ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ ПО НЕРЕГУЛЯРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Л. А. ГЕВОРГЯН, Н. А. КОРХМАЗЯН

Построена теория излучения заряженной частицы, движущейся по произвольной нерегулярно-периодической гладкой траектории в изотропной среде. Найдено общее выражение для частотно-углового распределения средней интенсивности излучения. Рассмотрен случай гауссовского распределения нерегулярностей. Полученная формула для спектрального распределения средней интенсивности излучения может быть использована, например, при изучении шероховатостей поверхности металлических пленок.

Задача об излучении заряженной частицы, движущейся по нерегулярно-периодической траектории, представляет интерес, поскольку в реальных условиях всегда имеются отклонения от идеальной периодичности движения [1]. Вопрос об излучении частицы, движущейся по слабо-нерегулярной периодической траектории, был рассмотрен ранее [2, 3]. Несомненно, интересен также случай, когда частица движется по произвольно-нерегулярной периодической траектории, что может иметь место, например, при скользящем пролете пучка частиц над шероховатой поверхностью металлических пленок.

1. Спектральное распределение в дипольном приближении

Пусть частица с массой m и зарядом e при движении вдоль оси Z со скоростью $\beta_{\parallel}c$ находится в поперечном переменном поле и под его действием совершает колебательное движение со случайным полупериодом $T/2$. Согласно условию дипольности ($\beta_{\perp}/\beta_{\parallel} \ll \gamma_{\parallel}^{-1}$, $\beta_{\perp}c$ — максимальное значение поперечной скорости, а $\gamma_{\parallel} = (1 - \beta_{\parallel}^2)^{-1/2}$ — лоренц-фактор частицы), траектория частицы моделируется законом изменения поля. Траекторию частицы представим в виде гладко сшитых ($n \gg 1$) отрезков синусоид.

Тогда для плотности частотно-углового распределения средней интенсивности излучения имеем [1]

$$\left\langle \frac{dW}{d\Omega d\Omega dz} \right\rangle = K \frac{\zeta^2}{2\pi\eta^4} \frac{\beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon}}{a} I, \quad (1)$$

$$I = H + \text{Re}(\sigma h^2),$$

где $\epsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость среды,

$$H = \frac{1}{2} \langle R^2(\tau) \rangle, \quad h = \langle R(\tau) e^{i\omega\tau} \rangle,$$

$$R(\tau) = \eta^2 \tau (A\tau + B) \frac{\sin x(\tau)}{x(\tau)}, \quad \tau = T/\langle T \rangle,$$

$$A = \frac{\zeta}{\alpha} \beta_{\parallel}^2 \varepsilon \sin^2 \vartheta \cos \varphi (i \sin \varphi - j \cos \varphi),$$

$$B = \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon} (j \cos \vartheta - k \sin \vartheta \sin \varphi),$$

(2)

$$\tau_1 = \zeta (1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon} \cos \vartheta) / \alpha, \quad \alpha = 1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon},$$

$$\zeta = \alpha \omega / \Omega, \quad \Omega = 2\pi / \langle T \rangle,$$

$$\sigma = \sigma_1 - \sigma_n / n, \quad \sigma_k = (1 - \chi^k) / (1 - \chi)^2,$$

$$\chi = \langle \exp [2ix(\tau)] \rangle, \quad x(\tau) = \frac{\pi}{2} (\eta\tau - 1),$$

$$K = \left(\frac{\pi \beta_{\perp} e}{\beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon} \alpha l} \right)^2 = \left(\frac{\pi e q}{\beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon} \alpha l \tau_{\parallel}} \right)^2, \quad q = \frac{eFl}{2\pi mc^2}.$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по случайным полупериодам, $dO = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ — телесный угол излучения, ϑ, φ — направляющие углы излученного кванта, ω — частота кванта, i, j, k — орты вдоль координатных осей, $l = \beta_{\parallel} c \langle T \rangle$ — средний пространственный период движения. F — средняя амплитуда напряженности поля, под воздействием которого происходит колебание частицы.

2. Случай гауссовского распределения нерегулярностей

Пусть случайная величина τ распределена по нормальному закону Гаусса:

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\Delta}} \exp[-(\tau - 1)^2/\Delta], \quad (3)$$

где $\Delta = 2(\langle \tau^2 \rangle - 1)$ — степень нерегулярности движения.

В результате усреднения по распределению (3) для H и h будем иметь

$$H = \sum_{k,p=-1}^1 D_k D_p G_{kp}, \quad h = \sum_{k=-1}^1 D_k g_k, \quad (4)$$

$$D_{-1} = \frac{4}{\pi^2} A, \quad D_0 = \frac{2}{\pi} (2A + \eta B), \quad D_1 = (A + \eta B),$$

где

$$G_{kp} = G_{pk} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \frac{\sin^2 x(\tau)}{x^{k+p}(\tau)} d\tau, \quad (5)$$

$$g_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \frac{\sin x(\tau)}{x^k(\tau)} e^{ix(\tau)} d\tau.$$

При вычислении интегралов в (5) учитываются следующие соотношения [5]:

$$\Phi(a, b, z) = \Phi(a+1, b, z) - \frac{z}{b} \Phi(a+1, b+1, z),$$

$$\Phi\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, z^2\right) = e^{z^2} \frac{w(z)}{z}, \quad (6)$$

$$w(z) = U + iV = \int_0^z e^{t^2 - z^2} dt, \quad t = x + iy,$$

где $\Phi(a, b, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, а $w(z)$ — нечетная функция (причем $w(z^*) = w^*(z)$).

Вычисления для G_{kp} дают

$$G_{-1-1} = \frac{y^2}{4} \left[\frac{1-C_1}{2} (1+x^2) + y(C_1 y + 2s_1 x) \right],$$

$$G_{-10} = -\frac{y}{2} \left[\frac{1-C_1}{2} x + \frac{s_1}{2} y \right],$$

$$G_{-11} = G_{00} = \frac{1-C_1}{4}, \quad G_{01} = -\frac{Q_2}{2y}, \quad (7)$$

$$G_{11} = \frac{1}{y^2} \left[Q_2 x + Q_1 y - \frac{1-C_1}{2} \right].$$

Для $g_k = b_k + id_k$ получаем

$$b_{-1} = y \left[\frac{C_1}{2} y + \frac{s_1}{2} x \right], \quad d_{-1} = y \left[\frac{1-C_1}{2} x + \frac{s_1}{2} y \right],$$

$$b_0 = -\frac{s_1}{2}, \quad d_0 = \frac{1-C_1}{2}, \quad (8)$$

$$b_1 = -\frac{Q_1}{y}, \quad d_1 = -\frac{Q_2}{y}$$

где

$$x = (1-\eta)/\eta \sqrt{\Delta}, \quad y = \pi\eta \sqrt{\Delta}/2,$$

$$C_k = \exp(-ky^2) \cos 2kxy, \quad s_k = \exp(-ky^2) \sin(2kxy), \quad (9)$$

$$Q_1 = C_1 V - s_1 U, \quad Q_2 = w(x) + s_1 V - C_1 U.$$

Подставляя (7) и (8) в (4), с учетом (9) получаем значения H и h .

Найдем теперь значение второго слагаемого, входящего в (1). После усреднения по распределению (3) для χ имеем

$$\chi = C_1 - is_1. \quad (10)$$

При этом для $\sigma_k = \sigma'_k + \sigma''_k$ получаем

$$\sigma'_k = \frac{(1 - C_k) \rho + 2 s_1 s_k (1 - C_1)}{R^2},$$

$$\sigma''_k = \frac{s_k \rho - 2 s_1 (1 - C_1) (1 - C_k)}{R^2}, \quad (11)$$

$$R = (1 - C_1)^2 + s_1^2, \quad \rho = (1 - C_1)^2 - s_1^2.$$

Легко убедиться, что

$$\operatorname{Re}(\sigma h^2) = \sum_{k, p=-1}^1 D_k D_p \left(R_{kp}^{(1)} - \frac{1}{n} R_{kp}^{(n)} \right), \quad (12)$$

где

$$R_{kp}^{(r)} = R_{pk}^{(r)} = (b_k b_p - d_k d_p) \sigma'_r - (b_k d_p + b_p d_k) \sigma''_r. \quad (13)$$

Подстановка (11) и (8) в (13) для $R_{kp}^{(1)}$ дает

$$R_{-1-1}^{(1)} = -\frac{y^2}{4} \left[\frac{1 - C_1}{2} x^2 + 2 s_1 x y + \left(1 + C_1 - \frac{1 - C_1}{R} \right) y^2 \right],$$

$$R_{-10}^{(1)} = -G_{-10}, \quad R_{00}^{(1)} = -G_{00}, \quad R_{01}^{(1)} = -G_{01}, \quad (14)$$

$$R_{11}^{(1)} = -\frac{y}{2} \left[\left(1 - \frac{1 - C_1}{R} \right) Q_1 + \left(\frac{x}{y} + \frac{s_1}{R} \right) Q_2 \right],$$

$$R_{11}^{(1)} = \frac{1}{y^2} \left[\frac{1 - C_1}{R} (Q_1^2 - Q_2^2) - \frac{2 s_1}{R} Q_1 Q_2 \right].$$

Для $R_{kp}^{(n)}$ имеем

$$R_{-1-1}^{(n)} = -\frac{y^2}{2} \left[\frac{(1 - C_n) \rho + 2 s_1 s_n (1 - C_1)}{2 R} (\Gamma_1^2 - \Gamma_2^2) + \frac{2 s_1 (1 - C_1) (1 - C_n) - s_n \rho}{R} \Gamma_1 \Gamma_2 \right],$$

$$R_{-10}^{(n)} = \frac{y}{2} \left[\frac{1 - C_n}{2} x + \frac{s_n}{2} y + \frac{s_1 (1 - C_n) - s_n (1 - C_1)}{2 R} \right],$$

$$R_{11}^{(n)} = -\frac{y}{2} \left[\frac{(1 - C_n) N_1 - s_n N_2}{R} Q_1 + \frac{s_n N_1 + (1 - C_n) N_2}{R} Q_2 \right], \quad (15)$$

$$R_{10}^{(n)} = -\frac{1 - C_n}{4},$$

$$R_{01}^{(n)} = \frac{1}{2y} \left[\frac{s_1 (1 - C_n) - s_n (1 - C_1)}{R} Q_1 + \frac{(1 - C_1) (1 - C_n) + s_1 s_n}{R} Q_2 \right],$$

$$R_{11}^{(n)} = \frac{1}{y^2} \left[\frac{(1 - C_n) \rho + 2 s_1 s_n (1 - C_1)}{R^2} (Q_1^2 - Q_2^2) + 2 \frac{s_n \rho - 2 s_1 (1 - C_1) (1 - C_n)}{R^2} Q_1 Q_2 \right],$$

где

$$\Gamma_1 = (1 - C_1) x + s_1 y, \quad \Gamma_2 = s_1 x + C_1 y,$$

$$N_1 = s_1 \frac{x}{y} - C_1 + \frac{2s_1^2}{R}, \quad N_2 = (1 - C_1) \frac{x}{y} - s_1 + \frac{2s_1(1 - C_1)}{R}.$$

Таким образом, для I будем иметь

$$I = \sum_{k, p=-1}^1 D_k D_p \left[L_{kp} - \frac{1}{n} R_{kp}^{(n)} \right], \quad (16)$$

где

$$L_{kp} = L_{pk} = G_{kp} + R_{kp}^{(1)}, \quad L_{k0} = 0. \quad (17)$$

Для достаточно больших n имеем

$$I = \sum_{k, p=-1}^1 D_k D_p L_{kp}. \quad (18)$$

3. Слабо-нерегулярное периодическое движение ($\Delta \ll 1$)

Анализ показывает, что существенный вклад в L_{kp} вносят лишь малые значения параметра x ($\eta \simeq 1$). При этом мал также параметр y . Так как при $|z| \ll 1$ имеем

$$\begin{aligned} w(z) &\simeq z, \quad U \simeq x, \quad V \simeq y, \quad w(x) \simeq x, \\ 1 - C_1 &\simeq y^2, \quad s_1 \simeq 2xy, \quad R \simeq y^2(y^2 + 4x^2), \\ Q_1 &\simeq y, \quad Q_2 \simeq xy^2 \ll Q_1, \end{aligned} \quad (19)$$

то оказывается, что в (18) можно оставить только член с множителем L_{11} , причем в L_{11} основным является слагаемое

$$\psi(\eta, \delta) = \frac{(1 - C_1) Q_1^2}{y^2 R} \simeq \frac{\delta}{\pi [(1 - \eta)^2 + \delta^2]}, \quad \delta = \frac{\pi}{4} \Delta. \quad (20)$$

Поэтому для плотности частотного распределения средней интенсивности излучения будем иметь выражение

$$\left\langle \frac{dW}{d\zeta dz} \right\rangle = K \int_{\zeta}^{\zeta} F(\zeta, \eta) \psi(\eta, \delta) d\eta, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} v &= (1 + \beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon}) / (1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon}), \\ F(\zeta, \eta) &= \frac{\zeta}{2\pi\eta^4} \int_0^{2\pi} D_1^2 d\varphi = \\ &= \frac{\zeta}{2\eta^4} \{ [(1 + \beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon})\zeta - \eta]^2 + \beta_{\parallel}^2 \epsilon \eta^2 \}. \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку ψ является δ -образной функцией, то $F(\zeta, \eta)$ можно вынести из-под знака интеграла в точке $\eta = 1$. Тогда, с точностью до малых порядка δ , окончательно получаем

$$\left\langle \frac{dW}{d\zeta dz} \right\rangle = KF(\zeta) \varphi(\zeta, \delta), \quad (23)$$

где

$$F(\zeta) = \frac{\zeta}{2} \left[\left[(1 + \beta_1 \sqrt{\epsilon}) \zeta - 1 \right]^2 + \beta_1^2 \epsilon \right],$$

$$\varphi(\zeta, \delta) = \int_{\zeta}^{\zeta} \psi(\eta, \delta) d\eta = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\zeta} - 1}{\delta} + \operatorname{arctg} \frac{1 - \zeta}{\delta} \right].$$

В случае, когда релятивистская частица движется в вакууме, имеем [2]

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dW}{d\zeta dz} \right\rangle &= KF_0(\zeta) \varphi_0(\zeta, \delta), \\ F_0(\zeta) &= \zeta (2\zeta^2 - 2\zeta + 1), \\ \varphi_0(\zeta, \delta) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1 - \zeta}{\delta}. \end{aligned} \quad (24)$$

В предельном случае строго периодического движения выражение (22) переходит в известную формулу для частотного распределения интенсивности рентгеновского ондуляторного излучения [5].

Ереванский физический институт
Армянский педагогический институт
им. Х. Абовяна

Поступила 21. I. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Геворьян, Н. А. Корхмазян. Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий, Ереван, ЕФИ, 1977, стр. 434.
2. Л. А. Геворьян, Н. А. Корхмазян. ЖТФ, 64, 2481 (1979).
3. Л. А. Геворьян, Н. А. Корхмазян. Изв. АН АрмССР, Физика, 14, 235 (1979).
4. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. Наука, М., 1971.
5. Н. А. Корхмазян. Изв. АН АрмССР, Физика, 8, 405 (1973).

ԱՆԿԱՆՈՆ-ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԵՏԱԳԾՈՎ ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

Լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ե. Ա. ՂՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

Աշխատանքում դիտարկվում է իզոտրոպ միջավայրում կամայականորեն պարբերական անկանոն ողորկ հետազոծով շարժվող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման խնդիրը: Ստացված է բանաձև ճառագայթման միջին ինտենսիվության հաճախանկյունային բաշխման համար հետազոծի անկանոնությունների գառույան բաշխման դեպքում: Բանաձևը կիրառելի է մետաղական մակերևութային անհարթությունների ուսումնասիրման համար:

THEORY OF RADIATION FROM A CHARGED PARTICLE
MOVING ALONG AN IRREGULARLY PERIODICAL
TRAJECTORY

L. A. GEVORGYAN, N. A. KORKHMAZYAN

The formation of radiation from a charged particle moving along an arbitrarily irregular smooth trajectory in an isotropic medium is considered. An expression was obtained for the frequency-angular distribution of the mean intensity of radiation at the Gaussian distribution of irregularities. This formula may be used for the investigation of surface roughnesses of metals.