

ЭКРАНИРОВАННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА
В СВЕРХРЕШЕТКЕ

Г. М. АРУТЮНЯН, Х. В. НЕРКАРАЯН

При исследовании физических особенностей слоистых структур часто возникает необходимость определить кулоновское взаимодействие в таких неоднородных средах. Это взаимодействие в тонкой полупроводниковой пленке подробно изучалось в работах [1—3], а в трехслойных системах с учетом пространственной дисперсии сред — в [4]. В работе [5] было исследовано кулоновское взаимодействие в сверхрешеточных (СР) структурах без учета экранирования. Вопрос экранированного кулоновского взаимодействия в диэлектрической среде, в которую погружена периодическая система «электронных плоскостей», был рассмотрен в [6]. Однако полученные в этой работе численные результаты лишь качественно описывают экранированное взаимодействие в СР, поскольку в ней пренебрегается шириной тех слоев, где сосредоточены электроны.

Известно, что в условиях применимости сильной связи энергетический спектр электрона в СР резко анизотропен и носит минизонный характер. Предположим, что носители заполняют лишь первую минизону, и пренебрежем туннелированием между слоями. Очевидно, что в этом случае электронный газ сосредоточен в областях потенциальных ям, и усредненную концентрацию носителей в них можно определить выражением [7]

$$\bar{n} = \frac{m^* k_B T}{\pi \hbar^2 a} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\mu_0 - E_1}{k_B T} \right) \right]. \quad (1)$$

Здесь $\hbar$ — постоянная Планка, m^* — эффективная масса электрона, E_1 — первый уровень в одиночной потенциальной яме с шириной a , T — температура, μ_0 — химический потенциал, k_B — постоянная Больцмана.

Рассмотрим СР структуру, образованную периодическим чередованием тонких полупроводниковых слоев с толщинами a и b и диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , ограниченную с обоих концов диэлектриками, проницаемости которых есть ϵ' и ϵ'' . Поместим точечный заряд в слой с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . Начало отсчета выберем в центре этого слоя и направим ось z вдоль нормали к слоям; тогда вектор $\rho = (x, y)$ будет соответствовать координатам в поперечной плоскости. Пусть в области положительных значений z имеется N пар слоев, а отрицательных — M пар. Тогда вся СР, заключенная между диэлектриками, будет содержать $(N + M - 1)$ полупроводниковых слоев с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 и $(N + M)$ слоев с ϵ_2 .

Если заряд e' находится в точке $\mathbf{r}'$ ($\rho' = 0$), то его экранированный потенциал $\varphi_0^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в области слоя, где он расположен, будет удовлетворять уравнению

$$\nabla_r^2 \varphi_0^{(1)}(r, r') = \frac{4\pi e'}{\varepsilon_1} \delta(r-r') - \frac{4\pi e}{\varepsilon_1} \Delta n(r, r'). \quad (2)$$

Здесь e — заряд электрона, $\Delta n(r, r')$ — изменение концентрации электронов в точке r под действием поля точечного заряда.

В условиях теплового равновесия концентрация электронов является функцией электрохимического потенциала, определяемого следующим образом:

$$\mu = \mu_0 - e\varphi. \quad (3)$$

Для достаточно больших расстояний, когда $e\varphi \ll \mu_0$, Δn можно разложить в ряд по $e\varphi$ и ограничиться первым членом разложения. Тогда

$$\Delta n = - \frac{\partial n}{\partial \mu_0} e\varphi. \quad (4)$$

Потенциал электростатического поля заряда представим в виде

$$\varphi(r, z, z') = \int \varphi(k, z, z') \exp(ikr) dk. \quad (5)$$

Подставив (4) и (5) в (2), для фурье-компоненты потенциала получим уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_0^{(1)}(k, z, z') - \left(k^2 + \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_1} \frac{\partial n}{\partial \mu_0} \right) \varphi_0^{(1)}(k, z, z') = - \frac{e'}{\pi \varepsilon_1} \delta(z-z'). \quad (6)$$

Заметим, что n зависит от z как квадрат некоторой синусоидальной функции и заметно меняется на расстоянии порядка a .

Если предположить, что

$$ka \ll 1, \quad \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_1} \frac{\partial n}{\partial \mu_0} a^2 \ll 1, \quad (7)$$

то при решении уравнения (6) можно воспользоваться методом усреднения [8]. Тогда в (6) вместо n можно брать его усредненное по ширине слоя значение. Первое из неравенств (7) означает, что значение поля можно определить лишь на расстояниях, значительно превосходящих ширину слоя. Второе условие выполняется только в том случае, когда ширина слоя меньше дебаевского радиуса экранирования в массивном образце [1]. Общее решение уравнения (6) представим в виде

$$\begin{aligned} \varphi_0^{(1)}(k, z, z') = & \frac{e'}{2\pi \varepsilon_1 k_1} \exp(-k_1|z-z'|) + L_1 \exp\left[k_1\left(z - \frac{a}{2}\right)\right] + \\ & + L_2 \exp\left[-k_1\left(z + \frac{a}{2}\right)\right], \quad (8) \\ k_1^2 = & k^2 + \beta^2, \quad \beta^2 = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_1} \frac{\partial n}{\partial \mu_0}. \end{aligned}$$

Аналогичные рассуждения позволяют утверждать, что в j -ом слое ($f_j \leq z \leq l_j$) с диэлектрической проницаемостью ε_1 фурье-компонента потенциала имеет вид

$$\varphi_j^{(1)}(k, z) = A_j \exp[k_1(z - f_j)] + B_j \exp[-k_1(z - f_j)], \quad j = 1, 2, \dots, N-1, \quad (9)$$

$$f_j = \frac{a}{2} + (j-1)a + jb, \quad l_j = \frac{a}{2} + j(a+b).$$

Приведем также выражение для фурье-компоненты потенциала в m -ом слое ($l_{m-1} < z < f_m$) с диэлектрической проницаемостью ε_m :

$$\varphi_m^{(2)}(k, z) = C_m \exp[k(z - l_{m-1})] + D_m \exp[-k(z - l_{m-1})], \quad m = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Аналогичным образом определяется поле в области отрицательных z .

Поскольку метод нахождения неизвестных коэффициентов изложен в [5], мы на нем не будем останавливаться, а приведем их окончательный вид:

$$L_{1,2} = \frac{e'}{2\pi\varepsilon_1 k_1} \times \frac{(\varepsilon_1 k_1 F_{1,2} + \varepsilon_2 k G_{1,2}) \left[\varepsilon_1 k_1 F_{2,1} \operatorname{ch} k_1 \left(z' \pm \frac{a}{2} \right) \mp \varepsilon_2 k G_{2,1} \operatorname{sh} k_1 \left(z' \pm \frac{a}{2} \right) \right]}{[(\varepsilon_1 k_1)^2 F_1 F_2 + (\varepsilon_2 k)^2 G_1 G_2] \operatorname{sh} k_1 a - \varepsilon_1 \varepsilon_2 k_1 k (G_1 F_2 + F_1 G_2) \operatorname{sh} k_1 a}. \quad (11)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$F_1 = u_N(\xi) \left(\operatorname{ch} kb + \frac{\varepsilon''}{\varepsilon_2} \operatorname{sh} kb \right) - u_{N-1}(\xi) \left(\operatorname{ch} k_1 a - \frac{\varepsilon'' k}{\varepsilon_1 k_1} \operatorname{sh} k_1 a \right), \quad (12)$$

$$G_1 = u_{N-1}(\xi) \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_2} \operatorname{ch} k_1 a - \frac{\varepsilon_1 k_1}{\varepsilon_2 k} \operatorname{sh} k_1 a \right) - u_N(\xi) \left(\operatorname{sh} kb + \frac{\varepsilon''}{\varepsilon_2} \operatorname{ch} kb \right), \quad (13)$$

$$\xi = \operatorname{ch} k_1 a \operatorname{ch} kb + \frac{(\varepsilon_1 k_1)^2 + (\varepsilon_2 k)^2}{2\varepsilon_1 \varepsilon_2 k_1 k} \operatorname{sh} k_1 a \operatorname{sh} kb, \quad (14)$$

где $u_N(\xi)$ — полином Чебышева второго рода. Значения F_2 и G_2 получаются соответственно из (12) и (13) заменой в них $N \rightarrow M$, $\varepsilon'' \rightarrow \varepsilon'$.

Исследуем сначала вид потенциала в пределах того слоя, где непосредственно находится заряд e' . В случае, когда расстояние ρ между взаимодействующими зарядами значительно превышает размер СР, т. е. $\rho \gg (N+M)(a+b)$, фурье-компоненту потенциала можно представить в виде

$$\varphi_0^{(1)}(k) = \frac{e'}{\pi} \frac{1}{\lambda + (\varepsilon' + \varepsilon'')k + \eta k^2}, \quad (15)$$

где $\lambda = \varepsilon_1 a^2 (N+M-1)$, $\eta = \varepsilon_1 a (N+M-1) + \varepsilon_2 b (N+M)$. Если к тому же $(\varepsilon' + \varepsilon'')^2 \ll \lambda \eta$, то в выражении (15) можно пренебречь линейным по k членом. Тогда для потенциала получим выражение [9]

$$\varphi_0^{(1)}(\rho) = \frac{2e'}{\eta} K_0 \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\eta}} \rho \right). \quad (16)$$

Здесь $K_0(x)$ — модифицированная функция Ганкеля нулевого порядка.

При выполнении условия $\rho > \sqrt{\eta/\lambda}$ потенциал (16) можно представить в виде

$$\varphi_0^{(1)}(\rho) = \frac{2e'}{\eta} \sqrt{\frac{\pi}{2} \left(\frac{\eta}{\lambda}\right)^{1/2} \frac{1}{\rho}} \exp(-\sqrt{\lambda/\eta} \rho). \quad (17)$$

В случае, когда размер всей периодической структуры больше эффективного радиуса взаимодействия, который, в свою очередь, значительно превышает период СР ($\rho \gg a, b$), возможны два варианта. Первый осуществляется тогда, когда точечный заряд находится в каком-либо глубинном слое периодической структуры вдали от краев, т. е. при выполнении условия $(a+b) \min\{N, M\} \gg \rho$. Тогда для потенциала имеем

$$\varphi_0^{(1)}(\rho) = \frac{e'}{x_1 \rho} \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_1}\right), \quad (18)$$

где

$$x_1 = \left[\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 a + \varepsilon_2 b)}{\varepsilon_1 b + \varepsilon_2 a} \right]^{1/2}, \quad \rho_1 = \left(\frac{\varepsilon_1 a + \varepsilon_2 b}{\varepsilon_1 a \beta^2} \right)^{1/2}.$$

Найдем теперь выражение для потенциала в случае, когда заряд оказывается в слое, находящемся поблизости от какой-либо диэлектрической подложки*. Если при этом выполняются условия $N(a+b) \gg \rho$ и $M(a+b) \ll \rho$, то фурье-компонента потенциала принимает вид

$$\varphi_0^{(1)}(k) = \frac{e'}{\pi \varepsilon' k + \left[\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 k^2 a + \varepsilon_2 k^2 b)}{\varepsilon_1 b + \varepsilon_2 a} \right]^{1/2}}. \quad (19)$$

При $\varepsilon' \ll \varepsilon_1$, выражение для экранированного потенциала совпадает с удвоенным выражением (18).

Перейдем теперь к выявлению характерных особенностей изменения потенциала взаимодействия вдоль оси СР ($\rho = 0$). Для определенности рассмотрим область положительных z . Нетрудно убедиться, что когда N и M стремятся к бесконечности, фурье-компонента потенциала в m -ом слое с диэлектрической проницаемостью ε_2 или ε_1 содержит множитель $\exp(-m\alpha)$, где $\text{ch} \alpha = \xi$. Для достаточно больших m ($m \gg 1$) в интеграле (5) существенна область малых k , где α принимает свое минимальное значение. Произведя в (5) интегрирование с учетом этого обстоятельства, получаем

$$\varphi_m^{(1,2)} \approx \frac{e'}{x_2 m(a+b)} \exp\left[-\frac{m(a+b)}{\rho_2}\right], \quad (20)$$

$$x_2 = \frac{\varepsilon_1 a + \varepsilon_2 b}{a+b}, \quad \rho_2 = \frac{a+b}{\left[\varepsilon_1 a \beta^2 \left(\frac{a}{\varepsilon_1} + \frac{b}{\varepsilon_2} \right) \right]^{1/2}}.$$

Заметим, что отношение

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{a+b}{\left[a^2 + b^2 + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) ab \right]^{1/2}} \leq 1. \quad (21)$$

* Это значение потенциала может оказаться полезным при изучении поверхностных явлений в СР.

Следовательно, при исследовании кулоновского взаимодействия в периодических полупроводниковых структурах анизотропные явления могут наблюдаться только в том случае, когда диэлектрические проницаемости чередующихся слоев заметно отличаются друг от друга.

НИИ физики конденсированных
сред ЕГУ

Поступила 16. VI. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытова Н. С. Вестник МГУ, сер. физ., астр., № 3, 30 (1967).
2. Чаплик А. В., Энтин М. В. ЖЭТФ, 61, 2496 (1971).
3. Келдыш Л. В. Письма ЖЭТФ, 29, 716 (1979).
4. Ильченко Л. Г., Пашицкий Э. А. ФТТ, 22, 3395 (1980).
5. Арутюнян Г. М., Неркаряян Х. В. ФТТ, 23, 225 (1981).
6. Vlascher P. B., Falicov L. M. Phys. Rev., B3, 2541 (1971).
7. Шук А. Я. ФТП, 8, 1841 (1974).
8. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике, Изд. Наукова думка, Киев, 1971.
9. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Изд. Наука, М., 1971.

ԿԵՏԱՅԻՆ ԼԻՅՔԻ ԷԿՐԱՆԱՑՎԱԾ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԸ ԳԵՐՑԱՆՑՈՒՄ

Գ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Խ. Վ. ՆԵՐԿԱՐԱՐՅԱՆ

Փոխադրեցության երկրաչափությունը ապահովող պարամետրերում հետազոտված է լեցրերի էկրանացված կուլոնյան փոխադրեցությունը պարբերական կիսահաղորդչային կառուցվածքում, որը երկու կողմերից սահմանափակված է դիէլեկտրիկներով: Որոշված է էկրանացման շտապվորի կախվածությունը հաղորդող շերտերի պարամետրերից և նրանց թվից:

SCREENED POTENTIAL OF A POINT-CHARGE IN SUPERLATTICE

G. M. HARUTYUNYAN, Ch. V. NERKARARYAN

In the Thomas-Fermi approximation the screened Coulomb interaction of charges was studied in periodic semiconductor structures, the superlattices, bounded on both the sides with dielectrics. The dependence of screening radius on the parameters of alternating layers and their number along the superlattice axis and in the crosswise direction was determined.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 17, 67—79 (1982)

КОГЕРЕНТНОСТЬ ПРИ КИНЕМАТИЧЕСКОМ РАССЕЯНИИ РЕНТГЕНОВСКОГО ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. П. БЕЗИРГАНЯН

В работе [1] обсуждался вопрос однородности цугов рентгеновского характеристического излучения по структуре. Был сделан вывод об идентичности цугов такого излучения. В работе отмечалось, что в случае точеч-