Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 18, вып. 3, 167—172 (1983)

УДК 621.315.592

ГАЛЬВАНО- И ТЕРМОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПЛЕНКАХ С ШЕРОХОВАТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ РАССЕЯНИЯ

К. С. АРАМЯН, Б. И. КУЛИЕВ

Азербайджанский государственный университет

(Поступила в редакцию 10 июля 1982 г.)

Вычислены кинетические коэффициенты для анизотропных пленок с шероховатыми поверхностями. Выражения для кинетических коэффициентов проанализированы в некоторых предельных по толщине пленки и величине магнитного поля случаях. Показано, что учет анизотропии внутридолинного рассеяния приводит к изменению характера осцилляций Зондгеймера кинетических коэффициентов, а учет анизотропии эффективной массы влияет на характер поверхностного рассеяния.

1. Известно, что в тонких пленках, толщина которых сравнима с длиной свободного пробега носителей тока, роль поверхностного рассеяния в кинетических явлениях становится существенной [1, 2]. Учет поверхности обычно производится посредством граничного условия, предложенного впервые Фуксом [3]. Это граничное условие содержит единственный параметр — коэффициент зеркальности, равный относительному числу электронов, отраженных от поверхности зеркально, который не зависит от энергии электрона и угла падения на поверхность пленки.

Последовательная формулировка граничного условия должна учитывать конкретные механизмы поверхностного рассеяния: неровности поверхности (шероховатости), примеси, вакансии в приповерхностном слое [4, 5]. В частности, в [4] получено граничное условие для функции распределения электронов, рассеивающихся на шероховатой поверхности. В [6] вычислена проводимость тонкой пленки с учетом шероховатостей поверхности. Гальвано- и термомагнитные эффекты в пленках с шероховатыми поверхностями рассмотрены в [7].

В работах [8, 9] изучалась проводимость полупроводниковых и полуметаллических пленок с многодолинным и анизотропным энергетическим спектром с использованием граничных условий Фукса [3]. В пленках с анизотропным спектром объемное рассеяние также является анизотропным, и возникает необходимость учета анизотропии рассеяния при изучении явлений переноса. Кроме того, при учете конкретных механизмов поверхностного рассеяния анизотропия энергетического спектра влияет на зеркальность поверхностного рассеяния.

Целью настоящей работы является изучение гальвано- и термомагнитных явлений в пленках n-Si с учетом анизотропии рассеяния на шероховатостях поверхности на основе граничных условий Фальковского [4]. Будут найдены выражения для компонент гальвано- и термомагнитных тензоров σ_{ik}, β_{ik}, $\varkappa_{ik}$, связывающих плотность тока с электрическим полем и градиентом температуры и плотность потока энергии с градиентом температуры. Детально будут проанализированы зависимости магнетосопротивления $\rho(H, d)$, коэффициента Холла $R(H, d)$, коэффициента Нернста—Эттингсгаузена (Н.—Э.) $Q(H, d)$, электронной части теплопроводности $\varkappa(H, d)$ и термоэдс $\alpha(H, d)$ от толщины пленки, величины магнитного поля и средних характеристик шероховатостей поверхности.

2. Рассмотрим пленку n-Si с поверхностью, параллельной плоскости (0, 0, 1). Координатную ось z направим перпендикулярно плоскости пленки. Пусть магнитное поле направлено вдоль оси z, а вектор электрического поля $\mathbf{E}$ и градиент температуры лежат в плоскости пленки. Расчет кинетических коэффициентов проведем на основе кинетического уравнения и граничных условий Фальковского [4] для функции распределения. Подобный подход, как показано в работе [5], допустим в случае, когда масштаб изменения потенциала и волновых функций электронов в приповерхностной области мал по сравнению с масштабом изменения функции распределения. В модели прямоугольного барьера с бесконечной высотой, которая была использована в [4], условия [5] выполняются. Такая модель применима в случае вырожденных полупроводников, когда поверхностный заряд сильно экранирован и дебаевская длина экранирования намного меньше длины свободного пробега электронов проводимости.

Неравновесную функцию распределения представим в виде

$$f(\mathbf{v}, z) = f_0(\varepsilon) - (\mathbf{v}\chi)\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}, \qquad (1)$$

где $f_0(\varepsilon)$ — равновесная функция распределения, χ — неизвестная функция, характеризующая отклонение электронной системы от равновесия. Для рассматриваемой геометрии кинетическое уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} v_z \frac{\partial \chi_x}{\partial z} + \frac{\chi_x}{\tau_\perp} + \frac{e}{m_0 c}\chi_y H' &= \chi_{0x}, \\ v_z \frac{\partial \chi_x}{\partial z} + \frac{\chi_y}{\tau_\parallel} - \frac{e}{m_0 c}\chi_x H' &= \chi_{0y}, \end{aligned} \qquad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \chi_{0i} &= -eE_i' - \frac{\varepsilon - \mu}{T}\nabla_i' T, \\ E_i' &= \sqrt{\nu_i}\, E_i,\ \nabla_i' T = \sqrt{\nu_i}\, \nabla_i T,\ H_l' = \left(\frac{\nu_1\nu_2\nu_3}{\nu_l}\right)^{1/2} H_l, \end{aligned} \qquad (3)$$

$\tau_\parallel$, $\tau_\perp$ — компоненты тензора времени релаксации, $m_l = m_0/\nu_l$ — компоненты тензора эффективной массы.

Систему уравнений (2) необходимо решить с соответствующими граничными условиями. Эти граничные условия в случае рассеяния на шероховатостях сформулированы в [4]. При $k_0 b \ll 1$, $k_0 = (k_z^2 + k^2)^{1/2}$, b — средняя длина плоских участков поверхности, $\xi_2(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ в [4] можно замеить на $\xi_2(0) \sim a^2 b^2$, a — средняя высота шероховатостей, и граничные условия для функции χ принимают вид

$$\begin{aligned} \chi(v_z, 0) &= (1-\alpha_1^{(j)})\,\chi(-v_z, 0), \quad v_z > 0, \\ \chi(v_z, d) &= (1-\alpha_2^{(j)})\,\chi(-v_z, d), \quad v_z < 0, \end{aligned} \tag{4}$$

$\alpha_{1,2}^{(j)}$ соответствуют разным поверхностям пленки, j — номер эллипсоида. Для двух эллипсоидов, оси вращения которых перпендикулярны поверхности пленки, имеем

$$\alpha_{1,2}^{(1)} = \frac{2}{3\pi}\frac{m_\parallel}{m_\perp}\left(\frac{2m_\perp \varepsilon}{\hbar^2}\right)^2 a_{1,2}^2 b_{1,2}^2 \cos\theta, \tag{5}$$

для четырех остальных эллипсоидов —

$$\alpha_{1,2}^{(2)} = \alpha_{1,2}^{(3)} = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{m_\parallel}{m_\perp}\right)^{1/2}\left(\frac{2m_\perp \varepsilon}{\hbar^2}\right)^2 a_{1,2}^2 b_{1,2}^2 \cos\theta. \tag{6}$$

Для нахождения гальвано- и термомагнитных тензоров необходимо решить систему уравнений (2) с граничными условиями и подставить f в соответствующие выражения для плотности тока и потока энергии [10], а затем усреднить по толщине пленки d и просуммировать по всем шести эллипсоидам. При этом оказывается, что анизотропия внутридолинного рассеяния приводит к вещественности корней характеристического уравнения системы (2)

$$s_{1,2} = \frac{\tau_\perp}{2}\left\{\frac{1}{\tau_\perp} + \frac{1}{\tau_\parallel} \mp \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_\parallel} - \frac{1}{\tau_\perp}\right)^2 - 4\frac{e^2H^2}{m_\perp m_\parallel c^2}}\right\} \tag{7}$$

в случае, когда ось вращения эллипсоида не направлена перпендикулярно поверхности пленки, т. е. в случае эллипсоидов с осями вращения [0, 1, 0] и [1, 0, 0].

Как видно из (7), существует пороговое значение магнитного поля, определяемое равенством

$$H_{\text{пор.}} = \frac{\sqrt{m_\parallel m_\perp}\,c}{e}\left|\frac{1}{\tau_\parallel} - \frac{1}{\tau_\perp}\right|, \tag{8}$$

начиная с которого корни характеристического уравнения становятся комплексными и снова начинаются зондгеймеровские осцилляции кинетических коэффициентов. Если ось эллипсоида направлена перпендикулярно плоскости пленки, то в (8) следует положить $\tau_\parallel = \tau_\perp$, и $H_{\text{пор.}} = 0$. Таким образом, анизотропия рассеяния в объеме пленки в рассматриваемой геометрии хоть и не снимает полностью осцилляций Зондгеймера, однако влияет на их характер и амплитуду, поскольку в возникновение осцилляций дают вклад лишь два эллипсоида из шести.

3. Исследуем поведение кинетических коэффициентов в ряде предельных случаев по толщине пленки и величине магнитного поля, поскольку при произвольных значениях толщины и магнитного поля получить выражения для кинетических коэффициентов невозможно.

Начнем со случая, когда $|\delta s| \gg 1$. Этот случай реализуется в пределе толстых пленок и произвольных магнитных полей. Приведем выражения для основных кинетических коэффициентов в случае толстых пленок и слабых магнитных полей:

$$\rho = \rho_M(H) + \rho_0 \frac{k_m^{1/2}(2k+k_\tau)}{1+2k} \frac{2(k_T a_0)^4}{15\pi\delta_F} \eta^{-r} \frac{F_{2r+3}}{F_{r+1}}, \tag{9}$$

$$R = R_M(H)\left\{1 + \frac{4(k_T a_0)^4}{15\pi\delta_F} \eta^{-r} \left[\frac{k_m^{1/2}(2k+k_\tau)}{1+2k} \frac{F_{2r+3}}{F_{r+1}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{k_m^{1/2}(1+k+k_\tau)}{2+k} \frac{F_{3r+5/2}}{F_{2r+1/2}} \right]\right\}, \tag{10}$$

$$Q = Q_M(H) + \frac{2(k_T a_0)^4}{15\pi\delta_F} \eta^{-r} \frac{k_B}{e} \frac{U}{c} \frac{F_{3/2}}{F_{r+1}^4} \times$$

$$\times \frac{3k k_m^{1/2}(2+k)}{(1+2k)^2} \left[\frac{2k+k_\tau}{1+2k} \left(F_{2r+3} F_{r+1} F_{2r+3/2} - 2F_{2r+3} F_{2r+1/2} F_{r+2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + F_{r+1} F_{2r+1/2} F_{2r+4} + \frac{2(1+k+k_\tau)}{2+k} \left(F_{r+1} F_{3r+5/2} F_{r+2} - F_{r+1}^2 F_{3r+7/2} \right) \right] , \tag{11}$$

$$\alpha = \alpha_M(H) - \frac{k_B}{e} \frac{2(k_T a_0)^4}{15\pi\delta_F} \eta^{-r} \frac{k_m^{1/2}(2k+k_\tau)}{1+2k} \frac{F_{2r+3}F_{r+2} - F_{r+1}F_{2r+4}}{F_{r+1}^2}, \tag{12}$$

$$\varkappa = \varkappa_M(H) - \left(\frac{k_B}{e}\right)^2 T \sigma_0 \frac{2(k_T a_0)^4}{15\pi\delta_F} \eta^{-r} \frac{k_m^{1/2}(2k+k_\tau)}{1+2k} \times$$

$$\times \frac{1}{F_{r+1}^3} \left(F_{2r+3} F_{r+2}^2 + F_{r+1}^2 F_{2r+5} - 2F_{r+1} F_{r+2} E_{2r+4} \right), \tag{13}$$

$$k_m = \frac{m_\parallel}{m_\perp}, \quad k_\tau = \frac{\tau_\parallel}{\tau_\perp}, \quad k = \frac{k_m}{k_\tau}, \tag{14}$$

где k_B — постоянная Больцмана, $F_r(\eta)$ — однопараметрические интегралы Ферми [10], ρ_M, R_M, α_M, Q_M, $\varkappa_M$ — соответственно магнетосопротивление, коэффициент Холла, термоэдс, коэффициент Н.—Э., электронная часть теплопроводности массивного образца, $\rho_0 = \sigma_0^{-1}$, σ_0 — проводимость массивного образца,

$$a_0 = \left(\frac{\xi_2^{(1)}(0) + \xi_2^{(2)}(0)}{2} \right)^{1/4}, \quad \delta_F = \frac{d}{\left(\frac{2\varepsilon_F}{m_\perp}\right)^{1/2} \tau_\perp}, \quad U = \frac{2k+1}{3k} \frac{F_{r+1}}{F_{3/2}} \frac{e\tau_\perp}{m_\perp},$$

$$k_T = \left(\frac{2 m_\perp k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2}. \tag{15}$$

Размерные части кинетических коэффициентов, также как и в изотропном случае [7], содержат множитель $(k_T a_0)^4$, пропорциональный T^2, в отличие от теории, в которой границы учитываются посредством параметра зеркальности. Заметим также, что в отличие от кинетических коэффициентов в случае массивного образца в размерные части кинетических коэффициентов (9)—(14) для пленки параметры k_m и k_τ входят в отдельности, а не только в отношении $k = k_m/k_\tau$. Это означает, что анизотропия эффективной массы и времени релаксации влияет на массивную и размерную части кинетических коэффициентов по-разному.

Интересным для рассмотрения является также предел $\gamma\delta \gg 1$. Этот предельный случай реализуется при сильных магнитных полях и почти произвольных толщинах пленки.

В рассматриваемом случае приведем лишь выражение для удельного сопротивления

$$\rho = \rho_M + \rho_\infty \frac{k_m^{1/2}(2+k_m)}{3} \frac{2(a_0 k_T)^4}{15\pi\delta_F} \eta^{-r} \frac{F_4 F_{r+1}}{F_{3/2}^2}, \tag{16}$$

$$\rho_\infty = \frac{1}{\sigma_\infty}, \quad \sigma_\infty = 3A_0 \tau_{0r}^{\perp} F_{r+1}, \quad A_0 = 2\frac{e^2(2m_\parallel k_B T)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3 m_\parallel}.$$

Заметим, что в пределе сильных магнитных полей размерные части кинетических коэффициентов не зависят от параметра $\tau_\parallel/\tau_\perp$, характеризующего анизотропию внутридолинного рассеяния, что и следовало ожидать. Анизотропия размерных частей кинетических коэффициентов определяется только анизотропией эффективной массы.

Наиболее интересным является предел $\delta \ll 1$, $\gamma \ll 1$ (слабые магнитные поля, тонкие пленки). При этом влияние поверхностного рассеяния на кинетические коэффициенты является наиболее существенным.

В пределе «очень тонких» [6] вырожденных пленок после суммирования по всем эллипсоидам получаем следующие выражения для основных кинетических коэффициентов:

$$\rho = \left(\frac{2}{3\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{l}{d}\right)^{1/2} \xi_2^{(1)}(0)\, k_F^2 \rho_M, \quad R = \left(\frac{2}{3\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{l}{d}\right)^{1/2} \xi_2^{1/2}(0)\, k_F^2 R_M, \tag{17}$$

$$R_M = -\frac{4}{3\pi} \frac{1 + \frac{1}{k_\tau} + k_\tau}{\left(2 + \frac{1}{k}\right)} \frac{1}{\sigma_{11}^M} \frac{e\tau_\perp}{m_\perp c}, \tag{18}$$

$$\alpha = \frac{\pi^2}{6} \frac{k_B}{e} \frac{k_B T}{\mu} r, \tag{19}$$

$$Q = \frac{k_B}{e} \frac{k_B T}{\mu} \frac{\pi^2}{6} \frac{U_0}{c} \left(r - \frac{1}{2}\right), \quad U_0 = \frac{1 + k_\tau + \frac{1}{k_\tau}}{2 + \frac{1}{k}} \frac{e\tau_\perp}{m_\perp}, \tag{20}$$

$$\varkappa = \left(\frac{3\pi}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{d}{l}\right)^{1/2} \frac{1}{\xi_2^{1/2}(0)\, k_F^2} \left(\frac{k_B}{e}\right)^2 \frac{\pi^2}{3} T \sigma_{11}^M, \tag{21}$$

$$l = \left(\frac{2\varepsilon_F}{m_\perp}\right)^{1/2} \tau_\perp, \quad k_F = \left(\frac{2m_\perp \varepsilon_F}{\hbar^2}\right)^{1/2},$$

$$\sigma_{11}^M = 3\frac{(2m_\parallel \varepsilon_F)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3 m_\parallel} \tau_\perp \left(2 + \frac{1}{k}\right).$$

Как видно из приведенных выражений, анизотропия эффективной массы не влияет на зависимости кинетических коэффициентов от толщины пленки — они такие же, как и в случае пленки без учета анизотропии [7]:

$$\rho \sim d^{-1/2}, \ R \sim d^{-1/2}, \ \varkappa \sim d^{1/2}.$$

Полученный результат находится в соответствии с тем, что в случае очень тонких пленок основной вклад в ток вносит малая группа скользящих электронов, для которых анизотропия не существенна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. «Физика тонких пленок», 6, Изд. Мир, М., 1973.
2. *Чопра К.* Электрические явления в тонких пленках, Изд. Мир, М., 1972.
3. *Fuchs K.* Proc. Camb. Phil. Soc., 34, 100 (1933).
4. *Фальковский Л. А.* ЖЭТФ, 58, 1830 (1970).
5. *Окулов В. И., Устинов В. В.* ЖЭТФ, 67, 1176 (1974).
6. *Фальковский Л. А.* ЖЭТФ, 64, 1855 (1973).
7. *Аскеров Б. М., Арамян К. С., Кулиев Б. И.* Физика низких температур, 7, 675, (1981).
8. *Горкун Ю. И.* и др. УФЖ, 18, 1201 (1973).
9. *Горкун Ю. И.* УФЖ, 18, 742 (1973).
10. *Аскеров Б. М.* Кинетические эффекты в полупроводниках, Изд. Наука, М., 1970.

ԳԱԼՎԱՆՈ-ԵՎ ԹԵՐՄՈՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ԱՆՀԱՐԹ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐՈՎ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ ՑՐՄԱՆ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊԻԱՅԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՄԲ

Կ. Ս. ԱՐԱՄՅԱՆ, Բ. Ի. ԿՈՒԼԻԵՎ

Աշխատանքում ուսումնասիրված են գալվանո- և թերմոմագնիսական երևույթները անիզոտրոպ թաղանթներում։ Ցույց է տրված, որ ցրման անիզոտրոպիան էականորեն փոփոխում է կինետիկ գործակիցների օսցիլյացիաների բնույթը։ Ուսումնասիրված է էֆեկտիվ մասսայի անիզոտրոպիայի ազդեցությունը էլեկտրոնների մակերևույթային ցրման վրա։

GALVANO- AND THERMOMAGNETIC EFFECTS IN ROUGH-SURFACE FILMS TAKING INTO ACCOUNT THE ANISOTROPY OF SCATTERING

K. S. ARAMYAN, B. I. KULIEV

Kinetic coefficients for anisotropic films have been calculated under the conditions of classical size effect taking into account the scattering of electrons on low-ripple roughnesses. It was shown that the allowance for the anisotropy of intravalley scattering resulted in the change of the character of Soundheimer oscillations of kinetic coefficients, and the anisotropy of effective masses had an effect on the nature of surface scattering.