекян Э. Г. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 19 (1978).

ԲԱՇԽՎԱԾ ՀԵՏԱԴԱՐՁ ԿԱՊՈՎ ՍՈՒԲՄԻԼԻՄԵՏՐԱՅԻՆ ՏԻՐՈՒՅԹԻ
ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԼԱԶԵՐ

Ա. Գ. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ, Գ. Պ. ԲՈՅԱԽՉՅԱՆ, Է. Հ. ՄԻՐԶԱԲԵԿՅԱՆ

Կատարված է բաշխված հետադարձ կապով և անիզոտրոպ ուժեղացման գործակից ունեցող կիսահաղորդչային շրջանային զննորատորի շինային բնութագրերի հաշվարկի ծրագրով, որ ուժեղացման գործակցի անիզոտրոպիայի հետևանքով կապի գործակիցը դառնում է կոմպլեքս և խախտվում է լազերի մոդաների սպեկտրի սիմետրիան:

A SEMICONDUCTOR LASER OF SUBMILLIMETER RANGE WITH DISTRIBUTED FEEDBACK

A. G. ALEKSANYAN, G. P. BOYAKHCHYAN, E. H. MIRZABEKYAN

A calculation of threshold characteristics of semiconductor laser with distributed feedback and anisotropic amplification factor is given. It is shown that the anisotropy of amplification factor leads to a complex coupling coefficient and to the breaking of the symmetry of laser modes spectrum.