

УДК 538.566.5

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ВОЛНОВОДЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ ПРИ ПРОЛЕТЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ОСИ ВОЛНОВОДА

Э. А. ГЕВОРКЯН

Московский экономико-статистический институт

(Поступила в редакцию 15 февраля 1983 г.)

Рассматривается переходное излучение заряженной частицы в регулярном волноводе с гармонически модулированным диэлектрическим заполнением при ее пролете перпендикулярно оси волновода. В первом приближении по малому индексу модуляции найдены потери частицей энергии для ТЕ и ТМ полей в областях слабого и сильного взаимодействий между полем излучения и модулированным заполнением. Показано, что в области сильного взаимодействия возникновение излучения Вавилова—Черенкова возможно только при наличии в волноводе коротковолновой модуляции.

Переходное излучение, возникающее при равномерном движении частицы вдоль оси волновода с периодически модулированным во времени и в пространстве диэлектрическим заполнением, было исследовано в работах [1, 2]. Были изучены особенности этого излучения в областях слабого и сильного взаимодействий между полем излучения и модулированным заполнением. С точки зрения эксперимента определенный интерес представляет исследование переходного излучения при пролете заряженной частицы перпендикулярно оси волновода. Ниже рассматривается такая задача в регулярном волноводе с периодически неоднородным заполнением, и выясняются некоторые особенности переходного излучения в этом случае.

Пусть имеется регулярный идеальный волновод прямоугольного поперечного сечения, образующая которого совпадает с осью z декартовой системы координат. Предположим, что диэлектрическая проницаемость немагнитного заполнения волновода меняется в зависимости от координаты z по закону

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + m \cos k_0 z),$$

где k_0 — волновое число периодического заполнения, m — индекс модуляции ($m \ll 1$), ε_0 — диэлектрическая постоянная заполнения при $m = 0$.

Пусть частица с зарядом q движется прямолинейно и равномерно со скоростью v ($v, 0, 0$) перпендикулярно оси волновода в положительном направлении оси x , пересекая при своем движении стенки волновода в точках $M_1(0, y_0, 0)$ и $M_2(a, y_0, 0)$.

Поперечное электрическое (ТЕ) и поперечное магнитное (ТМ) поля излучения движущейся частицы в таком волноводе будем описывать про-

дольными компонентами H_z и E_z соответственно магнитного и электрического векторов, удовлетворяющими следующим неоднородным уравнениям второго порядка в частных производных:

$$\Delta_{\perp} H_z + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\Delta_{\perp} E_z + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial (\varepsilon E_z)}{\partial z} \right) - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 4\pi \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \right),$$

где плотность заряда $\rho(x, y, z, t)$ и плотность тока $j(x, y, z, t)$ имеют вид

$$\rho = q \delta(x - vt) \delta(y - y_0) \delta(z), \quad j = j_x = v \rho,$$

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Выражения для поперечных составляющих полей ТЕ и ТМ через потенциалы H_z и E_z приведены в работе [3].

Решения уравнений (1) ищем в виде

$$(H_z)_{nk} = \bar{H}_{nk}(z, t) \hat{\Psi}_{nk}(x, y) = \bar{\Psi}_{nk}(x, y) \int e^{i\omega t} H_{nk}(z) d\omega, \quad (2)$$

$$(E_z)_{nk} = \varepsilon \bar{E}_{nk}(z, t) \Psi_{nk}(x, y) = \Psi_{nk}(x, y) \int e^{i\omega t} \tilde{E}_{nk}(z) d\omega,$$

где ортонормированные собственные функции $\hat{\Psi}_{nk}(x, y)$ и $\Psi_{nk}(x, y)$ соответственно второй и первой краевых задач для поперечного сечения волновода определяются формулами (11) работы [4].

Подставим (2) в (1) и одновременно разложим правые части последних по собственным функциям $\hat{\Psi}_{nk}(x, y)$ и $\Psi_{nk}(x, y)$. После несложных преобразований получим следующие обыкновенные неоднородные дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют функции $H_{nk}(z)$ и $\tilde{E}_{nk}(z)$:

$$\frac{d^2}{dz^2} H_{nk}(z) + \hat{\kappa}_{nk}^2 H_{nk}(z) = -4\pi \hat{f}_{nk}(z), \quad (3)$$

$$\varepsilon \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{d \tilde{E}_{nk}(z)}{dz} \right) + \kappa_{nk}^2 \tilde{E}_{nk}(z) = -4\pi f_{nk}(z),$$

где

$$\hat{\kappa}_{nk}^2 = \kappa_{nk}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_{nk}^2, \quad \lambda_{nk}^2 = \pi^2 \left(\frac{k^2}{a_1^2} + \frac{n^2}{a_2^2} \right),$$

$$\hat{f}_{nk}(z) = \frac{q}{2\pi c} \int_0^{a_1} \frac{\partial \hat{\Psi}_{nk}(x, y)}{\partial y_0} \delta(z) e^{-i \frac{\omega}{v} x} dx,$$

$$f_{nk}(z) = -\frac{q}{2\pi \varepsilon v} \int_0^{a_1} \Psi_{nk}(x, y_0) \frac{d[\varepsilon \tilde{E}_{nk}(z)]}{dz} e^{-i \frac{\omega}{v} x} dx,$$

a_1 и a_2 — поперечные размеры прямоугольного волновода по направлениям x и y .

Используя метод работы [1], уравнения (3) можно свести к неоднородным дифференциальным уравнениям Маттье—Хилла. Решая последние методом вариации постоянной, можно найти выражения для ТЕ и ТМ полей излучения частицы с любой степенью точности по малому индексу модуляции заполнения m . В частности, найденные выражения с точностью до членов порядка m показывают симметричность ТЕ и ТМ полей переходного излучения частицы по координате z .

Потери энергии движущейся частицы на ее траектории от 0 до a_1 найдем по величине тормозящей силы, действующей на частицу со стороны создаваемого ею поля. Выполнив соответствующие вычисления и ограничившись членами порядка m , для потерь энергии ТЕ и ТМ полей получим выражения

$$W_{nk}^{(TE)} = -\frac{16 q^2 \pi^2 n^2 \delta_k}{v^2 c^2 a_1 a_2^2 \lambda_{nk}} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{a_2} y_0 \right) \operatorname{Re} \int \left[1 + \frac{2 \omega^2 \varepsilon_0}{c^2 (k_0^2 - 4 p_{nk}^2)} m \right] \times \\ \times \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi k}{a_1} \right) \frac{a_1}{2} \right]}{\left[\left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi k}{a_1} \right)^2 \right]^2} \frac{\omega^3 d\omega}{p_{nk}}, \quad (4)$$

$$W_{nk}^{(TM)} = -\frac{32 q^2 \pi^2 k^2}{v^2 a_1^2 a_2 \lambda_{nk}^2} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{a_2} y_0 \right) \operatorname{Re} \int \left[1 + \frac{k_0^2 c^2 - 2 \omega^2 \varepsilon_0}{c^2 (k_0^2 - 4 p_{nk}^2)} m \right] \times \\ \times \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi k}{a_1} \right) \frac{a_1}{2} \right]}{\left[\left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi k}{a_1} \right)^2 \right]^2} \frac{\omega p_{nk}}{\varepsilon_0} d\omega, \quad (5)$$

где

$$\delta_k = 2, \quad k \neq 0, \quad \delta_0 = 1, \quad p_{nk}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - \lambda_{nk}^2$$

и интегралы берутся по области частот от 0 до ∞ , исключая частоты, удовлетворяющие условию

$$k_0^2 - 4 p_{nk}^2 = 0. \quad (6)$$

Если в (4) и (5) перейти к пределу при $m \rightarrow 0$, то получим известные выражения для энергии переходного излучения частицы при ее равномерном движении перпендикулярно оси волновода с однородным стационарным заполнением с диэлектрической постоянной ε_0 [4]. Появление добавочных членов, пропорциональных m , в выражениях (4) и (5) для потерь энергии объясняется неоднородностью заполнения волновода.

Когда частица движется при произвольном значении $z = z_0$, то выражение для потерь энергии частицы на излучение, например, ТЕ моды имеет вид

$$W_{nk}^{(TE)} = -\frac{16 q^2 \pi^2 n^2 \tilde{v}_k}{v^2 c^2 a_1 a_2^3 \lambda_{nk}} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{a_2} y_0 \right) \operatorname{Re} \int_0^s \sum_{r=-1}^1 G_r \cdot e^{-i p_{nk} |z_0|} \times \\ \times (1 + |r| e^{-i r k_0 |z_0|}) \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi k}{a_1} \right) \frac{a_1}{2} \right]}{\left| \left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi k}{a_1} \right)^2 \right|^2} \frac{\omega^3 d\omega}{p_{nk}}, \quad (7)$$

где

$$G_0 = 1, \quad G_{\pm 1} = \frac{\Theta_1^{nk}}{(\mu_{nk} \pm 2)^2 - \Theta_0^{nk}}, \\ \Theta_0^{nk} = \frac{4 \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - \lambda_{nk}^2 \right)}{k_0^2}, \quad \Theta_1^{nk} = \frac{2 \omega^2 \varepsilon_0}{k_0^2 c^2} m,$$

а μ_{nk} определяется из дисперсионного уравнения (3) работы [3]. В частности, когда $k_0 z_0 = \pi$, выражение в скобках под знаком суммы при $r = +1$ равно нулю, и вклад этой гармоники в излучение отсутствует. Отметим, что при $z_0 = 0$ формула (7) переходит в (4).

При выполнении условия (6), т. е. вблизи частоты $\omega_c = (ck_0/4\varepsilon_0) \cdot (1 + 4\lambda_{nk}^2/k_0^2)^{1/2}$, вторые слагаемые под интегралами в (4) и (5) теряют смысл. Дело в том, что вблизи данной частоты происходит сильное взаимодействие между волной излучения и модулированным заполнением волновода, соответствующее значительному энергообмену между ними (см. также [2, 3]). Ширина этой области пропорциональна индексу модуляции m и определяется формулой [3]

$$\Delta\omega \approx \frac{c k_0 m}{8 \sqrt{2 \varepsilon_0}} \left(1 + \frac{4 \lambda_{nk}^2}{k_0^2} \right)^{1/2}.$$

Используя результаты работы [3], для потерь энергии частицы в этой области получим следующие выражения:

$$(W_{nk}^{(TE)})_c = -\frac{32 q^2 \pi^2 n^2 \tilde{v}_k}{k_0^2 v^2 c^2 a_1 a_2^3 \lambda_{nk}} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{a_2} y_0 \right) \int_{\Delta\omega_c} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{k_0^2 c^2} m \right) \times \\ \times \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi k}{a_1} \right) \frac{a_1}{2} \right]}{\left| \left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi k}{a_1} \right)^2 \right|^2} \omega^3 d\omega, \\ (W_{nk}^{(TM)})_c = -\frac{16 q^2 \pi^2 k^2 k_0}{v^2 a_1^3 a_2 \lambda_{nk}^2} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{a_2} y_0 \right) \int_{\Delta\omega_c} \left(1 + \frac{k_0^2 c^2 + 2 \omega^2 \varepsilon_0}{4 k_0^2 c^2} m \right) \times \\ \times \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi k}{a_1} \right) \frac{a_1}{2} \right]}{\left| \left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi k}{a_1} \right)^2 \right|^2} \frac{\omega}{\varepsilon_0} d\omega,$$

где интегралы берутся по ширине области сильного взаимодействия.

В работе [4] было показано, что частоты, удовлетворяющие условию $\omega_k = \pi k v/a_1$, соответствуют излучению Вавилова—Черенкова ($\Delta\omega_{\text{чер.}} = 2\pi v/a_1$) в волноводе с однородным стационарным заполнением с диэлектрической постоянной ϵ_0 , если, конечно, удовлетворяется соответствующее условие $v^2\epsilon_0/c^2 > 1$ для его возникновения.

Выясним теперь, при каких условиях возможно возникновение излучения Вавилова—Черенкова в области сильного взаимодействия между переходным излучением частицы и модулированным заполнением волновода. Первое условие получается из (6), если в нем положить $\omega_c = \omega_{\text{чер.}}$:

$$k_0^2 = 4 \left[\frac{\pi^2 k^2}{a_1^2} \left(\frac{v^2}{c^2} \epsilon_0 - 1 \right) - \frac{\pi^2 n^2}{a_2^2} \right].$$

Второе условие получим, требуя, чтобы ширина черенковского пика $\Delta\omega_{(\text{чер.})}$ была порядка ширины области сильного взаимодействия ($\Delta\omega$):

$$m \sim 8 \sqrt{2\epsilon_0} \frac{\Lambda}{a_1} \frac{v}{c} \left(1 + \frac{4\lambda_{nk}^2}{k_0^2} \right)^{-1/2}, \quad (8)$$

где $\Lambda = 2\pi/k_0$ —длина волны модуляции. Так как обычно $m \ll 1$, то условие (8) выполняется, если только $\Lambda/a_1 \ll 1$, т. е. когда диэлектрическое заполнение волновода модулировано короткими волнами.

Таким образом, наличие в волноводе неоднородного заполнения при выполнении определенных условий приводит к тому, что в выражениях для потерь энергии излучения и в области слабого, и в области сильного взаимодействия к известному члену черенковского излучения добавляется член, пропорциональный индексу модуляции заполнения, причем в случае сильного взаимодействия возникновение черенковского излучения возможно только при наличии в волноводе коротковолновой модуляции.

Заметим также, что в области частот $\omega_{\text{кр.}}^{\min} < \omega < \omega_{\text{кр.}}^{\max}$, где

$$\omega_{\text{кр.}}^{\min} \simeq \frac{\lambda_{nk} c}{\sqrt{\epsilon_0}} \left(1 - \frac{m}{2} \right) \text{ и } \omega_{\text{кр.}}^{\max} \simeq \frac{\lambda_{nk} c}{\sqrt{\epsilon_0}} \left(1 + \frac{m}{2} \right),$$

волны в волноводе не распространяются и переходное излучение частицы оказывается запертым в модулированном диэлектрическом заполнении. Ширина этой области мала и пропорциональна индексу модуляции заполнения:

$$\Delta\omega \simeq \frac{\lambda_{nk} c}{\sqrt{\epsilon_0}} m.$$

Если прямоугольный волновод с поперечными размерами в 1 см заполнен, например, пенопластом с $\epsilon_0 = 8$, то при значениях параметров: $m \sim 10^{-4}$, $\lambda_{10} = \pi \text{ см}^{-1}$ (волна H_{10}), $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ для ширины области запертого излучения получаем оценку $\Delta\omega \simeq 3,36 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$.

В заключение отметим, что развитым выше методом можно решить аналогичную задачу в случае периодически нестационарного неоднородного заполнения волновода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барсуков К. А., Геворкян Э. А. Изв. АН АрмССР, Физика, 11, 44 (1976).

2. Барсуков К. А., Геворкян Э. А. Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий. Изд. ЕРФИ, 1977, стр. 534.
3. Барсуков К. А., Геворкян Э. А. Радиотехника и электроника, 28, 237 (1983).
4. Барсуков К. А., Гавалян Э. Д., Лазисов Э. М. Изв. вузов. Радиофизика, 15, 191 (1972).

ՊԱՐԲԵՐՍԱՐ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ ԼՑՎԱԾ ԱԼԻԲԱՏԱՐԻ ԱՌԱՆՑՔԻՆ
ՈՒՂՂԱՀԱՅԱՑ ՈՒՂՂՈՒԹՅԱՄԲ ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ
ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՀԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Է. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Ուսումնասիրված է լիցքավորված մասնիկի անցումային ճառագայթումը հարմոնիկ օրենքով մոդուլացված դիէլեկտրիկ միջավայրով կանոնավոր ալիքատարում, երբ մասնիկը շարժվում է ալիքատարի առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ: Մոդուլացիայի խորության առաջին մոտավորությամբ դանված են մասնիկի էներգիայի կորուստները TE և TM դաշտերի համար՝ ճառագայթման դաշտի և ալիքատարի մոդուլացված միջավայրի միջև փոխազդեցության «թուլ» և «ուժեղ» տիրույթներում: Ցույց է տրված, որ ուժեղ փոխազդեցության տիրույթում վավիլով-Չերենկովի ճառագայթումը հնարավոր է միայն այն դեպքում, երբ ալիքատարում լցված միջավայրը մոդուլացվում է կարճ ալիքներով:

ON THE TRANSITION RADIATION FROM A CHARGED PARTICLE AT ITS PASSAGE PERPENDICULAR TO THE AXIS OF A WAVEGUIDE WITH PERIODICALLY NONUNIFORM FILLING

E. A. GEVORGYAN

The transition radiation from a charged particle in a regular waveguide with harmonically modulated dielectric filling at its passage perpendicular to the waveguide axis is considered. Expressions for energy losses of the particle for TE and TM fields in the regions of "weak" and "strong" interaction between the radiation field and the modulating filling were obtained under the assumption of small modulation index. It was shown that the rise of Vavilov-Cerenkov radiation in the region of strong interaction could take place only under short-wave modulation of the waveguide filling.