

УДК 533.951

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ВНЕШНЕГО СВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ
НА НЕПОДВИЖНОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕ В ПЛАЗМЕ

Э. А. АКОПЯН, Г. Г. МАТЕВОСЯН

Институт радиофизики и электроники АН АрмССР

(Поступила в редакцию 10 августа 1982 г.)

Рассмотрен вопрос о потерях энергии внешнего однородного СВЧ поля на неподвижном заряде в плазме. В случае, когда ионы плазмы не осциллируют под влиянием внешнего поля, получена общая формула для потерь. Подробно проанализирован случай, когда частота внешнего поля близка к ленгмюровской частоте плазмы, и показано, что потери энергии пропорциональны корню квадратному расстройке частоты.

Неподвижная заряженная частица в плазме создает вокруг себя статическую дебаевскую экранировку [1]. При наличии внешнего однородного СВЧ поля $E^{(0)}(t) = E_0 \sin \omega_0 t$ статический потенциал существенно изменяется [2, 3]. Наряду со слагаемыми, которые, как и дебаевский потенциал, убывают экспоненциально при увеличении расстояния r от заряда, появляются слагаемые, которые на расстояниях больше дебаевского радиуса убывают значительно медленнее (r^{-3}). Помимо статического потенциала частица в СВЧ поле на гармониках частоты ω_0 создает вокруг себя высокочастотные потенциалы, которые также содержат медленно убывающие слагаемые [3]. Все эти изменения дебаевской экранировки происходят за счет уменьшения энергии внешнего поля и обусловлены коллективным движением частиц плазмы. Целью настоящей работы является нахождение этих потерь.

1. Запишем выражения для полного поля и тока в плазме [4]:

$$\begin{aligned} E(r, t) &= E_0 \sin \omega_0 t + \delta E(r, t), \\ j(r, t) &= j_0 \cos \omega_0 t + \delta j(r, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\delta E(r, t)$ — поле, создаваемое частицей, которое определяется уравнением Пуассона, $j_0 = \omega_L^2 E_0 / 4 \pi \omega_0^2$ — амплитуда осциллирующего тока в невозмущенном состоянии, ω_L — ленгмювская частота плазмы, $\delta j(r, t)$ — возмущение тока из-за наличия внешнего заряда.

Потери энергии СВЧ поля в единицу времени в данной точке определяются выражением [4]

$$\begin{aligned} \left(\frac{dQ}{dt} \right)_r &= \langle j(r, t) E(r, t) \rangle = E_0 j_0 \langle \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t \rangle + \\ &+ E_0 \langle \delta j(r, t) \sin \omega_0 t \rangle + j_0 \langle \delta E(r, t) \cos \omega_0 t \rangle + \langle \delta E(r, t) \delta j(r, t) \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где усреднение проводится по быстропеременной зависимости всех величин от времени, связанной с СВЧ полем.

Будем интересоваться потерями во всем пространстве:

$$\frac{dQ}{dt} = \int dr \left(\frac{dQ}{dt} \right)_r. \quad (3)$$

Очевидно, что в выражении (2) первое слагаемое в правой части обращается в нуль при интегрировании по периоду СВЧ поля. Остальные слагаемые в формуле (2) содержат выражения для возмущений поля $\delta E(r, t)$ и тока $\delta j(r, t)$.

Поле $\delta E(r, t)$ найдем, подставив выражение для потенциала, полученное в работе [3] (при $u=0$, u — скорость пробного заряда), в соотношение

$$\delta E(k, t) = -ik\phi(k, t) \quad (4)$$

и перейдя к переменным (r, t) . Величину $\delta E(r, t)$ запишем в виде

$$\delta E(r, t) = \frac{1}{2} \int dk [\delta E(k, t) e^{ikr} + \delta E^*(k, t) e^{-ikr}], \quad (5)$$

явным образом учитывающем ее вещественность. В результате получим

$$\delta E(r, t) = i \frac{4\pi q}{2(2\pi)^3} \int dk \frac{k}{k^2} \times \\ \times \left\{ e^{ikr} \frac{\sum_{n,m} J_n(\alpha) J_m(\alpha) [R_e(m) e^{i(n-m)\omega_0 t} - \delta_{m,n}]}{1 + \delta_{\varepsilon_i}(0) \sum_l \frac{J_l^2(\alpha)}{1 + \delta_{\varepsilon_e}(l)}} + \text{к. с.} \right\}, \quad (6)$$

где q — заряд неподвижной частицы, $J_n(\alpha)$ — функция Бесселя порядка n , $\alpha = kr_E$, r_E — радиус осциллирующих электронов плазмы под влиянием внешнего поля, $R_e(m) = \delta_{\varepsilon_e}(m) / [1 + \delta_{\varepsilon_e}(m)]$, $\delta_{\varepsilon_e}(m) = \delta_{\varepsilon_e}(m\omega_0, k)$ — парциальная диэлектрическая проницаемость частиц плазмы сорта α .

Возмущение тока определяется формулой

$$\delta j(r, t) = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int d\mathbf{v}_{\alpha} \delta f_{\alpha}(r, \mathbf{v}_{\alpha}, t) \mathbf{v}_{\alpha}. \quad (7)$$

Для отклонения функции распределения $\delta f_{\alpha}(r, \mathbf{v}_{\alpha}, t)$ от основного состояния выполним те же преобразования, что и в работах [3, 5]. Осцилляциями ионов плазмы пренебрежем, так как радиус $r_{Ei} = e_i E_0 / m_i \omega_0^2$ этих осцилляций намного меньше радиуса осцилляций электронов ($m_e/m_i \ll 1$). Кроме этого учтем только наибольшие слагаемые, не содержащие в знаменателях массы ионов. Тогда для ионной парциальной диэлектрической проницаемости справедливо выражение

$$\delta_{\varepsilon_i}(n) = \begin{cases} (kr_{Di})^{-2} & n = 0 \\ 0 & n \neq 0. \end{cases} \quad (8)$$

При таких предположениях из формулы (7) получим

$$\delta j(r, t) = \frac{q}{2(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \times \left\{ e^{i\mathbf{k}r} \frac{\sum_n J_n(\alpha) J_m(\alpha) R_e(m) e^{i(n-m)\omega_0 t} \left[n\omega_0 \frac{\mathbf{v}_E}{(k v_E)} - m\omega_0 \frac{\mathbf{k}}{k^2} \right]}{1 + \delta\epsilon_l(0) \sum_l \frac{J_l^2(\alpha)}{1 + \delta\epsilon_e(l)}} + \text{к. с.} \right\}. \quad (9)$$

Рассмотрим теперь три последних слагаемых в правой части формулы (2). Подставим выражение для возмущения тока во второе слагаемое. После интегрирования по всему пространству и усреднения по периоду СВЧ поля получим

$$\begin{aligned} E_0 \int dr \langle \delta j \sin \omega_0 t \rangle &= q\omega_0 E_0 \int d\mathbf{k} \delta(\mathbf{k}) \frac{\frac{\mathbf{v}_E}{(k v_E)} - \frac{\mathbf{k}}{k^2}}{1 + \delta\epsilon_l(0) \sum_l \frac{J_l^2(\alpha)}{1 + \delta\epsilon_e(l)}} \times \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} n J_n(\alpha) [J_{n-1}(\alpha) - J_{n+1}(\alpha)] \text{Im}[R_e(n)], \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\text{Im}[R_e(n)] = \frac{\delta\epsilon_e^*(n)}{[1 + \delta\epsilon_e(n)]^2}, \quad \delta\epsilon_e^*(n) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(k r_{De})^3} \frac{n\omega_0}{\omega_{Le}} \exp \left[-\frac{(n\omega_0)^2}{2(k v_{Te})^2} \right], \quad (11)$$

$\delta\epsilon_e^*(n)$ — мнимая часть диэлектрической проницаемости [1], r_{De} — дебаевский радиус электронов, v_{Te} — тепловая скорость. При получении формулы (10) мы воспользовались следующим свойством диэлектрических проницаемостей [1]:

$$\delta\epsilon_e(n) = \delta\epsilon_e(n\omega_0, \mathbf{k}) = \delta\epsilon_e^*(-n\omega_0, \mathbf{k}). \quad (12)$$

Убедимся, что полученное выражение (10) при интегрировании по $\mathbf{k}$ обращается в нуль. Подынтегральное выражение в формуле (10) содержит дельта-функцию от $\mathbf{k}$. С другой стороны, выражение $(\mathbf{v}_E/kv_E) - (\mathbf{k}/k^2)$ пропорционально $1/k$, а первое слагаемое суммы ($n=1$) пропорционально k (остальные слагаемые пропорциональны более высоким степеням k), так что произведение $[(\mathbf{v}_E/kv_E) - (\mathbf{k}/k^2)] \times J_1(\alpha) J_0(\alpha)$ не зависит от k . Мнимая же часть $R_e(n)$, как видно из (11), при $k=0$ экспоненциально стремится к нулю. Следовательно, интеграл также обращается в нуль при $k=0$.

Подставим выражение для поля (6) в третье слагаемое правой части (2). После интегрирования по r и усреднения получим

$$j_0 \int dr \langle \delta E(r, t) \cos \omega_0 t \rangle = -4\pi q j_0 \times$$

$$\times \int d\mathbf{k} \delta(\mathbf{k}) \frac{\mathbf{k}}{ak^2} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n J_n^2(a) \operatorname{Im}[R_e(n)]}{1 + \delta\epsilon_i(0) \sum_l \frac{J_l^2(a)}{1 + \delta\epsilon_e(l)}} \quad (13)$$

Выражение $(\mathbf{k}/ak^2) \sim (1/k^2)$, а при $n=1$ $J_1^2 \sim k^2$, так что произведение $(\mathbf{k}/ak^2) J_1^2(a)$ не зависит от k , и по той же причине, что и выше, выражение (13) также обращается в нуль.

2. В результате для потерь из формулы (3) окончательно получаем

$$\frac{dQ}{dt} = \int dr < \delta \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) >. \quad (14)$$

Подставим выражения (9) и (6) для возмущений тока и поля в формулу (14). Проинтегрировав по пространству и усреднив по времени, находим

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{q^2 \omega_0}{\pi^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{1}{\left[1 + \delta\epsilon_i(0) \sum_l \frac{J_l^2(a)}{1 + \delta\epsilon_e(l)} \right]^2} \times \\ \times \sum_{n, m=-\infty}^{\infty} (-1)^n J_m(a) J_n(a) \operatorname{Im}[R_e(n) R_e(m)] \sum_{p=1}^{\infty} p J_{m+p}(a) J_{p-n}(a). \quad (15)$$

В выражении (15) перейдем к суммированию только по положительным индексам. В результате получим

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{q^2 \omega_0}{\pi^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{1}{\left[1 + \delta\epsilon_i(0) \sum_l \frac{J_l^2(a)}{1 + \delta\epsilon_e(l)} \right]^2} \times \\ \times \sum_{m, p=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \{ (-1)^{m+n} p J_{p-m} J_{p-n} J_m J_n \operatorname{Im}[R_e(-m) R_e(n)] + \\ + p J_{p+m} J_{p+n} J_m J_n \operatorname{Im}[R_e(-m) R_e(n)] \}. \quad (16)$$

Ограничимся слагаемыми с низшими степенями по амплитуде внешнего поля. Таким слагаемым в сумме (16) является член

$$- J_0^2 J_1^2 R_0 \operatorname{Im}[R_e(-1)], \quad (17)$$

который квадратичен по полю. В знаменателе оставим слагаемые, не зависящие от поля.

Подставим выражение (17) в формулу (16) для потерь и в разложении функции Бесселя первого порядка [6] ограничимся квадратичным по полю слагаемым. В результате получим

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{q^2}{4\pi^2 \omega_0} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{(k v_E)^2 R_0}{\left[1 + \frac{\delta\epsilon_i(0)}{1 + \delta\epsilon_e(0)} \right]^2} \operatorname{Im}[R(-\omega_0, \mathbf{k})], \quad (18)$$

где $\delta\epsilon_i(0) = \delta\epsilon_i(0, \mathbf{k}) = (k r_{De})^{-2}$, v_E — скорость осцилляций электронов

В областях прозрачности плазмы, когда $\operatorname{Im}[\delta\epsilon(\omega_0, \mathbf{k})] \rightarrow 0$, справедливо соотношение [1]

$$\operatorname{Im}[R(-\omega_0, \mathbf{k})] = -\pi \delta[1 + \delta \varepsilon_e(\omega_0, \mathbf{k})] \operatorname{sign}[\delta \varepsilon_e^*(\omega_0, \mathbf{k})]. \quad (19)$$

Подставим (19) в выражение (18) для потерь и проинтегрируем в сферических координатах, направив $\mathbf{E}_0$ по оси Oz так, что $k v_E = k v_E \cos \theta$. В результате интегрирования по углам выражение (18) преобразуется к виду

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{q^2 v_E^2}{3 \omega_0} \frac{1}{r_{De}^2} \int dk \frac{k^2 (k^2 + k_{De}^2)}{(k^2 + k_D^2)^2} \delta \left[1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{3 k^2 v_{Te}^2}{\omega_0^2} \right) \right], \quad (20)$$

где $k_D^2 = k_{De}^2 + k_{Di}^2 = r_D^{-2}$.

Равенство нулю аргумента дельта-функции в формуле (20) соответствует закону дисперсии для ленгмюровских волн с волновыми числами

$$k = \left(\frac{2 \omega_{Le} \Delta}{3 v_{Te}^2} \right)^{1/2}, \quad (21)$$

где $\Delta = \omega_0 - \omega_{Le}$ — расстройка частоты.

Проинтегрировав выражение (20) по k при помощи дельта-функции, для потерь энергии СВЧ поля окончательно получим

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{q^2 v_E^2}{18 \omega_{Le}} \frac{1}{r_{De}^2} \left(\frac{2 \omega_{Le} \Delta}{3 v_{Te}^2} \right)^{1/2} \frac{r_D^4}{r_{De}^4} \frac{(2 \omega_{Le} \Delta r_{De}^2 / 3 v_{Te}^2) + 1}{[(2 \omega_{Le} \Delta r_{De}^2 / 3 v_{Te}^2) + 1]^2}. \quad (22)$$

При условии, что расстройка частоты достаточно мала:

$$\frac{2 \omega_{Le} r_D^2}{3 v_{Te}^2} \Delta \ll 1, \quad (23)$$

из формулы (22) имеем более простое выражение

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{18} \left(\frac{eq E_0}{m} \right)^2 \frac{r_D^4}{r_{De}^4} \frac{1}{v_{Te}^2 \omega_{Le}} \left(\frac{2 \omega_{Le} \Delta}{3 v_{Te}^2} \right)^{1/2}. \quad (24)$$

Из (24) видно, что потери пропорциональны корню квадратному расстройке частоты Δ . Если частота ω_0 равна плазменной частоте ω_L , то потери энергии внешнего СВЧ поля равны нулю.

3. Формула (24) для потерь справедлива в случае однородного внешнего поля. При учете конечной длины внешней волны расстройка частоты Δ выражается через k_0 (k_0 — волновой вектор внешней волны). Из закона дисперсии для внешней волны получаем

$$\Delta = \frac{k_0^2 c^2}{2 \omega_L}. \quad (25)$$

Тогда вместо волнового вектора (21) имеем

$$k = \frac{k_0 c}{\sqrt{3} v_{Te}}. \quad (26)$$

Подставив значения волновых чисел (26) в формулу (20) для потерь, получим

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{18} \left(\frac{eq}{m v_{Te}} \right)^2 \frac{r_D^4}{r_{De}^4} (k_0 r_{De}) c E_0^2. \quad (27)$$

В работе [7] рассмотрена трансформация внешней электромагнитной волны на неподвижной заряженной частице в плазме и получено следующее выражение для коэффициента трансформации:

$$\sigma^I = \frac{4\pi}{9\sqrt{3}} \left(\frac{eq}{m v_{Te}^2} \right)^2 \frac{r_D^4}{r_{De}^4} \frac{v_{Te}}{c}. \quad (28)$$

При этом коэффициент трансформации σ^I связан с потерями соотношением

$$\frac{dQ}{dt} = - \sigma^I \frac{E_0^2}{8\pi} \frac{k_0 c^2}{\omega_0}. \quad (29)$$

Подставив в последнее выражение значение σ^I , получим полное совпадение с формулой (27) для потерь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. Атомиздат, М., 1961.
2. Балкарей Ю. И., Эпштейн Э. М. ФТТ, 14, 741 (1972).
3. Матевосян Г. Г. Краткие сообщения по физике, ФИАН, 12, 29 (1973).
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, 1957.
5. Алиев Ю. М., Силин В. П. ЖЭТФ, 48, 901 (1965).
6. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Изд. Наука, М., 1971.
7. Горбунов Л. М., Матевосян Г. Г. Изв. вузов, Радиофизика, 20, 678 (1977). Принят ФИАН № 117, 1976.

ԱՐՏԱՔԻՆ ԳԲՀ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԸ
ԼԻՑԻԱՎՈՐՎԱԾ ԱՆՇԱՐԺ ՄԱՍՆԻԿԻ ՎՐԱ ՊԼԱՋՄԱՅՈՒՄ

Է. Ա. ՀԱԿՈՅԱՆ, Հ. Հ. ՄԱՔԵՎՈՅԱՆ

Հետազոտված է պլազմայում լիցքավորված անշարժ մասնիկի վրա արտաքին ԳԲՀ համասեռ դաշտի էներգիայի կորուստների հարցը. կորուստների համար ստացված է ընդհանուր բանաձև, ճուշդ է տրված, որ այն դեպքում, երբ արտաքին դաշտի հաճախությունը մոտ է պլազմային հաճախությանը, կորուստները համեմատական են հաճախության ապալարքի քառակուսի արժանիքին:

ENERGY LOSSES OF AN EXTERNAL UHF ELECTRIC FIELD ON AN IMMOBILE CHARGED PARTICLE

E. A. AKOPYAN, H. H. MATEVOYAN

The problem of energy losses of an external homogeneous UHF field on an immobile charged particle in plasma is considered. The general expression for losses is obtained and it is shown that in the case when the UHF field frequency is close to the plasma Langmuir frequency, the losses are proportional to the square root of frequency detuning.