УДК 538.56;539.12

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ДВУХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ, ДВИЖУЩИХСЯ ЧЕРЕЗ ПЛАЗМУ

Г. В. ДЖАНДИЕРИ

Институт кибернетики АН ГССР

(Поступила в редакцию 15 июля 1982 г.)

Вычислена усредненная по периоду колебаний средняя сила взаимодействия между двумя осцилляторами, равномерно движущимися через плазму. Рассмотрены случаи, когда колебания зарядов происходят как вдоль, так и поперек поступательного движения.

Проблема излучения быстрых заряженных частиц, движущихся через вещество с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$, рассматривалась многими авторами [1, 2]. В указанных работах проводилось исследование излучения двух разным образом ориентированных движущихся электрических зарядов (линейная модель сгустка) в плазме и в диэлектрике [1] и в случайно неоднородной среде [2]. При этом было установлено, что потери энергии систем двух движущихся зарядов не равны сумме потерь энергии каждого из зарядов в отдельности из-за интерференции их полей излучения.

Однако в действительности реализуется не система отдельных частиц, как, например, в [1, 2], а система множества осцилляторов. Задача эта представляет практический интерес, поскольку пучок электронов, движущихся в магнитоактивной плазме, по-существу представляет собой совокупность быстрых осцилляторов, совершающих наряду с поступательным движением также и циклотронное вращение. Такие пучки использовались для диагностики параметров ионосферы в экспериментах «Аракс» [3, 4]. Проведенные ниже исследования позволяют найти условия, когда взаимодействие пучка с ионосферной плазмой носит одночастичный характер и когда проявляются коллективные эффекты. Для простоты анализа ограничимся рассмотрением системы двух осцилляторов, движущихся в изотропной плазме (обобщение на случай системы n осцилляторов не представляет математических трудностей).

Рассмотрим колеблющийся заряд Ze, радиус-вектор и скорость которого соответственно равны

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0 \sin \Omega t,$$
$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 \cos \Omega t, \quad \mathbf{v}_1 = \Omega \mathbf{r}_0,$$

где $\mathbf{v}_0$ — скорость поступательного движения осциллятора, Ω и r_0 — собственная частота и амплитуда колебаний заряда.

Такой осциллятор, имеющий плотность заряда [5]

$$\rho(\mathbf{k},\ \omega)=\frac{Ze}{(2\pi)^3}\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\mathbf{k}\mathbf{r}_0)\,\delta(\omega-n\Omega-\mathbf{k}\mathbf{v}_0),$$

создает в среде потенциал поля, который можно представить в следующем виде:

$$\varphi(\mathbf{r},\ t)=\frac{Ze}{2\pi^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\Omega t}\int e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{v}_0 t)}\frac{J_n(\mathbf{k}\mathbf{r}_0)}{k^2\varepsilon_{\parallel}(n\Omega+\mathbf{k}\mathbf{v}_0,\mathbf{k})}\,d\mathbf{k},$$

$$\varepsilon_{ij}(\omega,\ \mathbf{k})=\frac{k_i k_j}{k^2}\varepsilon_{\parallel}(\omega,\ \mathbf{k})+\left(\delta_{ij}-\frac{k_i k_j}{k^2}\right)\varepsilon_{\perp}(\omega,\mathbf{k}). \tag{1}$$

Кулоновская калибровка, в которой мы будем в дальнейшем работать, а также изотропность тормозящей среды дают возможность учитывать только продольную диэлектрическую проницаемость и ограничиться отдельным рассмотрением поляризационных потерь.

Направляя ось z вдоль скорости $\mathbf{v}_0$ движения зарядов, целесообразно перейти к цилиндрической системе координат, в которой выражение для суммарного скалярного потенциала системы двух жестко связанных осцилляторов, движущихся в одном направлении и находящихся на заданном расстоянии $\mathbf{R}$ друг от друга, имеет следующий вид:

$$\Phi(\mathbf{r},\ t)=\Phi(\rho,\ z,\ t)=\frac{e}{2\pi^2 v_0}\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\frac{\Omega}{v_0}z}\int e^{i(q\rho)+i\omega\left(\frac{z}{v_0}-t\right)}\times$$

$$\times\frac{J_n\left[(\mathbf{q}\mathbf{r}_{0\perp})+\frac{\nu_n}{v_0}r_{0z}\right]}{\left(q^2+\frac{\nu_n^2}{v_0^2}\right)\varepsilon_{\parallel}}\left[z_1+z_2 e^{-i\left(\mathbf{q}\mathbf{b}+\frac{\nu_n}{v_0}d\right)}\right]q\,dq\,d\varphi\,d\omega,$$

$$\mathbf{k}=\left(\mathbf{q},\ \frac{\nu_n}{v_0}\right),\ k^2=q^2+\frac{\nu_n^2}{v_0^2}\cdot \tag{2}$$

Здесь $\nu_n=\omega-n\Omega$, $J_n(x)$ — функция Бесселя n-го порядка, $\varepsilon_{\parallel}=\varepsilon_{\parallel}\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\nu_n^2}{v_0^2}}\right)$, $\mathbf{b}$ и d — компоненты вектора $\mathbf{R}$ соответственно в плоскости $x0y$ и вдоль оси z. Фиксируя расстояние между зарядами, мы тем самым задаем линейные размеры сгустка.

Определим полную силу (как меру тормозной способности), действующую на оба заряда со стороны создаваемого ими поля, формулой

$$\mathbf{f}=z_1 e\left.\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right|_{\mathbf{r}=\mathbf{v}_0 t+\mathbf{r}_0\sin\Omega t}+z_2 e\left.\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right|_{\mathbf{r}=\mathbf{v}_0 t+\mathbf{r}_0\sin\Omega t+\mathbf{R}}. \tag{3}$$

Производные скалярного потенциала по направлению s (по z или по ρ) берутся в точке нахождения каждого осциллятора и определяют соответственно $f_{\parallel}$ и $f_{\perp}$.

Подставляя (2) в (3), рассмотрим сначала поступательные колебания вдоль оси z: $\mathbf{v}_0\ (0,0,v_0)$, $\mathbf{r}_0=(0,\ 0,\ r_0)$. После интегрирования по углам (с учетом условия $\varepsilon(\omega,\ \mathbf{k})=\varepsilon^*(-\omega,\ -\mathbf{k})$) для усредненной по периоду колебаний $2\pi/\Omega$ средней продольной силы, действующей вдоль оси z на систему двух жестко связанных равномерно движущихся осцилляторов, получим

$$\bar{f}_{\parallel} = \frac{4e^2}{v_0^2\Omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} q\,dq \int_0^{\infty} \nu_n \frac{J_n^2\left(\frac{\nu_n}{v_0} r_0\right)}{q^2 + \frac{\nu_n^2}{v_0^2}} \operatorname{Im}\left(-\frac{1}{\varepsilon_{\parallel}}\right) \times$$

$$\times \left[z_1^2 + z_2^2 + 2 z_1 z_2 J_0(qb) \cos\left(\frac{\nu_n}{v_0} d\right) \right] d\omega. \tag{4}$$

Очевидным является переход к средним энергетическим потерям $(v_0 \bar{f}_{\parallel})$ равномерно движущихся зарядов ($n = 0$ или $r_0 = 0$) [2]. Случай $n = 0$ и $b = 0$ подробно обсуждался в работе [1].

Нетрудно получить также выражение средней поперечной силы в плоскости (xOy) поперек поступательного движения:

$$\bar{f}_{\perp} = \frac{8 z_1 z_2 e^2}{v_0^2\Omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} q^2 dq \int_0^{\infty} \frac{J_n^2\left(\frac{\nu_n}{v_0} r_0\right)}{q^2 + \frac{\nu_n^2}{v_0^2}} \operatorname{Im}\left(-\frac{1}{\varepsilon_{\parallel}}\right) \times$$

$$\times J_1(qb) \sin\left(\frac{\nu_n}{v_0} d\right) d\omega. \tag{5}$$

Здесь она обусловлена исключительно интерференционным взаимодействием двух зарядов, в то время как силы, обусловленные собственным полем заряда, отсутствуют. В этом нетрудно убедиться из соображения симметрии, ибо сила, действующая на заряд, одинакова во всех направлениях в плоскости, перпендикулярной относительно поступательного движения.

Перейдем к анализу поляризационных потерь в изотропной равновесной плазме, когда пробные частицы могут терять энергию на возбуждение коллективных колебаний, т. е. будем считать, что $v_0 > v_T$, v_T — тепловая скорость электронов плазмы. Для случая резонансных взаимодействий с плазмой, в которой практически отсутствуют потери, можно положить $\operatorname{Im} \frac{1}{\varepsilon_{\parallel}(\omega, k)} \simeq -\frac{\pi}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_k} \delta(\omega - \omega_k)$, где $\omega_k^2 = \omega_p^2 + 3\frac{T}{m} k^2$, ω_p — электронная плазменная частота, T — температура электронов плазмы. Подставляя это выражение в (4) и (5), для полной силы, действующей на систему двух осцилляторов, получим

$$\bar{f}_{\parallel} = 2\pi \frac{e^2 \omega_p}{v_0^2\Omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \nu_{pn} J_n^2\left(\frac{\nu_{pn}}{v_0} r_0\right) \left\{ \frac{1}{2} (z_1^2 + z_2^2) \ln\left[1 + \left(\frac{q_0 v_0}{\nu_{pn}}\right)^2\right] + \right.$$

$$\left. + 2 z_1 z_2 \cos\left(\frac{\nu_{pn}}{v_0} d\right) K_0\left(\frac{\nu_{pn}}{v_0} b\right) \right\}, \tag{6}$$

$$\bar{f}_{\perp} = 4\pi \frac{z_1 z_2}{v_0^2} \frac{e^2\omega_p}{\Omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \nu_{pn} J_n^2\left(\frac{\nu_{pn}}{v_0} r_0\right) \sin\left(\frac{\nu_{pn}}{v_0} d\right) K_1\left(\frac{\nu_{pn}}{v_0} b\right); \tag{7}$$

здесь $b > 0$, $\nu_{pn} = \omega_p - n\Omega$, $K_0(x)$ и $K_1(x)$—функции Макдональда нулевого и первого порядка.

В случае, когда $b \gg v_0/\nu_{pn}$, частицы излучают независимо и потери энергии суммируются. Наличие интерференционного члена обусловлено наложением волн, возникающих позади движущихся частиц. В случае отдельных частиц для устранения логарифмической расходимости был введен параметр обрезания $q_0 \sim 1/\delta$, который определяется из физических соображений и связан с применимостью макроскопической электродинамики. К такому обрезанию нет необходимости прибегнуть при интегрировании интерференционного члена, обусловленного присутствием второго заряда (в приближении заданного движения кулоновские силы между двумя зарядами не совершают никакой работы). При $r_0 = 0$ и $\delta \sim D$ (D — радиус Дебая—Хюккеля) получаем выражение для потерь энергии на возбуждение коллективных колебаний двумя частицами, движущимися в однородной, изотропной, полностью ионизированной квазинейтральной плазме, которое при $z_2 = 0$, как и следовало ожидать, переходит в известный результат Бома—Пайнса [6].

В случае малых амплитуд колебаний заряда, когда $\frac{|\omega_p \pm \Omega|}{v_0} r_0 \ll 1$, $\Omega \gg \omega_p$ и $r_0 \lesssim L$, L — линейные размеры сгустка (b, d), можно ограничиться членами с $n = \pm 1$. Воспользовавшись представлением функций Бесселя и Макдональда при малых значениях аргумента, получим

$$\bar{f}_{\parallel} = 2\pi e^2 \frac{\Omega}{v_0^2}\left(\frac{\omega_p}{v_0} r_0\right)\left[(z_1^2 + z_2^2)\ln\left(\frac{v_0}{\Omega\delta}\right) + 2z_1 z_2 \ln\left(\frac{v_0}{\Omega b}\right)\cos\left(\frac{\Omega}{v_0} d\right)\right], \quad (8)$$

$$\bar{f}_{\perp} = 8\pi z_1 z_2 e^2 \frac{1}{v_0 b}\left(\frac{\omega_p}{v_0} r_0\right)^2 \sin\left(\frac{\Omega}{v_0} d\right). \quad (9)$$

Как следует из полученных формул, в изотропной плазме система из двух зарядов теряет энергию на возбуждение продольных колебаний. Наличие осциллирующих множителей в интерференционных членах указывает на то, что тормозящее электрическое поле может резко меняться на расстоянии $d \sim v_0/\Omega$ и, следовательно, можно судить об ускорении или замедлении второго заряда. При $z_2 = 0$ приходим к выражению усредненных по периоду колебаний энергетических потерь одного осциллятора [7]. Чем меньше величина b, тем сильнее проявляется роль интерференционного члена. Это значит, что в зависимости от фазы колебаний сопутствующей частицы присутствие второго заряда либо сильно увеличивает потери энергии первого заряда, либо сильно ослабляет их. При $z_1 = z_2$ и $b \sim \delta$ условие возникновения провалов на частоте Ω_n, когда колебания происходят вдоль или поперек поступательного движения, имеет вид

$$\frac{\Omega_n}{v_0} d = (2n + 1)\pi, \quad \frac{\Omega_n}{v_0} d = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \cdots.$$

Остановимся теперь на случае, когда в изотропной плазме колебания обоих осцилляторов совершаются поперек поступательного движения: $\mathbf{v}_0\,(0, 0, v_0)$, $\mathbf{r}_0\,(r_0, 0, 0)$. Подставляя (2) в (3), опять ограничимся высокочастотными колебаниями ($\Omega \gg \omega_p$) с малыми амплитудами $\left|\frac{\omega \pm \Omega}{v_0} r_0\right| \ll 1$.

По аналогии с работой [7] в области $q r_0 \ll 1$, $r_0 \lesssim \delta$, существенной для интегрирования; ограничимся членами с $n = \pm 1$. В результате для системы равномерно движущихся двух жестко связанных осцилляторов выражения средних сил реакции излучения вдоль оси z и в плоскости xOy примут следующий вид:

$$\bar{f}'_{\parallel} = -\frac{1}{2}\bar{f}_{\parallel 1,2} - \frac{1}{4}\left(\frac{\Omega}{v_0} b\right)^2 \cos^2\varphi_1 \bar{f}_{\parallel 1,2} + \frac{\pi e^2}{4\Omega\delta^2}\left(\frac{\omega_p}{v_0} r_0\right)^2 \times$$
$$\times\left[z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2\left(\frac{\Omega}{v_0} b\right)^2 \cos\varphi_1 \cos\left(\frac{\Omega}{v_0} d\right)\right], \qquad (10)$$

$$\bar{f}'_{\perp} = \frac{\pi}{4} z_1 z_2 e^2 \left(\frac{\omega_p}{v_0} r_0\right)^2 \left(\frac{b}{\delta}\right) \frac{1}{v_0 \delta} \sin\left(\frac{\Omega}{v_0} d\right)(3\cos^2\varphi_1 + \sin^2\varphi_1), \qquad (11)$$

где φ_1 — угол между $\mathbf{b}$ и $\mathbf{r}_0$. Первый член в формуле (10) описывает потери отдельного заряда, а второй является интерференционным членом в случае, когда колебания совершаются вдоль поступательного движения. Тормозящая сила, которой обусловлены эти потери, по абсолютной величине гораздо меньше тормозящей силы, которая пропорциональна δ^{-}. Присутствие второго заряда увеличивает энергетические потери, а его ускорение и торможение зависят как от фазы $(\Omega/v_0)\,L$, так и от угла φ_1.

Нетрудно заметить, что путем подбора характерных параметров между зарядами можно добиться того, что потери энергии будут обусловлены либо отдельными зарядами $(z_1^2 + z_2^2)$, либо каким-то эффективным суммарным зарядом сгустка $Z^2_{\text{эфф}} = (z_1 + z_2)^2$. Первый случай реализуется тогда, когда эти частицы находятся далеко друг от друга. В этом случае волны, возникающие в противофазе, гасят друг друга. Во втором случае уже имеется система двух тесно связанных зарядов. Локальные колебания, возбужденные позади этих зарядов, находятся в фазе, сильно интерферируют и дают такой эффект, будто в среде движется один заряд с эффективным зарядовым числом $Z_{\text{эфф}} = (z_1 + z_2)^2$ [8, 9].

Путем измерения потерь сгустка заряженных частиц (или осцилляторов), проходящих через вещества различных толщин, например, через ионосферные слои, можно проследить за характером изменения эффективного заряда сгустка.

В заключение отметим, что аналогичные исследования могут быть распространены на случай осцилляторов, движущихся в случайно-неоднородных средах, где вместо $\varepsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$ следует пользоваться выражением $\varepsilon_{\parallel}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k})$ [10], линейно связывающим между собой средние значения индукции и электрического поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Болотовский Б. М.* Труды ФИАН им. П. Н. Лебедева, 22, 3 (1964).
2. *Бегиашвили Г. А., Джандиери Г. В.* Радиотехника и электроника, 22, 2423 (1977).
3. *Манагадзе Г. Г., Плетнев В. В.* Физика плазмы, 5, 156 (1979).
4. *Адейшвили Т. Г.* и др. Физика плазмы, 4, 1293 (1978).

5. *Хачатрян Б. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 6, 904 (1963).
6. *Pines D., Bohm D.* Phys. Rev., 85, 338 (1952).
7. *Нарышкин Л. Г.* ЖЭТФ, 43, 953 (1962).
8. *Аматуни А. Ц.* Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 15, 109 (1962).
9. *Варданян Л. А., Гарибян Г. М., Ян Ши.* Изв. АН АрмССР Физика, 10, 350 (1975).
10. *Рыжов Ю. А., Тамойкин В. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 13, 356 (1970).

ՊԼԱԶՄԱՅԻ ՄԻՋՈՎ ԱՆՑՆՈՂ ԵՐԿՈՒ ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Գ. Վ. ՋԱՆԴԻԵՐԻ

Հաշվված է պլազմայում հավասարաչափ շարժվող երկու օսցիլյատորների ըստ տատանումների պարբերության միջինացված փոխազդեցության ուժը։ Դիտարկված են համընթաց շարժման ուղղությամբ և շարժմանը ուղղահայաց հարթությունում տատանումների դեպքերը։

ON THE RADIATION FROM TWO OSCILLATORS MOVING THROUGH PLASMA

G. B. DZHANDIERI

Calculated is the averaged over the period of oscillations mean force of interaction between two oscillators moving uniformly through plasma. The cases when the charges oscillate both longitudinal and transverse to the translational motion are considered.