

## К ТЕОРИИ СЖАТИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

К. А. БАРСУКОВ, Г. А. ГРИГОРЯН

Эффект «схлопывания» электромагнитного поля в связи с различными приложениями исследовался многими авторами (см., например, обзор [1] и указанную там литературу). Возможность использования быстрого уменьшения объема проводящих оболочек с магнитным полем для получения сверхсильных магнитных полей была предложена Терлецким [2]. В экспериментах, в которых использовался этот принцип, получены рекордные напряженности магнитного поля порядка  $1,43 \cdot 10^7$  Гс. Простейшей теоретической моделью для наблюдения этого эффекта является плоский резонатор с подвижными пластинами [3—5], для описания которого использовались различные подходы. В работе [6] предложен общий метод, позволяющий применить теорию конформных преобразований к исследованию поля в резонаторе с подвижной границей. Таким путем удалось провести разделение переменных в волновом уравнении и получить поле в виде набора динамических мод. В [7] показано, что метод работы [6] позволяет также описать поле в резонаторе и в виде суперпозиции распространяющихся волн, которые образуются при многократных отражениях первичного поля от стенок резонатора. Форма решения [7] оказывается весьма полезной при исследовании многих вопросов, таких как получение сверхсильных магнитных полей, эффекта умножения частоты [8] и т. п. С помощью решений [7] в настоящей работе исследуется задача о сжатии магнитного поля в плоском резонаторе при двух различных законах движения его границы.

Пусть  $x = 0$  и  $x = a$  есть уравнения идеально проводящих пластин плоского резонатора и в момент времени  $t = 0$  правая стенка начинает двигаться по некоторому произвольному закону  $x = \bar{a}(\tau)$ , где  $\tau = ct$ , а  $\bar{a}(0) = a$  есть начальный размер резонатора. В таком резонаторе поля  $E$  и  $H$  задаются выражениями [7]

$$\begin{Bmatrix} -E \\ H \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\chi(\zeta_n(\tau+x))}{\psi'(\zeta_n(\tau+x))} \psi'(\tau+x) \mp \frac{\chi(\zeta_n(\tau-x))}{\psi'(\zeta_n(\tau-x))} \psi'(\tau-x) \right\}, \quad (1)$$

где  $\chi(x) = H_0(x) - E_0(x)$  — разность между начальными распределениями магнитного и электрического полей при  $\tau = 0$ ,  $\psi$  — функция, обратная к функции  $F$ , осуществляющей указанное выше разделение переменных, а  $\zeta_n(\tau \pm x)$  определяются как обратные к функциям [7]:

$$\psi(\zeta_n(\tau \pm x)) = \psi(\tau \pm x) \pm 2n\gamma_0, \quad \gamma_0 = \frac{1}{2} (\psi(\tau + \bar{a}) - \psi(\tau - \bar{a})).$$

1. Рассмотрим сначала равномерное движение границы резонатора по закону

$$x = \bar{a}(\tau) = a + \beta\tau, \quad (2)$$

который реализуется следующей функцией комплексного переменного:

$$z = F(w) = \frac{a}{\beta} (e^w - 1), \quad w = \psi(z) = \ln \left( 1 + \frac{\beta}{a} z \right). \quad (3)$$

Здесь  $\beta = v/c$ , где  $v$  — скорость движения границы, и  $-\beta > 0$ . Движение границы начинается в момент времени  $t = 0$ , а при  $t < 0$  в резонаторе существовало постоянное однородное поле  $H_0$ , электрическое же поле отсутствовало. Поэтому функция  $\chi(\zeta)$  имеет простой вид

$$\chi(\zeta) = H_0. \quad (4)$$

Структура поля в резонаторе сразу может быть найдена по формуле (1), и с учетом (3), (4) принимает вид

$$\begin{aligned} -E(x, \tau) &= \frac{1}{2} H_0 \left[ \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^n - \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^m \right], \\ H(x, \tau) &= \frac{1}{2} H_0 \left[ \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^n + \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^m \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где области существования таких решений изображены на рис. 1 в [7]. Как видно из этого рисунка, для значений  $x > 0$  есть две возможности: либо  $n = m$ , либо  $n = m + 1$  в зависимости от значений  $x$  и  $\tau$ . При  $n = m$  имеем

$$E(x, \tau) = 0, \quad H(x, \tau) = H_0 \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^n, \quad (6)$$

а при возрастании  $n$  до  $n + 1$  и  $m = n$

$$E(x, \tau) = -\beta H_0 \frac{(1+\beta)^n}{(1-\beta)^{n+1}}, \quad H(x, \tau) = H_0 \frac{(1+\beta)^n}{(1-\beta)^{n+1}}. \quad (7)$$

Пространственно-временную структуру поля в резонаторе можно описать следующим образом. Эта структура прежде всего имеет повторяющуюся особенность: поле описывается попеременно либо выражением (6), либо (7). Итак, начнем с момента  $\tau = \tau_n$  — ординаты точки  $A_n$  на рис. 1 в [7]. Нетрудно видеть, что

$$\tau_n = \frac{a}{\beta} \left[ 1 - \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^n \right]. \quad (8)$$

В этот момент времени поле в резонаторе однородно:  $E(x, \tau) = 0$ ,  $H(x, \tau) = H_0 \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^n$ . Затем от неподвижной стенки к подвижной стенке резонатора со скоростью света движется разрывной фронт поля, за которым магнитное поле скачком возрастает до  $H = H_0 \times \frac{(1+\beta)^n}{(1-\beta)^{n+1}}$  и появляется электрическое поле  $E = -\beta H_0 \frac{(1+\beta)^n}{(1-\beta)^{n+1}}$ . При нерелятивистских скоростях стенки это поле в  $\beta$  раз меньше магнитного. Затем разрыв в момент времени

$$\tau'_n = \frac{\alpha}{\beta} \left[ 1 - \frac{(1-\beta)^n}{(1+\beta)^{n+1}} \right] \quad (9)$$

доходит до неподвижной стенки резонатора, и при  $\tau = \tau'_n$  в резонаторе существуют однородные магнитное и электрическое поля (7). Затем разрыв поля отражается от неподвижной стенки и движется к подвижной. За разрывом  $E(x, \tau) = 0$ , а магнитное поле является однородным и  $H(x, \tau) = H_0 \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^n$ . В момент времени  $\tau_{n+1}$  поле становится однородным и  $E(x, \tau) = 0$ , а  $H(x, \tau) = H_0 \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{n+1}$  всюду внутри резонатора. Затем процесс опять повторяется. За один цикл магнитное поле возрастает в  $(1+\beta)/(1-\beta)$  раз.

Нетрудно найти среднее по времени магнитное поле  $\bar{H}$  в резонаторе. Оно равно

$$\bar{H} = \frac{1}{\bar{a}(\tau)} \int_0^{\bar{a}(\tau)} H(x, \tau) dx = \frac{1}{\bar{a}(\tau)} \int_0^{x_n} H(x, \tau) dx + \frac{1}{\bar{a}(\tau)} \int_{x_n}^{\bar{a}(\tau)} H(x, \tau) dx, \quad (10)$$

где  $x_n$  — абсцисса точки пересечения прямой, вдоль которой ведется интегрирование в плоскости  $x, \tau$ , с соответствующей характеристикой задачи. Следовательно

$$\bar{H} = \frac{H_0}{\bar{a}(\tau)} \left[ \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^n x_n + \frac{(1+\beta)^{n+1}}{(1-\beta)^n} (\bar{a}(\tau) - x_n) \right]. \quad (11)$$

Но  $x_n = \frac{\alpha}{\beta} \left[ \frac{(1-\beta)^n}{(1+\beta)^{n+1}} - 1 \right] + \tau$ , и подстановка этого значения в (11)

дает

$$\bar{H} = \frac{\alpha H_0}{\bar{a}(\tau)}. \quad (12)$$

Последний результат легко понять из следующих соображений. Стенки резонатора считаются идеально проводящими, поэтому силовые линии магнитного поля оказываются «вмороженными» в стенки, и магнитный поток через поперечное сечение резонатора должен сохраниться. При  $\tau = 0$  магнитный поток через площадь поперечного сечения резонатора единичной ширины равен  $\alpha H_0$ , а в произвольный момент времени —  $\bar{a}(\tau) \bar{H}$ , и равенство между ними  $\alpha H_0 = \bar{a}(\tau) \bar{H}$  дает соотношение (12). Отметим, что при  $\alpha(\tau) \rightarrow 0$   $H \rightarrow \infty$ . Ниже покажем, что существует ограничение на «схлопывание».

2. Разрыв поля в схлопывающемся резонаторе является идеализацией, возникающей в предположении, что стенка резонатора начинает двигаться со скоростью  $c\beta$  при  $\tau = 0$ . Более физическим в этом отношении является гиперболический закон движения, когда движение стенки происходит с нулевой начальной скоростью. Подобное «схлопывание» резонатора можно реализовать с помощью следующей функции комплексного переменного:

$$z = F(w) = \frac{a\sqrt{1+\beta^2}}{\beta} \sin w, \quad (13)$$

где  $\beta$  — некоторый параметр, который определяет закон движения границы:

$$x = \bar{a}(\tau) = \sqrt{a^2 - \beta^2 \tau^2}. \quad (14)$$

Полное „схлопывание“, однако, здесь невозможно, и  $x_{\min}$  определяется из следующих соображений. Найдем скорость движения подвижной стенки. Очевидно, что скорость стенки есть  $v = c \frac{dx}{d\tau} = -\frac{\beta^2 \tau c}{\sqrt{a^2 - \beta^2 \tau^2}}$ ,

и поскольку  $|v| < c$ , то и  $\tau < \tau_{\max} = \frac{a}{\beta \sqrt{1+\beta^2}}$ . Подставляя  $\tau_{\max}$  в выражение скорости, получим

$$x_{\min} = \frac{a\beta}{\sqrt{1+\beta^2}}. \quad (15)$$

Структура электромагнитного поля при движении границы резонатора по закону (14) определяется согласно (1) и с помощью (13) принимает вид

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} -E \\ H \end{array} \right\} = \frac{H_0}{2} & \left\{ \cos(2n \operatorname{arctg} \beta) + \right. \\ & + \frac{\beta}{a\sqrt{1+\beta^2}} \sin(2n \operatorname{arctg} \beta) \frac{\tau+x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau+x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} \Bigg\} \mp \\ & \mp \frac{H_0}{2} \left\{ \cos(2m \operatorname{arctg} \beta) + \right. \\ & + \frac{\beta}{a\sqrt{1+\beta^2}} \sin(2m \operatorname{arctg} \beta) \frac{\tau-x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau-x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} \Bigg\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Области определения таких решений изображены на рис. 1 в [7]. Они опять могут быть разбиты на типы  $n = m$  и  $n = m + 1$ . Поля при  $n = m$  имеют вид

$$\begin{aligned} H &= H_0 \cos(2n \operatorname{arctg} \beta) + \\ & + \frac{H_0 \beta}{2a\sqrt{1+\beta^2}} \sin(2n \operatorname{arctg} \beta) \left[ \frac{\tau+x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau+x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} + \frac{\tau-x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau-x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} \right], \\ E &= -\frac{H_0 \beta}{2a\sqrt{1+\beta^2}} \sin(2n \operatorname{arctg} \beta) \times \\ & \times \left[ \frac{\tau+x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau+x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} - \frac{\tau-x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau-x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} \right], \end{aligned} \quad (17)$$

а при  $n \rightarrow n + 1$  и  $m = n -$

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{-E}{H} \right\} &= \frac{H_0}{2} \cos [(2n+2) \operatorname{arctg} \beta] + \\ &+ \frac{H_0 \beta}{2a\sqrt{1+\beta^2}} \sin [(2n+2) \operatorname{arctg} \beta] \frac{\tau+x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau+x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} \mp \\ &\mp \left\{ \frac{H_0}{2} \cos (2n \operatorname{arctg} \beta) + \right. \\ &\left. + \frac{H_0 \beta}{2a\sqrt{1+\beta^2}} \sin (2n \operatorname{arctg} \beta) \frac{\tau-x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau-x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

начения  $\tau_n$  и  $\tau'_n$  на рис. 1 в [7] определяются соотношениями

$$\tau_n = \frac{a}{\beta} \sin (2n \operatorname{arctg} \beta), \quad \tau'_n = \frac{a\sqrt{1+\beta^2}}{\beta} \sin [(2n+1) \operatorname{arctg} \beta]. \quad (19)$$

Электромагнитное поле в резонаторе можно описать следующим образом. При  $0 < \tau < a$  движущаяся стенка начинает «поджимать» магнитное поле. До точки  $x = \tau$  возмущение еще не дошло, и левее этой точки магнитное поле постоянно, см. рис. 1 [7]. Правее этой точки магнитное поле описывается выражением (16) при  $n = 1, m = 0$ :

$$H = \frac{H_0}{1+\beta^2} \left( 1 + \frac{\beta^2}{a\sqrt{1+\beta^2}} \frac{\tau+x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau+x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} \right). \quad (20)$$

Одновременно в этой области появляется электрическое поле, по знаку противоположное магнитному полю и равное

$$E = -\frac{\beta^2 H_0}{1+\beta^2} \left( \frac{1}{a\sqrt{1+\beta^2}} \frac{\tau+x}{\sqrt{1-\frac{\beta^2(\tau+x)^2}{a^2(1+\beta^2)}}} - 1 \right). \quad (21)$$

На движущейся стенке магнитное поле оказывается равным

$$\begin{aligned} H|_{x=\bar{a}} &= \frac{H_0 \sqrt{a^2 - \beta^2 \tau^2}}{\sqrt{a^2 - \beta^2 \tau^2 - \beta^2 \tau}} = \frac{H_0}{1-\tilde{\beta}}, \\ H|_{x=\bar{a}} - H &= \Delta H = \frac{H_0 \beta^2 \tau}{\sqrt{a^2 - \beta^2 \tau^2 - \beta^2 \tau}} = \frac{H_0 \tilde{\beta}}{1-\tilde{\beta}}, \end{aligned}$$

где  $\tilde{\beta} = d\bar{a}/d\tau$  есть отношение мгновенной скорости стенки резонатора к скорости света, и приращение магнитного поля по модулю равняется приращению электрического поля. Таким образом, как и следовало ожидать,

при движении с нулевой начальной скоростью разрыв полей не образуется. В момент времени  $\tau = a$  излом магнитного поля доходит до левой стенки резонатора и, отражаясь, идет обратно. За изломом поля магнитное поле описывается формулой (18) при  $n = m = 1$ . При  $\tau = \tau_1$  из (21) излом доходит до расположения движущейся границы и в свою очередь отражается от нее. За изломом поле описывается формулой (16) при  $n = 2$  и  $m = 1$  и т. д.

На рис. 1 приведены графики, иллюстрирующие распределение электрического и магнитного полей при  $\tau = a/2$ ,  $\tau = a$ ,  $\tau = (a + \tau_1)/2$ ,  $\tau = \tau_1$ ,  $\tau = \tau_0$ ,  $\tau = (\tau_0 + \tau'_0)/2$ ,  $\tau = \tau'_0$  при  $\beta = 0,1$ . На этих графиках ясно прослеживается описанный выше процесс формирования электрического и маг-

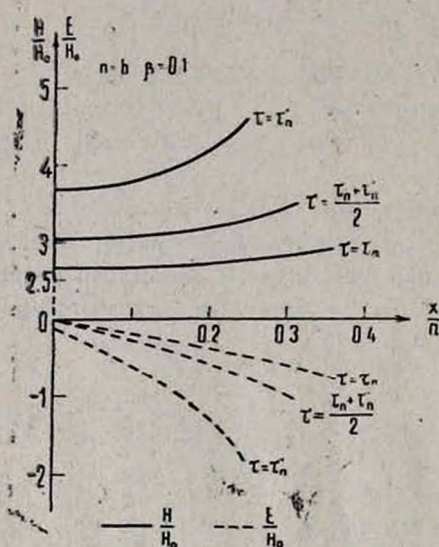


Рис. 1.

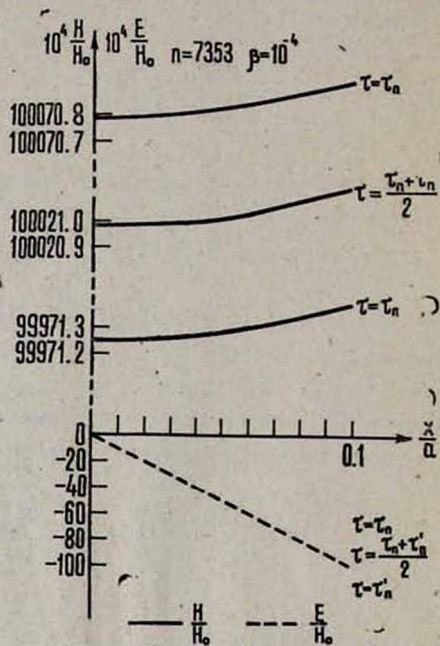


Рис. 2.

нитного полей в резонаторе. Кроме того на рис. 2 приведены графики зависимостей электромагнитного поля в резонаторе при большом числе отражений ( $n = 7353$ ) для  $\tau = \tau_n$ ,  $\tau = (\tau_n + \tau'_{n+1})/2$ ,  $\tau = \tau'_n$ .

Ленинградский электротехнический  
институт  
ИРФЭ АН АрмССР

Поступила 28. V. 1981

## ЛИТЕРАТУРА

1. Биттер Ф. УФН, 88, 63 (1968).
2. Терлецкий Я. П. ЖЭТФ, 32, 387 (1957).
3. Стеценко О. А. Изв. ВУЗ, Радиотехника, 6, 701 (1963).
4. Биченков Е. И. ПМТФ, № 6, 3 (1964).
5. Руткевич И. М. ПМТФ, № 3, 552 (1967).

6. Барсуков К. А., Григорян Г. А. Радиотехника и электроника, 21, 57 (1976).
7. Барсуков К. А., Григорян Г. А. Изв. АН АрмССР, Физика, 15, 329 (1980).
8. Загороднов О. Г. и др. ЖТФ, 31, 297 (1961).

## ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ՍԵՂՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Գ. Ա. ԳՐԻԳՐԻԱՆ

Շարժական սահմանով ռեզոնատորների ուղղանկյուն համար հեղինակների կողմից առաջարկված մեթոդի օգնությամբ լուծված է հարթ ոչ ստացիոնար ռեզոնատորում մագնիսական դաշտի սեղման խնդիրը: Նշված ռեզոնատորում դաշտերի համար ստացված են հասարակ և ակնհիշ արտահայտություններ կախված ժամանակից և կորդինատներից: Հետազոտված են երկու ռեզոնանսի, երբ ռեզոնատորի պատը սկսում է շարժվել հավասարաչափ կամ հավասարաչափ արագացող ձևով: Վերջին դեպքը թույլատրում է հետևել դաշտերի վերաբաշխմանը ռեզոնատորի պատի թափառքի ժամանակ:

## TO THE THEORY OF ELECTROMAGNETIC FIELD CONTRACTION

K. A. BARSUKOV, G. A. GRIGORIAN

Using the earlier proposed method of the analysis of cavities having variable boundaries, a simple solution to the problem of magnetic field contraction in a plane nonstationary cavity is given. Simple and clear expressions for the coordinate and time dependences of fields in such a cavity are obtained. The cases of uniform and uniformly accelerated motions of the boundary are considered. The latter case makes an opportunity of following the redistributions of fields in the process of acceleration of the cavity boundary.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 17, 9—15 (1982)

## ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПРИРОДЫ ИХ ПОЛЯРИЗАЦИИ

П. А. БЕЗИРГАНЯН, А. П. БЕЗИРГАНЯН

При исследовании рассеяния рентгеновского излучения предполагают, что падающий первичный пучок либо полностью поляризован, либо полностью неполяризован [1—3]. Однако, как известно [4, 5], в практически реализуемых случаях первичный пучок бывает только частично поляризованным. Не изучена внутренняя структура волн, поляризованных при отражении и преломлении, а также влияние такой структуры на интерференционные и дифракционные эффекты рентгеновских лучей. Степень когерентности первичного пучка рентгеновского излучения обусловлена как размерами источника, его расстоянием от образца и длительностью когерентного излучения, так и степенью поляризации пучка. Поэтому для полноты исследования вопросов когерентности необходимо исследовать и вопросы поляризации рентгеновского излучения. Характер поляризации, в свою очередь, существенно зависит от механизма возникновения излуче-