Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 2, 86—89 (1984)

УДК 66.067.52:637.232.152

СЕДИМЕНТАЦИЯ ВЫСОКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ В ЖИДКОЙ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЕ В ПОЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ ИНЕРЦИИ

Д. С. ТОРОСЯН

Ленинаканский государственный педагогический институт
им. М. Налбандяна

(Поступила в редакцию 3 марта 1983 г.)

Рассмотрена седиментация высокодисперсных частиц в жидкой среде в поле центробежных сил инерции с учетом молекулярного строения жидкости. Предложены расчетные уравнения траектории и скорости седиментации частиц дисперсной фазы жидкой гетерогенной системы в роторе центрифуги.

Седиментацию высокодисперсных частиц в жидкой гетерогенной среде описывают на основании закона Стокса, верхняя граница применимости которого определяется из требования, чтобы число Рейнольдса было меньше единицы [1—4]. Нижняя граница применимости закона Стокса ограничивается размерами отделяемых частиц, которые могут испытывать интенсивное броуновское движение. Поэтому если размер высокодисперсных частиц дисперсной фазы гетерогенной системы менее одного микрометра, то закон Стокса не применим. В этом случае частицы дисперсной фазы жидкой гетерогенной системы не будут подчиняться гидродинамическим законам вязкого осаждения и их движение будет отличаться от расчетного. В связи с этим влияние ряда важнейших физико-химических постоянных гетерогенной системы на эффективность разделения частиц дисперсной фазы раскрывается не полностью.

Рассмотрим частично заполненный жидкой гетерогенной системой ротор, который с достаточно большой угловой скоростью ω вращается вокруг вертикальной оси. Действием силы тяжести пренебрегаем из-за ее малости по сравнению с рассматриваемыми силами. Обозначим радиус сферической частицы через ρ. Пусть плотность частицы d_r больше, чем плотность дисперсионной среды d_c. В качестве обобщенной координаты примем расстояние от оси вращения ротора центрифуги до центра тяжести отделяемой частицы r. Тогда уравнение Лагранжа второго рода можно записать в виде [5, 6]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial v}\right)-\frac{\partial L}{\partial r}=-\frac{\partial \Phi}{\partial v}, \tag{1}$$

где t — время, $L = K - U$ — функция Лагранжа, K и U — кинетическая и потенциальная энергии рассматриваемой частицы, v — обобщенная скорость частицы, Φ — диссипативная функция Релея.

Функцию Лагранжа определяем из выражения

$$L = \frac{m}{2}\left(v^2 + \frac{d_r - d_c}{d_r}\omega^2 r^2\right), \tag{2}$$

где m — масса отделяемой частицы.

Диссипативную функцию Релея на основании [7] представим в виде

$$\Phi = \frac{1}{2}\frac{kT}{D}v^2, \tag{3}$$

где k — постоянная Больцмана, T — термодинамическая температура, D — коэффициент диффузии.

Подставив (2) и (3) в (1), найдем

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d_r - d_c}{d_r}\omega^2 r - \frac{kT}{mD}v. \tag{4}$$

Введем обозначения

$$a = \frac{kT}{mD}, \quad b = \frac{\omega^2}{a}\frac{d_r - d_c}{d_r}. \tag{5}$$

Уравнение (4) примет вид

$$\frac{dv}{dt} = -a(v - br), \tag{6}$$

откуда, используя начальное условие $v|_{t=0} = 0$, получаем

$$v = br(1 - e^{-at}). \tag{7}$$

Для реальных условий разделения высокодисперсных частиц дисперсной фазы жидких гетерогенных систем в центрифуге с достаточной практической точностью можно принять $e^{-at} \approx 0$. Тогда из (7) с учетом (5) будем иметь

$$v = \frac{4}{3}\pi\frac{d_r - d_c}{kT}D\rho^3\omega^2 r. \tag{8}$$

Выразив согласно принципу соответствия коэффициент диффузии через соотношение Стокса—Эйнштейна [7, 8], получим общепринятое уравнение для определения скорости осаждения сферической частицы в вязкой среде в поле центробежных сил инерции центрифуги [1—3]:

$$v_{ст} = \frac{2}{9}\frac{d_r - d_c}{\mu}\rho^2\omega^2 r, \tag{9}$$

где μ — динамическая вязкость дисперсионной среды.

Из сопоставления (8) и (9) вытекает взаимно-противоречивое влияние на процесс седиментации ряда важнейших физико-химических постоянных. Так, например, из (9) следует, что процесс центрифугирования можно интенсифицировать, если уменьшить динамическую вязкость дисперсионной среды, что достигается, например, повышением термодинамической температуры разделяемой жидкости. Однако эта закономерность не имеет места при разделении частиц высокодисперсной фазы жидкой гетерогенной системы, так как они подвержены интенсивному броуновскому движению.

Эксперименты, проведенные в НИИХИММАШ-е, показали, что в подобных случаях процесс разделения можно интенсифицировать, если уменьшить термодинамическую температуру разделяемой жидкости, что согласуется с (8), но находится в противоречии с (9). Соотношение (9) неприменимо и в том случае если частицы дисперсной среды жидкой гетерогенной системы способны в результате интенсивного взаимодействия с дисперсионной средой образовывать развитые сольватные оболочки. По общепринятым соображениям в этом случае скорость осаждения, согласно (9), должна уменьшаться [3]. Однако эксперименты показали, что при разделении высокодисперсных частиц, на поверхности которых образуются сольватные оболочки, наблюдается резкое увеличение эффективности разделения. Полученный результат согласуется с (8), так как в этом случае сольватные оболочки увеличивают размер отделяемых частиц и при этом уменьшается также вязкость среды, и в соответствии с (8) происходит резкое увеличение скорости осаждения. Это связано с тем, что происходит уменьшение броуновского движения высокодисперсных частиц и поэтому процесс седиментации преобладает над процессом диффузии.

Найдем траекторию движения частицы при осаждении в роторе центрифуги, так как вид траектории имеет важное значение при моделировании процесса центрифугирования. Наблюдения показывают, что частицы дисперсной фазы жидкой гетерогенной системы внутри ротора движутся не по радиальным направлениям, а по искривленным траекториям.

Примем за ось z ось вращения ротора центрифуги. Тогда в цилиндрических координатах координатными плоскостями будут плоскости, перпендикулярные к оси z, где происходит движение отделяемых частиц, положения которых определяются полярными координатами r и φ. На основании (4) запишем уравнения движения отделяемой частицы относительно декартовых осей x и y:

$$\ddot{x} - \omega^2\left(\frac{d_r - d_c}{d_r} - \frac{kT}{m\omega D}\right)x = 0,$$
$$\ddot{y} - \omega^2\left(\frac{d_r - d_c}{d_r} - \frac{kT}{m\omega D}\right)y = 0. \qquad (10)$$

Решения дифференциальных уравнений (10) имеют вид

$$x = c_1 e^{\alpha t} + c_2 e^{-\alpha t},$$
$$y = c_3 e^{\beta t} + c_4 e^{-\beta t}, \qquad (11)$$

где

$$\alpha = \beta = \omega\sqrt{\frac{d_r - d_c}{d_r} - \frac{kT}{m\omega D}},$$

c_1—c_4 — постоянные интегрирования.

Используя начальные условия при $t = 0$: $x = r_0$, $y = 0$ и $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = v_0$, где r_0 — начальное расстояние частицы от оси вращения ротора центрифуги, v_0 — начальная скорость движения частицы, найдем значения постоянных интегрирования:

$$c_1 = c_2 = \frac{r_0}{2}, \quad c_3 = -c_4 = \frac{v_0}{2\beta}. \tag{12}$$

Подставив (12) в (11), окончательно имеем

$$x = r_0 \operatorname{ch}(\alpha t), \quad y = \frac{v_0}{\beta} \operatorname{sh}(\beta t), \tag{13}$$

откуда нетрудно найти траекторию движения отделяемой частицы дисперсной фазы жидкой гетерогенной системы в поле центробежной силы инерции центрифуги:

$$\frac{x^2}{r_0^2} - \frac{y^2\omega^2\left(\frac{d_r - d_c}{d_r} - \frac{kT}{m\omega D}\right)}{v_0^2} = 1. \tag{14}$$

Из (14) следует, что отделяемая частица дисперсной фазы жидкой гетерогенной системы движется не по радиальным направлениям, а по гиперболическим кривым, вид которых определяется угловой скоростью вращения ротора центрифуги, массой отделяемой частицы, плотностями разделяемых фаз, коэффициентом сопротивления среды движению частицы, а также начальными значениями скорости и расстояния частицы от оси вращения ротора центрифуги.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Соколов В. И.* Центрифугирование. Изд. Химия, М., 1976.
2. *Шкоропад Д. Е.* Центрифуги для химических производств. Изд. Машиностроение, М., 1976.
3. *Фигуровский Н. А.* Седиментометрический анализ. Академиздат, М.—Л., 1948.
4. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. Изд. Наука, М., 1970.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика. Изд. Наука, М., 1965.
6. *Голдстейн Г.* Классическая механика. Изд. Наука, М., 1975.
7. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов, т. 3. Изд. Наука, М., 1966.
8. *Кафаров В. В.* Основы массопередачи. Изд. Высшая школа, М., 1962.

ԲԱՐՁՐԱԴԻՍՊԵՐՍ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՍԵԴԻՄԵՆՏԱՑԻԱՆ ՀԵՂՈՒԿ ՀԵՏԵՐՈԳԵՆԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ԻՆԵՐՑԻԱՅԻ ԿԵՆՏՐՈՆԱԽՈՒՅՍ ՈՒԺԵՐԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Ջ. Ս. ԹՈՐՈՍՅԱՆ

Քննարկված է բարձրադիսպերս մասնիկների սեդիմենտացիան հեղուկ հետերոգենային միջավայրում: Առաջարկված են մասնիկների արագությունների և հետագծերի հավասարումներ կենտրոնախույս իներցիոն ուժաբաշտում:

SEDIMENTATION OF HIGHLY DISPERSED PARTICLES IN LIQUID HETEROGENEOUS MEDIUM IN THE FIELD OF CENTRIFUGAL INERTIAL FORCES

J. S. TOROSYAN

The sedimentation of highly dispersed particles in a liquid heterogeneous medium was considered. Some equations for the calculation of the velocity and trajectory of particles in the field of centrifugal inertial forces in the centrifuge were proposed.