

ДИФРАКЦИОННОЕ ОТРАЖЕНИЕ В ХОЛЕСТЕРИЧЕСКИХ
ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ НАЛИЧИИ ЧАСТОТНОЙ
ДИСПЕРСИИ

О. С. ЕРИЦЯН

Рассмотрено распространение света в холестерическом жидком кристалле при наличии частотной дисперсии диэлектрической проницаемости. Показано, что наличие дисперсии приводит к появлению новых областей брэгговского отражения или к появлению окон прозрачности в области брэгговского отражения, соответствующей отсутствию дисперсии. Обсуждена ситуация появления изотропной точки. Рассмотрена граничная задача и определен ход частотной зависимости коэффициента отражения при наличии дисперсии диэлектрической проницаемости. Вкратце рассмотрен случай двойной спиральности.

1. Одной из самых характерных особенностей оптических свойств холестерических жидких кристаллов является наличие частотной области брэгговского селективного отражения [1, 2] (дихроичной области). Она определяется из уравнения

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{0xx} - k^2 - a^2\right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{0yy} - k^2 - a^2\right) - 4a^2 k^2 = 0 \quad (1)$$

как область, в которой $k^2 < 0$. Границы дихроичной области являются корнями уравнения

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{0xx} - a^2\right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{0yy} - a^2\right) = 0. \quad (2)$$

В уравнении (1) ε_{0xx} , ε_{0yy} — главные значения тензора диэлектрической проницаемости в направлениях, перпендикулярных оси спиральности (ось z), $a = 2\pi \sigma^{-1}$, σ — шаг спирали. Величина k имеет смысл волнового числа $2\pi/\lambda'$, где λ' — пространственный период поля, распространяющегося в среде световой волны, получающийся при переходе в уравнениях Максвелла из лабораторной системы координат к системе x' , y' , z , оси x' , y' которой поворачиваются вместе с главными направлениями тензора ε_{0ij} вокруг оси z при движении вдоль этой оси [3, 4] (уравнение, эквивалентное уравнению (1), получено в [1] без перехода в уравнениях Максвелла к системе x' , y' , z).

Подставив в (1) $k = 0$, получаем два значения для ω , представляющие собой границы дихроичной области:

$$\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{0xx}} = a, \quad \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{0yy}} = a. \quad (3)$$

Таким образом, имеем одну дихроичную область, границы которой определяются описанным выше образом в предположении об отсутствии поглощения (k^2 , ε_{0xx} , ε_{0yy} в (1) считаются действительными).

Распространение света в холестерических жидких кристаллах с учетом поглощения было рассмотрено ранее в разных аспектах. В [5] рассмотрено влияние поглощения на круговой дихроизм и вращение плоскости поляризации. В [6] выявлены и изучены особенности поглощения в холестерических жидких кристаллах, обусловленные периодичностью среды и анизотропией поглощения молекул.

Наличие поглощения означает, конечно, наличие дисперсии. Ниже мы убедимся, что дисперсия, обусловленная отдельными линиями поглощения, приводит к особенностям в оптических свойствах не только вблизи линии поглощения, но и вдали от них, где мнимой частью диэлектрической проницаемости можно пренебречь. Для пояснения картины влияния дисперсии мы сначала ограничимся областью частот, далеких от центра линии поглощения, а затем снимем это ограничение.

2. Если ϵ_{0ij} зависят от частоты, то, вообще говоря, нельзя утверждать, что уравнения (3) имеют по одному корню, так как в случае зависящих от ω величин $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(\omega)$ вместо линейных уравнений (3) получаем следующие нелинейные уравнения относительно ω :

$$\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{xx}(\omega)} = a, \quad \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{yy}(\omega)} = a. \quad (4)$$

Рассмотрим случай, когда как $\epsilon_{xx}(\omega)$, так и $\epsilon_{yy}(\omega)$ обладают дисперсией и закон дисперсии у них одинаков. Такая ситуация осуществляется, например, при наличии в недиспергирующем холестерическом жидком кристалле поглощающей примеси. Положим

$$\epsilon_{xx, yy}(\omega) = \epsilon_{0xx, yy} + \frac{4\pi Ne^2}{m} f \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (5)$$

(f — сила осциллятора линии поглощения примеси).

Подставив в (1) вместо ϵ_{0xx} и ϵ_{0yy} величины $\epsilon_{xx}(\omega)$ и $\epsilon_{yy}(\omega)$, приходим к следующему уравнению вместо (1):

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{0xx} - k^2 - a^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \Delta\epsilon \right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{0yy} - k^2 - a^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \Delta\epsilon \right) = 0, \quad (6)$$

где $\Delta\epsilon = \epsilon_{xx}(\omega) - \epsilon_{0xx} = \epsilon_{yy}(\omega) - \epsilon_{0yy}$ — второй член в правой части (5).

Уравнение (6) отличается от (1) тем, что в (6) k^2 является комплексной из-за комплексности $\Delta\epsilon$. Поэтому условие $k^2 = 0$ представляет собой два условия: $k' = 0$ и $k'' = 0$, где k' и k'' — действительная и мнимая части k . Мнимая часть k'' теперь может быть обусловлена не только брэгговским отражением, но и истинным отражением.

Рассмотрим сначала область частот, в которой мнимой частью величины $\Delta\epsilon$ (т. е. истинным поглощением) можно пренебречь. Если ω и ω_0 — величины одного порядка, то требование $|\Delta\epsilon''| \ll |\Delta\epsilon'|$ приводит к известному условию удаленности от центра линии поглощения:

$$|\omega_0 - \omega| \gg \gamma. \quad (7)$$

Тогда из (6) при $k^2 = 0$ получаем следующие четыре значения для $\omega^2 (\omega_1^{\pm 2}$ и $\omega_2^{\pm 2})$:

$$\omega_1^{\pm 2} = \frac{1}{2} (\omega_0^2 + \omega_1^2 + A) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\omega_0^2 + \omega_1^2 + A)^2 - \omega_0^2 \omega_1^2}, \quad (8)$$

где $A = \omega_s^2 f / \varepsilon_{0xx}$; значения $\omega_2^{\pm 2}$ получаются из $\omega_1^{\pm 2}$ заменой ε_{0xx} на ε_{0yy} и ω_1 на ω_2 , а ω_1, ω_2 есть решения уравнений (3):

$$\omega_1 = \frac{ca}{\sqrt{\varepsilon_{0xx}}}, \quad \omega_2 = \frac{ca}{\sqrt{\varepsilon_{0yy}}}, \quad \omega_s^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m}.$$

Четыре значения частоты соответствуют пересечению графика $k^2(\omega)$ с осью частот в четырех точках или касанию с этой осью. В случае пересечения имеет место изменение знака k^2 четырежды, т. е. хотя бы в двух областях $k^2 < 0$, что означает наличие хотя бы двух областей брэгговского отражения. При $A=0$ одна из двух частот ω_1^+ или ω_1^- совпадает с ω_1 , а другая — с ω_0 (то же относится к частотам ω_2^+, ω_2^- и ω_0). Но значение $\omega = \omega_0$ не удовлетворяет условию (7). Для его выполнения на A должны быть наложены условия

$$|\omega_1^{\pm} - \omega_0| \gg \gamma, \quad |\omega_2^{\pm} - \omega_0| \gg \gamma. \quad (9)$$

На рис. 1а по оси абсцисс отложена частота, а по оси ординат отложены $\omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon_{0xx}}$ и $\omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon_{0yy}}$. Решения уравнения (2) получаются гра-

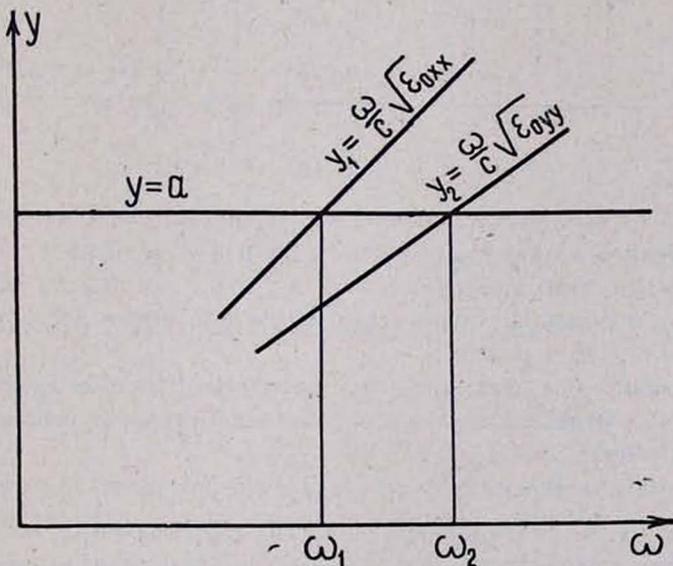


Рис. 1а.

фически как абсциссы точек пересечения прямой $y = a$ с графиками $y_1 = \omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon_{0xx}}$ и $y_2 = \omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon_{0yy}}$. Область (ω_1, ω_2) является дихроичной областью. Действительно, в этой области величины

$$b_1 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{0xx} - a^2 \quad \text{и} \quad b_2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{0yy} - a^2$$

имеют разные знаки, а для k^2 из (1) имеем

$$k^{\pm 2} = \frac{b_1 + b_2 + 4a^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b_1 + b_2 + 4a^2}{2}\right)^2 - b_1 b_2}.$$

Так как $b_1 b_2 < 0$, то значение k^{-2} , соответствующее нижнему знаку перед корнем, отрицательно, т. е. k^- является мнимым.

На рис. 16 представлены графики $y_1 = \omega c^{-1} \sqrt{\epsilon'_{xx}(\omega)}$ и $y_2 = \omega c^{-1} \sqrt{\epsilon'_{yy}(\omega)}$ при наличии дисперсии (значком штрих обозначена действительная часть).

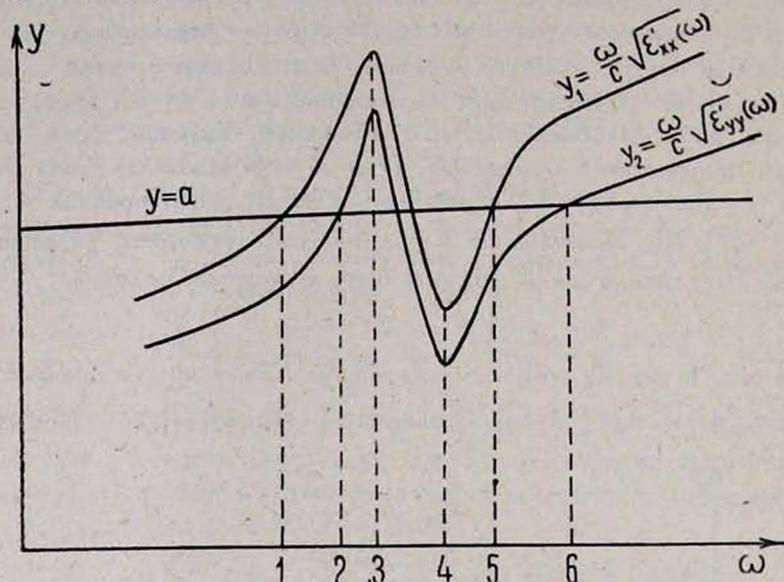


Рис. 16.

В области 3—4 имеет место сильное поглощение. В областях левее точки 1 и правее точки 6, а также в областях 2—3 и 4—5 график $y = a$ идет или выше, или ниже обоих графиков $y = y_1$ и $y = y_2$, т. е. в этих областях нет брэгговского отражения. Брэгговское отражение имеет место в двух областях: 1—2 и 5—6.

Из сказанного следует, что в холестерическом жидком кристалле можно получить брэгговское отражение в желаемой области внесением поглощающих примесей.

3. Рассмотрим теперь случай, когда дисперсионные кривые зависимостей $y_1 = \omega c^{-1} \sqrt{\epsilon'_{xx}(\omega)}$ и $y_2 = \omega c^{-1} \sqrt{\epsilon'_{yy}(\omega)}$ пересекаются. Частоту, удовлетворяющую равенству $\epsilon_{xx}(\omega) = \epsilon_{yy}(\omega)$, обозначим через $\omega_{\text{из}}$:

$$\epsilon_{xx}(\omega_{\text{из}}) = \epsilon_{yy}(\omega_{\text{из}}) = \epsilon_0$$

(на частоте $\omega = \omega_{\text{из}}$ холестерический жидкий кристалл оптически изотропен). Разложим $\epsilon_{xx}(\omega)$ и $\epsilon_{yy}(\omega)$ в ряд по степеням $\omega - \omega_{\text{из}} = \Delta\omega$:

$$\epsilon_{xx}(\omega) = \epsilon_0 + b_{xx} \Delta\omega,$$

(10)

$$\epsilon_{yy}(\omega) = \epsilon_0 + b_{yy} \Delta\omega.$$

На рис. 2 показано пересечение графиков $y = y_1$ и $y = y_2$ на частоте $\omega = \omega_{из}$. Если $\omega_{из} c^{-1} \sqrt{\epsilon_0} = a$, то нет дихроичной области (т. е. ее ширина равна нулю). При изменении шага спирали a на Δa грани-

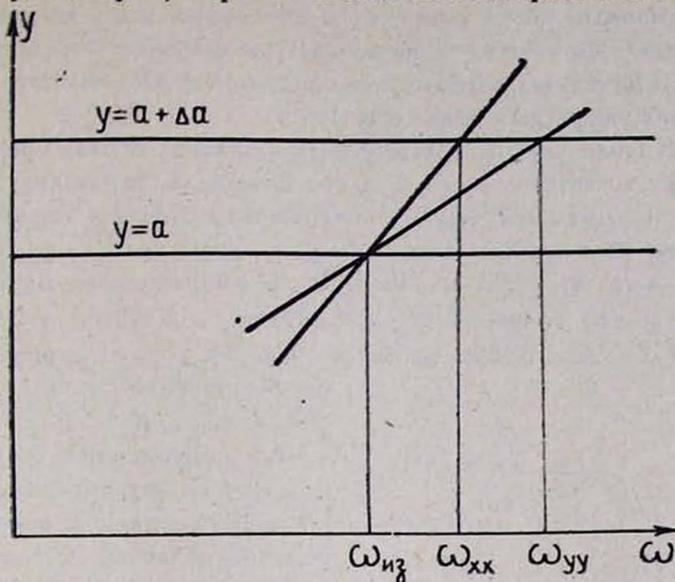


Рис. 2.

цы дихроичной области (их обозначим через $\omega_{хх}$ и $\omega_{уу}$) не совпадают и определяются из соотношений

$$\frac{\omega_{хх}}{c} \sqrt{\epsilon_0 + b_{хх}(\omega_{хх} - \omega_{из})} = a + \Delta a, \quad (11)$$

$$\frac{\omega_{уу}}{c} \sqrt{\epsilon_0 + b_{уу}(\omega_{уу} - \omega_{из})} = a + \Delta a.$$

Из (11) получаем следующее приближенное выражение для ширины дихроичной области:

$$|\omega_{хх} - \omega_{уу}| = \frac{1}{2} \frac{|\Delta a|}{a} \frac{|b_{хх} - b_{уу}| \omega_{из}^2 \epsilon_0}{\left(\epsilon_0 + \frac{b_{хх} \omega_{из}}{2}\right) \left(\epsilon_0 + \frac{b_{уу} \omega_{из}}{2}\right)}, \quad (12)$$

которое справедливо, если

$$\left| \frac{\omega_{хх, уу} - \omega_{из}}{\omega_{из}} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{b_{хх}(\omega_{хх} - \omega_{из})}{\epsilon_0} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{b_{уу}(\omega_{уу} - \omega_{из})}{\epsilon_0} \right| \ll 1. \quad (13)$$

Из (12) следует, что изменением шага спирали (что можно осуществить разными воздействиями на холестерический жидкий кристалл [7-9]) можно добиться исчезновения или возникновения дихроичной области с шириной, пропорциональной изменению шага спирали.

4. Наличие дисперсии может и не привести к рассмотренным выше особенностям. Например, при достаточно малом значении A мы будем иметь опять одну дихроичную область. Тем не менее наличие дисперсии будет

сказываться на оптических свойствах среды, так как оно означает отклонение графиков $y=y_1$ и $y=y_2$ на рис. 1а от прямолинейности, что, в свою очередь, приводит, в частности, к изменению зависимости действительных и мнимых частей величины k от частоты. Если же дисперсия выражена сильно, но частота ω_0 не попадает в дихроичную область, соответствующую отсутствию дисперсии, то появятся новые области брэгговского отражения в окрестности частоты ω_0 .

5. Граничная задача. Рассмотрим нормальное прохождение света через границу холестерического жидкого кристалла, перпендикулярную оси спиральности. Диэлектрическая проницаемость задается выражением (5).

Система уравнений, представляющих собой граничные условия, была решена нами на ЭВМ ЕС-1033. Были выбраны следующие значения входящих в (5) величин: $\epsilon_{0,xx} = 2,290$, $\epsilon_{0,yy} = 2,143$, $\omega_0 = 2,98 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $A = 2 \cdot 10^{28} \text{ с}^{-2}$, $\alpha = 1,4696 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$; значения γ для графиков 2, 3 и 4

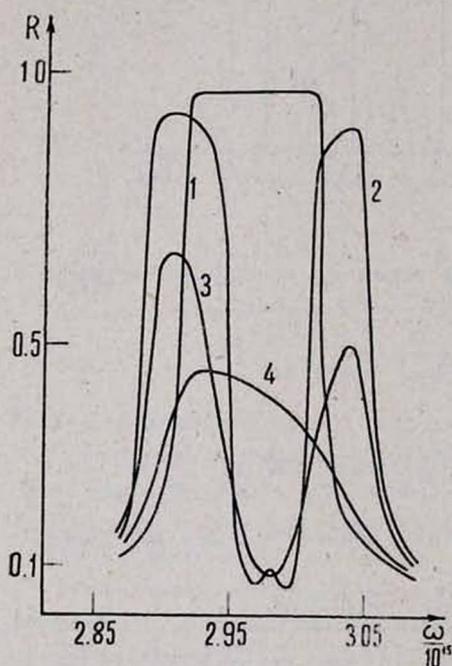


Рис. 3.

соответственно равны γ_0 , $10\gamma_0$ и $50\gamma_0$, где $\gamma_0 = 4 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Частота ω_0 при приведенных значениях $\epsilon_{0,xx}$, $\epsilon_{0,yy}$ и α в отсутствие дисперсии ($A = 0$) попадает в середину дихроичной области.

Зависимость коэффициента отражения (по интенсивности) для испытываемой брэгговское отражение циркулярно поляризованной волны приведена на рис. 3. График 1 соответствует отсутствию дисперсии, графики 2—4 — наличию дисперсии. На рисунке четко выделяются две области сильного отражения (в соответствии с пунктом 2, см. рис. 1б). Пик в области слабого отражения обусловлен увеличением оптической плотности среды.

6. В холестерическом жидком кристалле с отличными от единицы компонентами тензора магнитной проницаемости (μ_{xx} , μ_{yy}), главные направления которого составляют угол 2φ с главными направлениями тензора ϵ_{ij} , частотные границы дихроичной области определяются из выражения

$$\omega^2 \text{ с}^{-2} = \left\{ \frac{1}{2} a^2 (\epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \mu_{xx} \mu_{yy})^{-1} [(\epsilon_{xx} \mu_{xx} + \epsilon_{yy} \mu_{yy}) (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi) + \right. \\ \left. + 2(\epsilon_{xx} \mu_{yy} + \epsilon_{yy} \mu_{xx}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi] \right\} \pm \sqrt{b^2 - a^4 (\epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \mu_{xx} \mu_{yy})^{-1}}, \quad (14)$$

где b — выражение в фигурных скобках.

Из (14) следует зависимость ширины дихроичной области от угла φ .
В частности, при

$$\varphi = 0, \quad \varepsilon_{xx} \mu_{xx} = \varepsilon_{yy} \mu_{yy} \quad (15)$$

ширина дихроичной области равна нулю. При этом, однако, среда не превращается в изотропную в плоскости (x, y) ; отсутствию анизотропии в незакрученной структуре (или отсутствию локальной анизотропии в закрученной структуре) соответствует соотношение [10]

$$\varepsilon_{xx} \mu_{yy} = \varepsilon_{yy} \mu_{xx}. \quad (16)$$

Ереванский государственный
университет

Поступила 25. V. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Ц. Кац. ЖЭТФ, 59, 1854 (1970).
2. С. W. Ossep. Ark. Mat., Astr. Fys., 21A, 1 (1928).
3. О. С. Ерицян. Изв. АН АрмССР, Физика, 10, 171 (1975).
4. J. W. Shelton, I. R. Chen. Phys. Rev., A5, 1867 (1972).
5. G. Holzwarth, N. A. W. Holzwarth. J. Opt. Soc. Amer., 63, 324 (1973).
6. В. А. Беляков, В. Е. Дмитриенко. ФТТ, 18, 2880 (1976).
7. P. Pincus. Appl. Phys., 41, 974 (1970).
8. И. Г. Чистяков, В. Н. Александров. Ученые записки Ивановского государственного педагогического института, Иваново, 77, 34 (1970).
9. Г. М. Жаркова. В сб. Холестерические жидкие кристаллы, Новосибирск, Институт теор. и прикл. механики СО АН СССР, 1976, стр. 56.
10. Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред, Изд. АН БССР, Минск, 1958.

ԳԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ԱՆԴՐԱԴՐԱՋՈՒՄԸ ԽՈՒՆՍՏԵՐԻՆԱՅԻՆ ՀԵՂՈՒԿ
ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄԻ ՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅԻ
ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊԲՈՒՄ

Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

Քննարկված է լույսի տարածումը հաճախային դիսպերսիա ունեցող խոլեստերինային հեղուկ բյուրեղում, ծուլց է տրված, որ հաճախային դիսպերսիան հանգեցնում է հղած բրեզյան տիրույթի մեջ անցման պատուհանի, ինչպես նաև նոր բրեզյան տիրույթների առաջացման: Քննարկված են միջավայրի օպտիկական հատկությունները իզոտրոպ կետի շրջակայքում: Լուծված է սահմանային խնդիր հաճախային դիսպերսիայի հաշվառմամբ:

DIFFRACTIVE REFLECTION IN CHOLESTERIC LIQUID CRYSTALS IN THE PRESENCE OF FREQUENCY DISPERSION

O. S. ERITSYAN

The propagation of light in a cholesteric liquid crystal and the reflection from its boundary in the presence of frequency dispersion is considered. It is shown that the presence of dispersion leads to the appearance of new Bragg-reflection regions. The optical properties of the crystal near the isotropic point are considered. The boundary problem is solved and the frequency dependence of reflection coefficient is calculated. The case of double helical inhomogeneity is discussed.