

УДК 538.56;539.12

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ И ЧИСЛО КВАНТОВ РЕНТГЕНОВСКОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ОБРАЗУЕМОГО НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Г. М. ГАРИБЯН, ЯН ШИ

Ереванский физический институт

Н. А. КОРХМАЗЯН

Армянский педагогический институт

(Поступила в редакцию 30 ноября 1982 г.)

Проведен анализ углового и частотного распределений интенсивности рентгеновского переходного излучения, образуемого на границе раздела двух разных сред. Исследована зависимость числа квантов РПИ от энергии частицы в различных интервалах регистрируемых частот.

К настоящему времени опубликовано большое число работ, посвященных исследованию свойств рентгеновского переходного излучения (РПИ) (см., например, [1]). Однако в случае границы раздела двух разных сред детальное исследование зависимости числа квантов РПИ от энергии частицы в различных интервалах регистрируемых частот еще не проведено. Между тем такое исследование помимо теоретического интереса может иметь также практическое значение. В настоящей работе исследуется указанный вопрос после предварительного анализа углового и частотного распределений интенсивности РПИ в общем случае двух произвольных сред.

1. Формула для частотно-углового распределения переходного излучения, испускаемого вперед при перпендикулярном пролете заряженной частицы через плоскую границу раздела двух сред, имеет вид [2]

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2 c} \operatorname{Re}(\epsilon_2^{1/2}) \sin^3 \theta \cos^3 \theta \exp\left(-2 \operatorname{Im}(\epsilon_2^{1/2}) z_{\text{наб}} \frac{\omega}{c} \cos \theta\right) \times$$

$$\times \left| \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - \beta \sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_2 \sin^2 \theta} - \epsilon_2 \beta^2)}{(1 - \beta^2 \epsilon_2 \cos^2 \theta)(1 - \beta \sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_2 \sin^2 \theta})(\epsilon_1 \cos \theta + \sqrt{\epsilon_2(\epsilon_1 - \epsilon_2 \sin^2 \theta)})} \right|^2,$$

где ω , θ — частота и угол излучения, v — скорость частицы, $\beta = v/c$, $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ — элемент телесного угла, $\epsilon_{1,2} = \epsilon'_{1,2} + i\epsilon''_{1,2}$ — комплексные диэлектрические проницаемости сред, $z_{\text{наб}}$ — расстояние от границы раздела сред до параллельной этой границе и находящейся во второй среде плоскости, где ведется наблюдение излучения. Фактор $\exp(-2 \operatorname{Im}(\epsilon_2^{1/2}) z_{\text{наб}} \omega \cos \theta / c)$ в формуле (1) учитывает ослабление излучения вследствие поглощения во второй среде.

При высоких частотах (в частности, рентгеновских):

$$\varepsilon_s = 1 - \frac{\omega_{0s}^2}{\omega^2} + i\varepsilon_s', \quad \varepsilon_s' \ll 1, \quad s=1, 2, \quad (2)$$

больших энергиях частицы и малых углах излучения:

$$\gamma \gg 1, \quad \theta \ll 1 \quad (3)$$

формулу (1) можно существенно упростить:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\theta} = \frac{2e^2 \beta^2}{\pi c} \left| \frac{1}{\varepsilon^2 + g_1} - \frac{1}{\varepsilon^2 + g_2} \right|^2 \exp\left(-\frac{2\varepsilon_s' z_{\text{наб}} \omega \cos \theta}{c}\right), \quad (4)$$

где

$$g_s = \gamma^{-2} + 1 - \varepsilon_s = g_s' + i g_s'',$$

а ω_{0s} — плазменные частоты сред.

Если не считать экспоненциального фактора ослабления интенсивность излучения (4) не изменяется при перестановке индексов $1 \rightleftharpoons 2$. Поэтому можно положить

$$|g_1| > |g_2|. \quad (5)$$

Для упрощения записи в дальнейшем будем опускать фактор ослабления (что можно сделать, если величина $z_{\text{наб}}$ достаточно мала).

В случае малого поглощения, когда

$$\varepsilon_s' \ll g_s', \quad g_s' = \gamma^{-2} + \omega_{0s}^2/\omega^2, \quad (6)$$

легко найти значение угла $\theta = \theta_0$, при котором угловое распределение интенсивности (4) имеет максимум:

$$\theta_0^2 = \frac{1}{6} \{-(g_1' + g_2') + [(g_1' + g_2') + 12 g_1' g_2']^{1/2}\}. \quad (7)$$

Из (7) видно, что

$$\theta_0^2 \approx \begin{cases} g_2', & \text{если } g_1' \gg g_2' \\ g_2'/3, & \text{если } g_1' - g_2' \ll g_2'. \end{cases} \quad (8)$$

Кроме того, из (4) следует, что при

$$\theta^2 \gg |g_1| > |g_2| \quad (9)$$

интенсивность излучения быстро падает:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\theta} \approx \frac{2e^2}{\pi c} \frac{|g_1 - g_2|^2}{\theta^6}. \quad (10)$$

Следовательно, углы (9) вносят ничтожно малый вклад в суммарную интенсивность. Другими словами, эффективные углы излучения, вносящие основной вклад в суммарную интенсивность, определяются областью

$$\frac{|g_2|}{\alpha_1} \leq \theta^2 \leq \alpha_2 |g_1|, \quad (11)$$

где α_1, α_2 — некоторые числа порядка $3 \div 10$.

2. Частотное распределение интенсивности излучения получается в результате интегрирования формулы (1) или (4) по углу θ . В случае, когда имеют место (2) и (3), получаем

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} |g_1 - g_2|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{g_1 \ln g_1}{(g_1^* - g_1)(g_2 - g_1)(g_2^* - g_1)} + \right. \\ \left. + \frac{g_2 \ln g_2}{(g_1^* - g_2)(g_1 - g_2)(g_1^* - g_2)} \right\}. \quad (12)$$

Когда поглощение мало в обеих средах, формула (12) принимает вид

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{\nu^2 + p^2}{1 - p^2} \right) \ln \left(1 + \frac{1 - p^2}{\nu^2 + p^2} \right) - 1 \right], \quad (13)$$

где введены обозначения

$$\nu = \frac{\omega}{\omega_{01}\gamma}, \quad p = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}} < 1. \quad (14)$$

Из (12) или (13) видно, что когда

$$|g_1 - g_2| \ll |g_2| \quad (15)$$

или

$$(\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2) \ll (\omega_{02}^2 + \omega_{01}^2 \gamma^{-2}), \quad (16)$$

интенсивность РПИ резко падает:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2}{6\pi c} \left| \frac{g_1 - g_2}{g_2} \right|^2 \quad (17)$$

или (если пренебречь поглощением)

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2}{6\pi c} \left(\frac{1 - p^2}{p^2 + \nu^2} \right)^2. \quad (18)$$

Если две среды значительно отличаются по плотности, т. е. $(\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2)$ намного больше ω_{02}^2 , то неравенство (16) может иметь место только при условии

$$\omega \gg (\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2)^{1/2} \gamma \approx \omega_{01} \gamma. \quad (19)$$

Тогда, согласно (18), спектральная интенсивность должна быть пропорциональна γ^4/ω^4 . Формула (19) означает, что для двух значительно отличающихся по плотности сред граничная частота определяется произведением γ и плазменной частоты более плотной из сред.

Если же плотности обеих сред близки, т. е. $(\omega_{01} - \omega_{02}) \ll \omega_{02}$, то неравенство (16) и, следовательно, формула (18) имеют место для всех ω и γ . При этом если выполняется условие $\omega \gg \omega_{01} \gamma \approx \omega_{02} \gamma$, то спектральная интенсивность также будет пропорциональна γ^4/ω^4 .

Таким образом, как в случае границы среда-вакуум ($\omega_{02} = 0$), так и в общем случае ($0 < \omega_{02} < \omega_{01}$) спектральная интенсивность излучения слабо зависит от частоты вплоть до частот порядка $\omega_{01} \gamma$, а при $\omega \gg \omega_{01} \gamma$ быстро падает по закону ω^{-4} .

3. Для нахождения энергии, излученной в некотором интервале частот $(\omega_1; \omega_2)$, необходимо проинтегрировать выражение (13):

$$W(\omega_1; \omega_2) = \frac{e^2 \omega_{01}}{\pi c} \gamma \left[F_p \left(\frac{\omega_2}{\omega_{01} \gamma} \right) - F_p \left(\frac{\omega_1}{\omega_{01} \gamma} \right) \right], \quad (20)$$

где

$$F_p(x) = x \left[\frac{1+p^2}{1-p^2} + \frac{2}{3} \frac{x^2}{1-p^2} \right] \ln \frac{1+x^2}{p^2+x^2} - \frac{2}{3} x + \\ + \frac{2(1+3p^2)}{3(1-p^2)} \operatorname{arctg}(x) - \frac{2(3+p^2)p}{3(1-p^2)} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{p}\right). \quad (21)$$

Из (20) и (21) при условии, что $\omega_1 \ll \omega_{01} \gamma$ и $\omega_2 \gg \omega_{01} \gamma$, получаем

$$W(\omega_1; \omega_2) = \frac{e^2 \omega_{01}}{3c} \gamma \frac{(1-p)^2}{1+p}. \quad (22)$$

При $p \ll 1$ с точностью до множителя $(1-3p^2) \simeq 1$ приходим к известной формуле Гарибяна $W = e^2 \omega_{01} \gamma / 3c$.

В общем же случае при разных выбранных интервалах частот ($\omega_1; \omega_2$) энергетическая зависимость интенсивности излучения имеет более сложный вид (см. рис. 1). Из сравнения случаев с $p = 10^{-5}$ (сплошные кривые

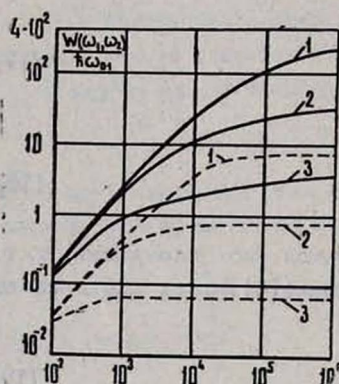


Рис. 1. Зависимость интенсивности РПИ в заданном интервале частот ($W(\omega_1; \omega_2)$), вычисленной по формуле (20), от лоренц-фактора γ заряженной частицы. Сплошные кривые соответствуют $p = \omega_{02}/\omega_{01} = 10^{-5}$, штриховые — $p = 0,5$; кривые 1 — $\omega_2 = 10^4 \omega_{01}$; кривые 2 — $\omega_2 = 10^3 \omega_{01}$; кривые 3 — $\omega_2 = 10^2 \omega_{01}$. Во всех случаях $\omega_1 = 10 \omega_{01}$.

вые) и $p = 0,5$ (штриховые кривые) видно, что с увеличением отношения плазменных частот сред p интенсивность РПИ существенно падает. Видно также, что когда верхний предел ω_2 выбранного интервала частот больше $\omega_{01} \gamma$, интенсивность РПИ линейно зависит от γ (участки $\gamma < 10^4$ на кривых 1, участки $\gamma < 10^3$ на кривых 2). Однако при дальнейшем росте γ , когда $\omega_{01} \gamma > \omega_2$, рост интенсивности РПИ замедляется. Это замедление особенно заметно, когда отношение p не мало (штриховые кривые).

Зависимость $W(\omega_1; \omega_2)$ от γ может быть более резкой, чем линейная, а именно, вплоть до γ^4 (см. (18)), если весь интервал частот находится выше граничной частоты, т. е. $\omega_{01} \gamma < \omega_1 < \omega_2$. Правда, при этом сама интенсивность $W(\omega_1; \omega_2)$ весьма мала. На рис. 1 такая зависимость не представлена, так как кривые рассчитаны при $\omega_1 = 10 \omega_{01}$, а указанная зависимость имеет место лишь при $\gamma < 10$.

4. Найдем теперь число квантов в том же интервале частот — $N(\omega_1; \omega_2)$. Разделив (13) на $\hbar \omega$ и проинтегрировав по частоте, получим

$$N(\omega_1; \omega_2) = \frac{e^2}{\pi \hbar c} \left\{ \Phi_p \left[\left(\frac{\omega_2}{\omega_{01} \gamma} \right)^2 \right] - \Phi_p \left[\left(\frac{\omega_1}{\omega_{01} \gamma} \right)^2 \right] \right\}, \quad (23)$$

где

$$\Phi_p(x) = \frac{1+p^2}{2(1-p^2)} \left[L(x) + L\left(\frac{p^2}{x}\right) - \frac{1}{2} \ln^2 x \right] - \ln x + \frac{(x+1) \ln(x+1) - (p^2+x) \ln(p^2+x)}{1-p^2}, \quad (24)$$

$$L(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+t) dt}{t} =$$

$$= \begin{cases} x - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{3^2} - \dots, & |x| < 1 \\ \frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x} + \frac{1}{2^2 x^2} - \frac{1}{3^2 x^3} + \dots, & x > 1. \end{cases} \quad (25)$$

В случае, когда одна из сред является вакуумом ($p=0$), имеем [3]

$$\Phi_0(x) = \frac{1}{2} L(x) - \frac{1}{4} \ln^2 x + (1+x) \ln \frac{1+x}{x}. \quad (26)$$

При малых и больших x имеют место следующие приближенные выражения:

$$\Phi_0(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4} \ln^2 x - \ln x + \left(\frac{3}{2} - \ln x\right)x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{x^3}{9} + \dots, & x \ll 1 \\ 1 + \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{24x^2} + \frac{1}{36x^3} - \dots, & x \gg 1. \end{cases} \quad (27)$$

Значения функции $\Phi_p(x)$ при $0,1 \leq x \leq 5$ приведены в таблице. Естественно, функция $\Phi_p(x)$ является монотонно возрастающей.

Таблица
Значения функции $\Phi_p(x)$

x	$\Phi_p(x)$		
	p=0	p=0,1	p=0,5
0,10	1,3610	1,4011	2,2203
0,20	1,5979	1,6233	2,2850
0,30	1,6839	1,7052	2,3134
0,40	1,7269	1,7465	2,3291
0,50	1,7520	1,7707	2,3389
0,60	1,7681	1,7863	2,3456
0,80	1,7871	1,8047	2,3537
1,00	1,7975	1,8148	2,3585
1,50	1,8097	1,8266	2,3642
2,00	1,8147	1,8314	2,3667
3,00	1,8187	1,8354	2,3688
4,00	1,8202	1,8369	2,3696
5,00	1,8210	1,8376	2,3700

Из (27), в частности, следует, что число квантов РПИ, испускаемых в интервале частот $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ при $\omega_1 \ll \omega_{01}$ и $\omega_2 \gg \omega_{01}$, определяется формулой

$$N(\omega_1; \omega_2) = \frac{2}{137\pi} \left\{ \left[\ln \left(\frac{\omega_{01}\gamma}{\omega_1} \right) - 1 \right]^2 + \frac{\pi^2}{12} \right\}. \quad (28)$$

В общем случае зависимость величины $N(\omega_1; \omega_2)$ от γ необходимо вычислять по формуле (23). Некоторые результаты такого вычисления представлены на рис. 2. В области значений $\gamma < \omega_2/\omega_{01}$ величина

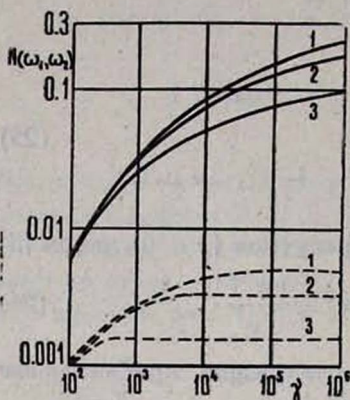


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, для числа квантов РПИ в заданном интервале частот ($N(\omega_1; \omega_2)$), вычисленного по формуле (23).

$N(\omega_1; \omega_2)$ растет с увеличением γ несколько быстрее, чем логарифмически (но медленнее, чем линейно). При этом для малых значений p величина $N(\omega_1; \omega_2)$ не зависит от ω_2 (см. (28)), поэтому сплошные кривые 1 и 2 на рис. 2 в области $\gamma < 10^3$ практически совпадают. При дальнейшем увеличении γ рост величины $N(\omega_1; \omega_2)$ заметно снижается. Если отношение p не мало, то в области $\gamma > \omega_2/\omega_{01}$ величина $N(\omega_1; \omega_2)$ почти не зависит от γ (штриховые кривые на рис. 2).

Рассмотрим теперь среднюю энергию излученного кванта (при $p \ll 1$):

$$\langle \hbar\omega \rangle = \frac{W(\omega_1; \omega_2)}{N(\omega_1; \omega_2)}. \quad (29)$$

В случае, когда $\omega_1 \ll \omega_{01}\gamma$ и $\omega_2 \gg \omega_{01}\gamma$, из (22) и (28) получаем

$$\langle \hbar\omega \rangle = \frac{\pi}{3} \frac{\hbar\omega_{01}\gamma}{[\ln(\omega_{01}\gamma/\omega_1) - 1]^2 + \pi^2/12}. \quad (30)$$

При сравнительно небольших значениях лоренц-фактора средняя энергия излученного кванта $\langle \hbar\omega \rangle$ имеет порядок $\hbar\omega_{01}\gamma$. С увеличением γ отношение $\langle \omega \rangle / \omega_{01}\gamma$ постепенно уменьшается, а при $\omega_{01}\gamma$ порядка ω_2 или больше это отношение начинает существенно падать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Библиографический указатель работ по переходному излучению. ЕРФИ, Ереван, 1979.
2. Корхмазян Н. А. Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 15, 115 (1962).
3. Гарибян Г. М. Некоторые вопросы теории электромагнитных потерь энергии частицы. Докторская диссертация, ФИАН АрмССР, Ереван, 1961.

ԵՐԿՈՒ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՍԱՀՄԱՆԻՆ ԱՌԱՋԱՑՈՂ
ՈՒՆՏԳԵՆՅԱՆ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԻՆՏԵՆՍԻՏԻՎՈՒԹՅԱՆ
ԲԱՇԽՈՒՄԸ ԵՎ ՔՎԱՆՏՆԵՐԻ ԹԻՎԸ

Գ. Մ. ԴԱՐԻԲՅԱՆ, Ն. Ա. ԴՈՐԽՄԱԶՅԱՆ, ՅԱՆ ՇԻ

Մանրամասն հետազոտված է երկու տարբեր միջավայրերի բաժանման սահմանին առաջացած ռենտգենյան անցումային ճառագայթման ինտենսիվության հաճախային և անկյունային բաշխումները: Ուսումնասիրված է քվանտների թվի կախումը մասնիկի էներգիայից հաճախության տարբեր տիրույթներում:

DISTRIBUTION OF THE INTENSITY AND THE NUMBER
OF QUANTA OF X-RAY TRANSITION RADIATION FORMED
ON THE BOUNDARY OF TWO MEDIA

G. M. GARIBIAN, N. A. KORKHMAZIAN, C. YANG

An analysis of the angular and frequency distributions of the intensity of X-ray transition radiation formed on the boundary of two different media was carried out. The dependence of the number of XTR quanta on the particle energy in different frequency ranges was investigated.