УДК 681.7.013

ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ ОТ НЕЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЫ

М. Н. НЕРСЕСЯН, П. С. ПОГОСЯН, Э. С. САРКИСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 8 июля 1983 г.)

Исследован процесс излучения с разностной частотой на границе нелинейной среды в зависимости от поперечных размеров возбуждающих лазерных пучков. В приближении заданного поля решена двумерная задача с учетом граничных условий. Получены аналитические выражения для мощности излучения от границы. Показана возможность применения полученных результатов для создания эталонных антенн.

Генерация разностной частоты (ГРЧ) существенно отличается от процессов генерации гармоник и суммарных частот. Это в первую очередь связано с тем, что поперечные размеры возбуждающих пучков могут быть порядка длины волны разностного излучения, а в некоторых случаях даже меньше [1].

Как известно [2], на границе между линейным и нелинейным диэлектриками возникает как проходящая волна, так и отраженная волна. Исследованию особенностей проходящего излучения с разностной частотой посвящено большое число работ (см., например, [3—9]). Однако можно указать целый ряд задач, для решения которых отраженное излучение является более подходящим. К ним можно отнести, например, определение параметров нелинейных кристаллов и возбуждающих лазеров при помощи ГРЧ, поскольку сильная зависимость параметров проходящего излучения от рассогласования фазовых скоростей и от толщины нелинейной среды затрудняет получение точных количественных данных.

Целью настоящей работы является исследование характерных особенностей процесса отражения в зависимости от поперечных размеров возбуждающих пучков. Считаем, что граница между линейным и нелинейным диэлектриками является плоской, что позволяет нам рассмотреть двумерную задачу. Чтобы не загромождать расчеты и получить более обозримые выражения, сделаем следующие упрощения. Будем считать, что диэлектрические проницаемости линейной и нелинейной сред одинаковы ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$), так как учет скачка диэлектрической проницаемости, когда $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$, можно провести в конечных выражениях, используя обычные законы отражения. Примем, что $y = 0$, а граница совпадает с осью x . Относительно возбуждающих пучков будем полагать, что их параметры не зависят от z . Это соответствует реальной ситуации, если учесть, что их частоты значительно превышают частоты разностного излучения.

При нормальном падении нелинейная поляризация P^{nl} определится из выражения

$$P^{nl} = P_0^{nl}(x) \exp(ikz), \quad (1)$$

$$P_0^{nl}(x) = \hat{\epsilon} / \epsilon_1 \epsilon_2 A_1 A_2^*$$

где ϵ , ϵ_1 , ϵ_2 — соответственно единичные векторы в направлении возбуждаемого и возбуждающих полей, $\hat{\epsilon}$ — тензор нелинейной восприимчивости, $k_n = k_1 - k_2$ — волновое число волны нелинейной поляризации, A_1 и A_2 — комплексные амплитуды электрических полей возбуждающих пучков: $E_{1,2} = A_{1,2} \exp[-ik_{1,2}z]$.

Если пренебречь дисперсией на длине возбуждающих волн в полосе частот $\Delta\omega = \omega$, что справедливо для большинства кристаллов, то можно записать $ck_n = \omega \sqrt{\epsilon_0}$, где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость на частотах возбуждающих пучков. Заметим, что ϵ_0 может сильно отличаться от ϵ , особенно в сегнетоэлектрических кристаллах. Так, например, для ниобата лития ($LiNbO_3$) дисперсией возбуждающих пучков можно пренебречь в области 0,42—4,2 мкм, а для разностного излучения — во всей СВЧ области вплоть до субмиллиметровых волн.

С учетом вышеуказанных замечаний общее решение уравнения Максвелла при $z > 0$ для E -поляризации ($E_x = E_z = H_y = 0$, $E_y(x, z) = E^\perp$) можно представить в виде

$$E^\perp = E_+^\perp - \frac{\omega^2}{c^2} e^{ik_n z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4\pi F(k_x)}{k_z^2 - k_n^2} \exp(ik_x x) dk_x, \quad (2)$$

где $F(k_x)$ — фурье-образ амплитуды нелинейной поляризации [10].

Учитывая граничные условия, получим

$$A_R^\perp = - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{4\pi F(k_x)}{2k_z(k_z + k_n)}, \quad (3)$$

где $A_R^\perp$ — угловой спектр $E_R^\perp$, т. е.

$$A_R^\perp = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_R^\perp(x, 0) \exp(-ik_x x) dx. \quad (4)$$

Угловые спектры H_x и H_z определяются из следующих выражений:

$$B_{Rx} = \frac{c}{\omega} k_z A_R^\perp, \quad B_{Rz} = -k_x A_R^\perp. \quad (5)$$

В случае H -поляризации имеем

$$B_R^\perp = \frac{\omega}{c} \frac{4\pi F(k_x)}{2k_z(k_z + k_n)} (k_z \cos \alpha + k_x \sin \alpha), \quad (6)$$

$$\epsilon A_{Rx} = -\frac{c}{\omega} k_z B_R^\perp, \quad \epsilon A_{Rz} = \frac{c}{\omega} k_x B_R^\perp, \quad (7)$$

где α — угол между вектором P^{nl} и осью z .

В рассматриваемом случае (изотропная среда, нормальное падение) из-за поперечности волн $P_z = 0$, $P_x = P^{nl}$, т. е. в (6) следует положить $\alpha = 0$.

Если диэлектрические проницаемости линейной и нелинейной сред различны ($\epsilon_1 \neq \epsilon_2$), то выражения (3), (5)–(7) нужно умножить на комплексный коэффициент пропускания линейной границы T . Например, в случае E -поляризации имеем [11]

$$T = \frac{2k_z}{k_z + k_{Rz}}, \quad (8)$$

где $k_{Rz} = \sqrt{k_R^2 - k_x^2}$, а k_R — волновое число для линейной среды.

Если ввести двумерный аналог полной излучаемой мощности согласно формуле

$$W = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} [EH^*]_z dx, \quad (9)$$

то для E - и H -поляризаций соответственно получим

$$W^E = \frac{c^2}{8\pi\omega} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} k_z |A_R^\perp|^2 dk_x, \quad W^H = \frac{c^2}{8\pi\epsilon\omega} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} k_z |B_R^\perp|^2 dk_x. \quad (10)$$

Рассмотрим случай, когда $|k_x| \ll k$. Для этого необходимо, чтобы эффективный поперечный размер a возбуждающих пучков был значительно больше длины волны λ излучения на разностной частоте ($a \gg \lambda$). В этом случае при любом реальном поперечном распределении интенсивности возбуждающих пучков $F(k_x)$ имеет острый максимум при $k_x = 0$ и, следовательно, все нормали к волнам, входящим в угловой спектр, лежат в узком конусе вокруг оси z , и отраженную волну можно представить как узкий пучок, идущий в отрицательном направлении оси z (см., например, [12]).

Полагая в (3) и (6) $k_z \approx k$, получим

$$\sqrt{\epsilon} |A_R^\perp| \approx |B_R^\perp| = \frac{\omega}{c} \frac{2\pi F(k_x)}{(k + k_0)} = \frac{2\pi F(k_x)}{\sqrt{\epsilon} + \sqrt{\epsilon_0}}. \quad (11)$$

Подставим эти значения $A_R^\perp$ и $B_R^\perp$ в (10):

$$W^E \approx W^H = \frac{c\pi}{2\sqrt{\epsilon}(\sqrt{\epsilon} + \sqrt{\epsilon_0})} \int_{-\infty}^{\infty} |F(k_x)|^2 dk_x. \quad (12)$$

Учитывая, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(k_x)|^2 dk_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |P^{nl}|^2 dx,$$

будем иметь

$$W^E \approx W^H = \frac{c}{4\sqrt{\epsilon}(\sqrt{\epsilon} + \sqrt{\epsilon_0})^2} \int_{-\infty}^{\infty} |P^{nl}|^2 dx. \quad (13)$$

Заметим, что в этом случае, когда $a \gg \lambda$, излучаемая мощность не зависит от длины волны. Это обстоятельство можно использовать для создания широкоперестраиваемых источников со стабильной мощностью во всей полосе перестройки. Такие источники могут найти целый ряд практических приложений, в частности, их можно применить для определения дисперсионных свойств элементов, применяемых в области миллиметровых и субмиллиметровых длин волн.

Если возбуждающие пучки имеют гауссовый профиль (одномодовые лазеры), то

$$P^{nl}(x) = \chi A_1 A_2^* \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right), \quad F(k_r) = \frac{a}{2\sqrt{\pi}} P^{nl}(0) \exp\left(-k_r^2 a^2/4\right), \quad (14)$$

где χ — нелинейная восприимчивость среды, A_{10} и A_{20}^* — амплитуды полей возбуждающих пучков при $x = 0$.

В (14) мы пренебрегли расходимостью возбуждающих пучков и кроме того приняли, что оба пучка имеют одинаковый эффективный радиус a . Как известно (см., например, [3]), влияние этих факторов (расходимость, разные диаметры) на процесс ГРЧ является тривиальным, а именно, они вызывают уменьшение эффективности преобразования из-за неполного перекрытия возбуждающих пучков. Выражение (13) для гауссовых возбуждающих пучков принимает вид

$$W^E \approx W^H = \frac{ac^{3/2} |A_{10}|^2 |A_{20}|^2}{4\sqrt{2\varepsilon} (\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon_0})^2}. \quad (15)$$

Выражая $|P^{nl}|^2$ в (13) через интенсивности возбуждающих пучков, получим

$$W^E \approx W^H = \frac{\pi^{5/2} 2^{7/2} a \chi^2}{c \sqrt{\varepsilon} (\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon_0})^2} J_1 J_2, \quad J_{1,2} = \frac{c \sqrt{\varepsilon}}{8\pi} |A_{1,2}|^2. \quad (16)$$

Введя как и в (9) двумерный аналог мощности возбуждающих пучков W_1 и W_2 , будем иметь

$$W^E \approx W^H = \frac{\pi^{3/2} 2^{9/2} \chi^2}{ac\varepsilon_0 (\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon_0})^2} W_1 W_2. \quad (17)$$

Из последней формулы можно видеть влияние фокусировки возбуждающих пучков на мощность отраженной волны. Следует учесть, что выражение (17) справедливо при условии $a \gg \lambda$, что приводит к оптимальной степени фокусировки, аналогично генерации второй гармоники (см., например, [13]).

Представляет интерес рассмотреть также другой предельный случай, когда $\lambda \gg a$. Сделав в этом случае замены $k_x = k \cos \theta$ и $k_z = k \sin \theta$ для углового распределения мощности получим выражения

$$U^E = \frac{\pi\omega}{2} \frac{|F(\cos \theta)|^2}{(\sqrt{\varepsilon} \sin \theta + \sqrt{\varepsilon_0})^2}, \quad U^H = \frac{\pi\omega}{2} \frac{|F(\cos \theta)|^2 \sin^2 \theta}{(\sqrt{\varepsilon} \sin \theta + \sqrt{\varepsilon_0})^2}; \quad (18)$$

W^E и W^H выражаются через U^E и U^H по формуле $W^{E,H} = \int_0^\pi U^{E,H} d\theta$.

Для гауссовых возбуждающих пучков в случае $\lambda \gg a$ имеем

$$U^E = \frac{\alpha^2 \omega}{8} \frac{P^2(0)}{(\sqrt{\epsilon} \sin \theta + \sqrt{\epsilon_0})^2}, \quad U^H = \frac{\alpha^2 \omega}{8} \frac{P^2(0) \sin^2 \theta}{(\sqrt{\epsilon} \sin \theta + \sqrt{\epsilon_0})^2}. \quad (19)$$

Если ввести эффективную длину когерентного взаимодействия

$$L(\theta) = \frac{2\pi c}{\omega (\sqrt{\epsilon} \sin \theta + \sqrt{\epsilon_0})}, \quad (20)$$

то выражения (19) можно записать в виде

$$U^E = \frac{c}{4\lambda^3} R^2(\theta), \quad U^H = \frac{c}{4\lambda^3} R^2(\theta) \sin^2 \theta, \quad (21)$$

где $R(\theta) = \sqrt{\pi} a L(\theta) P(0)$ — эффективный дипольный момент на частоте ω . Заметим, что первое выражение в (21) представляет собой двумерный аналог элементарного излучателя Гюйенса, а второе — элементарного диполя с дипольным моментом, зависящим от θ .

Очевидно, что диаграмма направленности отраженной волны зависит от формы поперечного распределения возбужденных пучков. При гауссовом распределении возбужденных пучков получается однолепестковая структура. При других видах распределения получается многолепестковая структура. Для иллюстрации этого рассмотрим случай, когда возбуждающие пучки представляют собой излучение, полученное при дифракции на узкой щели шириной a , расположенной в плоскости $z = 0$. При этом $F(\cos \theta)$ имеет вид

$$F(\cos \theta) = \frac{P(0)}{2\pi} \frac{\sin\left(\frac{ka}{2} \cos \theta\right)}{k \cos \theta}. \quad (22)$$

Подставляя последнее выражение в (18), получим

$$U^E = \frac{\omega [P(0)]^2 \sin^2\left(\frac{ka}{2} \cos \theta\right)}{8\pi (\sqrt{\epsilon} \sin \theta + \sqrt{\epsilon_0})^2 k^2 \cos^2 \theta}, \quad U^H = U^E \sin^2 \theta. \quad (23)$$

Как и следовало ожидать, в предельных случаях $\lambda \gg a$ и $\lambda \ll a$ (23) дает те же результаты, что и выражения (17) и (21). В промежуточном случае количество лепестков зависит от отношения λ и a . В частности, если $\lambda = \sqrt{\epsilon} \cdot a$, получаем аналог полуволнового вибратора.

Таким образом, исследование отраженной волны не только позволяет определить параметры возбуждающих лазеров в нелинейных кристаллах, но и открывает новые возможности для создания широкоперестраиваемых передающих антенн с заданной диаграммой направленности (эталонные антенны).

Авторы признательны М. Л. Тер-Микаеляну за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цернике Ф., Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика, Изд. Мир, М., 1976.
Zernike F., Verman P. Phys. Rev. Lett., 15, 999 (1965).

2. *Blombergen N., Pershan P.* Phys. Rev., 128, 606 (1962).

Имеется русский перевод в книге *Бломберген Н.* Нелинейная оптика. Изд. Мир, М., 1966.

3. *Абдулин У. А.* и др. ЖЭТФ, 66, 1295 (1974).

4. *Lax V., Aggarwal R., Favrot G.* Appl. Phys. Lett., 22, 329 (1973).

5. *Lee N., Aggarwal R., Lax V.* Appl. Phys. Lett., 29, 45 (1976).

6. *Лузина А. С., Хаткевич А. Г., Белый В. Н.* ЖПС, 22, 637 (1975).

7. *Белый В. Н., Хаткевич А. Г.* ЖПС, 25, 452 (1976).

8. *Лузина А. С., Инсарова Н. И., Аковлев Г. С.* ЖПС, 26, 657 (1977).

9. *Geyer F., Fan N. J.* Appl. Phys., 50, 30 (1979).

10. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. Изд. Наука, М., 1973.

11. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Изд. Наука, М., 1970.

12. *Каценеленбаум Б. Э.* Высокочастотная электродинамика. Изд. Наука, М., 1966.

13. *Boyd G. D., Kleinman D. A. J.* Appl. Phys., 39, 3597 (1968).

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՄԱՀՄԱՆԻՑ ԱՆԴՐԱԳԱՐՁՎԱԾ ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ
ՀԱՃՏԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Մ. Ն. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Պ. Ս. ՊՈԴՈՍՅԱՆ, Է. Ս. ՍԱՐԿԻՍՅԱՆ

Աշխատանքում ուսումնասիրված է ոչ գծային միջավայրի սահմանի վրա առաջացող ճառագայթման պրոցեսը կախված զրգռող լազերային փնչերի ընդլայնական շափսերից: Լուծված է երկչափ խնդիրը տրված դաշտի մոտավորությամբ հաշվի առնելով սահմանային պայմանները: Ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ սահմանից անդրադարձված տարբերական հաճախությամբ ճառագայթման հզորության համար: Ցույց է տրված ստացված արդյունքների կիրառման հնարավորությունը նմուշային անտենաների ստեղծման համար:

PROPERTIES OF DIFFERENCE FREQUENCY RADIATION
REFLECTED FROM THE BOUNDARY OF A NONLINEAR
MEDIUM

M. N. NERSISYAN, P. S. POGOSYAN, E. S. SARKISYAN

The emission of difference frequency radiation on the boundary of a nonlinear medium is investigated in dependence of cross dimensions of exciting laser beams. Analytical expressions for the power of reflected wave are obtained. The possibility of using the obtained results for the design of a standard aerial is demonstrated.