Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 329—335 (1981)

# К ДИНАМИКЕ АТОМА В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ И ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Т. К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

В рамках микроскопической теории Вайскопфа—Вигнера найдены выражения для силы светового давления и скорости возрастания температуры атома в поле сильной волны и теплового излучения.

В настоящей работе представлены результаты рассмотрения динамики атома в поле сильной волны и квантованного излучения. Несмотря на то, что за последнее десятилетие явление резонансного светового давления интенсивно исследовалось, в практических применениях (см., например, [1]) для силы светового давления, возникающего за счет спонтанных переходов, используется выражение феноменологической теории [2], имеющее вид

$$F_A = \frac{k}{2\tau} n^+, \tag{1}$$

где $k$ — импульс фотона, $\tau$ — время спонтанного перехода, $n^+$ — средняя заселенность возбужденного уровня.

Простота используемой модельной системы — двухуровневого атома с поступательной степенью свободы в поле сильной монохроматической волны и квантованного излучения с начальными планковскими числами заполнения — делает возможным ее исследование в рамках микроскопической теории Вайскопфа—Вигнера. Используемый для этого метод основан на диаграммной форме теории возмущений по взаимодействию с квантованным излучением для матрицы плотности атома [3].

Запишем гамильтониан нашей системы в виде

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{\omega_0}{2}\sigma^z + \frac{1}{2}\left(\sigma^+ f e^{i(kr-\omega t)} + \sigma^- f^* e^{-i(kr-\omega t)}\right) + V^T + H^T,$$

$$V^T = \sum_{q\sigma}\left(c_{q\sigma}\sigma^+ a_{q\sigma} e^{iqr} + c^*_{q\sigma}\sigma^- a^+_{q\sigma} e^{-iqr}\right), \tag{2}$$

$\omega_0$ — разность уровней атома, $f$ и $c_{q\sigma}$ — соответственно матричные элементы взаимодействия атома с сильным полем и квантованным излучением, $\sigma^+$, $\sigma^-$ и $\sigma^z$ — матрицы Паули, $H^T$ — гамильтониан излучения. В используемой системе единиц скорость света, постоянные Планка и Больцмана равны единице.

Чтобы найти выражение для матрицы плотности атома, удобное для проведения вычислений по теории возмущений, необходимо выполнить следующие операции. Прежде всего решение для статистического оператора всей системы представляется через его начальное значение и оператор эволюции системы. Далее, переходя к представлению взаимодействия по отношению к квантованному излучению, взяв след по переменным излучения и определяя через оператор эволюции опережающую и запаздывающую функции Грина атома, получим требуемое представление для матрицы плотности атома.

Поскольку вычисления будут вестись по теории возмущений по взаимодействию с квантованным излучением, удобно для их упрощения перейти к представлению, в котором гамильтониан нулевого приближения диагонален. В этом представлении диагональная часть матрицы плотности атома, записываемая в виде вектора-строки $\rho_p(t) = \|\rho_p^+(t),\ \rho_p^-(t)\|$, выражается следующим образом:

$$\rho_p(t) = \sum_{p'} \rho_{p'}(0)\, P_{p'p}(t), \tag{3}$$

где вероятностная матрица $P_{p'p}$ определяется соотношением

$$P^{\alpha\beta}_{p'\,p}(t) = \delta_{p'p}\,\delta_{\alpha\beta} - i\sum_{p^*}\int dt' \Big< G^A_{p'p}(t', t)\, s^\alpha\, G^R_{pp^*}(t,\ t')\, \hat{V}^T_{p^*,\,p'}(t') -$$

$$- V^T_{p',\,p^*}(t')\, G^A_{p^*p}(t', t)\, s^\alpha\, G^R_{pp'}(t,\ t')\Big>^\beta,\ \alpha,\ \beta = (+,\ -); \tag{4}$$

здесь $s^+ = \sigma^+\sigma^-$, $s^- = \sigma^-\sigma^+$, символ $<\cdots>$ означает усреднение по распределению теплового излучения, индекс $\beta$ указывает на соответствующий диагональный элемент подынтегрального матричного выражения,

$$\rho_p(0) = \Big\| |u_p|^2 \rho^+_{p+\frac{k}{2}}(0) + |v_p|^2 \rho^-_{p-\frac{k}{2}}(0),\ |v_p|^2 \rho^+_{p+\frac{k}{2}}(0) + |u_p|^2 \rho^-_{p-\frac{k}{2}}(0)\Big\|.$$

Входящие в этот вектор $\rho^+(0)$ и $\rho^-(0)$ представляют собой начальное распределение атома. Гриновские функции удовлетворяют уравнению

$$G_{pp'}(t,\ t') = G_p(t-t')\,\delta_{p,\,p'} + \sum_{p^*}\int G_p(t-t'')\, \hat{V}^T_{pp^*}(t'')\, G_{p^*.\,p'}(t'', t')\, dt'', \tag{5}$$

где $G_p$ — функции нулевого приближения, фурье-компоненты которых равны

$$(G_p(\varepsilon))^{-1} = \varepsilon - E_p^+\sigma^+\sigma^- - E_p^-\sigma^-\sigma^+,$$

$$E_p^\pm = \frac{1}{2m}\left(p^2 + \frac{k^2}{4}\right) \pm \frac{\Omega_p}{2},$$

а

$$\hat{V}^T_{p'p} = \sum_{q\alpha}\left\| \begin{matrix} u^*_{p'}\, v^*_{p}, & u^*_{p'}\, u^*_{p} \\ -v_{p'}\, v^*_{p}, & -v_{p'}\, u^*_{p} \end{matrix} \right\| \delta_{p-p',\ q-k}\, c_{q\alpha}\, a_{q\alpha}\, e^{i(\omega-\omega_q)t} + \text{э. с.},$$

$u_p$ и $v_p$ определяются соотношениями

$$|u_p|^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\Delta\omega_p}{\Omega_p}\right),\ |v_p|^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\Delta\omega_p}{\Omega_p}\right),$$

$$\Delta\omega_p = \omega_0 - \omega + \frac{pk}{m},\ \Omega_p = \sqrt{(\Delta\omega_p)^2 - |f|^2}. \tag{6}$$

Недиагональная по спиновым переменным часть матрицы плотности дается формулой

$$\rho_p^{off}(t) = \rho_p' \sigma^+ + \rho_p^{*'} \sigma^-,$$

$$\rho_p'(t) = \sum_{p'} \left(\rho^-_{p'-\frac{k}{2}}(0) - \rho^+_{p'+\frac{k}{2}}(0)\right)\Big[u_p^* v_p \delta_{pp'} -$$

$$-i\Omega_{p'} \int dt' \,\mathrm{Tr}\left\{\begin{Vmatrix} 0, & u^*_{p'} v_{p'} \\ -u_{p'} v^*_{p'}, & 0 \end{Vmatrix} < G^A_{p'p}(t', t)\, \sigma^-\, G^R_{pp'}(t, t') > \right\}\Big]. \qquad (7)$$

При написании соотношений (4) и (7) мы оставили только члены, не исчезающие в пределе слабого взаимодействия с квантованным излучением.

Разлагая входящие в (4) и (7) гриновские функции с помощью (5) по константе взаимодействия с квантованным излучением и используя теорему Вика для среднего по тепловому распределению от произведения произвольного числа бозонных операторов, получим ряд теории возмущений, членам которого обычным образом придается диаграммная форма. Вычисляя собственно-энергетическую часть, для фурье-компонент усредненных гриновских функций находим

$$< G_{pp'}(t, t') > = \frac{\delta_{pp'}}{2\pi} \int g_p(\varepsilon)\, e^{-i\varepsilon(t-t')}\, d\varepsilon,$$

$$(g^{R(A)}(\varepsilon))^{-1} = \varepsilon - E_p^{+(-)} \underset{(-)}{+} \frac{i}{2} (\gamma_p^+ \sigma^+ \sigma^- + \gamma_p^- \sigma^- \sigma^+), \qquad (8)$$

где

$$\gamma_p^+ = \sum_{p'} \{|u_p|^2 [|v_{p'}|^2 D^+_{pp'}(E^+_p - E^-_{p'}) + |u_{p'}|^2 D^+_{pp'}(E^+_p - E^+_{p'})] +$$

$$+ |v_p|^2 [|u_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^+_p - E^-_{p'}) + |v_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^+_p - E^+_{p'})]\},$$

$$(9)$$

$$\gamma_p^- = \sum_{p'} \{|v_p|^2 [|v_{p'}|^2 D^+_{pp'}(E^-_p - E^+_{p'}) + |u_{p'}|^2 D^+_{pp'}(E^-_p - E^-_{p'})] +$$

$$+ |u_p|^2 [|u_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^-_p - E^+_{p'}) + |v_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^-_p - E^-_{p'})]\},$$

а

$$D^+_{pp'}(\varepsilon) = 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^2 (N_q + 1)\, \delta(\varepsilon - \omega_q + \omega)\, \delta_{p-p',\, q-k},$$

$$D^-_{pp'}(\varepsilon) = 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^2 N_q\, \delta(\varepsilon + \omega_q - \omega)\, \delta_{p-p',\, k-q},$$

$$N_q = \left(\exp\left(\frac{\omega_q}{T}\right) - 1\right)^{-1}. \qquad (10)$$

С помощью полученных величин для недиагональной части матрицы плотности имеем

$$\rho_p'(t) = u_p^* v_p (\rho^-_{p-\frac{k}{2}}(0) - \rho^+_{p+\frac{k}{2}}(0))\exp\left\{ -i\Omega_p t - \frac{(\gamma_p^+ + \gamma_p^-)t}{2}\right\}, \tag{11}$$

откуда видно, что со временем эта часть матрицы плотности затухает; в дальнейшем она рассматриваться не будет.

Легко видеть, что при вычислении вероятностной матрицы $P_{pp'}$ необходимо суммировать совокупность диаграмм, так как при $t > \gamma_p^{\pm}$ интегрирование по времени компенсирует малость параметра взаимодействия с квантованным излучением.

Определяя вершинную функцию $\Lambda$ соотношением

$$< G^A_{p'p}(t_1, t)\, s^\alpha\, G^R_{pp'}(t, t_2) > = \frac{1}{(2\pi)^2}\int e^{-i\varepsilon_-(t_1-t)-i\varepsilon_+(t-t_2)} g^A_{p'}(\varepsilon_-) \times$$

$$\times [\delta_{pp'}\, s^\alpha + \Lambda^\alpha_{p'p}(\varepsilon_-, \varepsilon_+)] g^R_{p'}(\varepsilon_+)\, d\varepsilon_-\, d\varepsilon_+, \quad \varepsilon_\pm = \varepsilon \pm \frac{\chi}{2}, \tag{12}$$

в результате суммирования «лестничных» диаграмм получим уравнение для вершинной функции, которое удобно записать в виде уравнения для фурье-компоненг вероятностной матрицы, связанных с $\Lambda$ следующими из (4) соотношениями:

$$\begin{aligned} P^{+\alpha}_{p'p} &= (\delta_{+\alpha}\delta_{pp'} + \Lambda^{+\alpha}_{p'p}(\varepsilon_-, \varepsilon_+)) / (\gamma^+_{p'} - i\chi)\Big|_{\varepsilon = E^+_{p'}}, \\ P^{-\alpha}_{p'p} &= (\delta_{-\alpha}\delta_{pp'} + \Lambda^{-\alpha}_{p'p}(\varepsilon_-, \varepsilon_+) / (\gamma^-_{p'} - i\chi)\Big|_{\varepsilon = E^-_{p'}}. \end{aligned} \tag{13}$$

Соответствующее уравнение имеет вид

$$i\chi P_{p'p}(\chi) + \sum_{p''} A_{p'p''} P_{p''p}(\chi) + \delta_{pp'} = 0, \tag{14}$$

где

$$A_{p'p} = \left\| \begin{matrix} c_{p'p} - \delta_{pp'}\sum\limits_{p''}(c_{pp''} + a_{pp''}), & a_{p'p} \\ b_{p'p}, & d_{p'p} - \delta_{p'p}\sum\limits_{p''}(d_{pp''} + b_{pp''}) \end{matrix} \right\|, \tag{15}$$

а релаксационные параметры определены соотношениями

$$\begin{aligned} a_{pp'} &= |u_p u_{p'}|^2 D^+_{pp'}(E^+_p - E^-_{p'}) + |v_p v_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^+_p - E^-_{p'}), \\ b_{pp'} &= |v_p v_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^-_p - E^+_{p'}) + |u_p u_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^-_p - E^+_{p'}), \\ c_{pp'} &= |u_p v_{p'}|^2 D^+_{pp'}(E^+_p - E^+_{p'}) + |v_p u_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^+_p - E^+_{p'}), \\ d_{pp'} &= |v_p u_{p'}|^2 D^+_{pp'}(E^-_p - E^-_{p'}) + |u_p v_{p'}|^2 D^-_{pp'}(E^-_p - E^-_{p'}). \end{aligned} \tag{16}$$

Возвращаясь ко временному представлению, получаем, что $\rho_p(t)$ представляет собой марковский процесс с вероятностной матрицей, удовлетворяющей уравнению Колмогорова

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{p'p}(t) = \sum_{p''} A_{p'p''} P_{p''p}(t) \tag{17}$$

или

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{p'p}(t) = \sum_{p''} P_{p'p''}(t) A_{p''p}$$

с начальным условием $P_{p'p}(0) = \delta_{pp'}$.

Динамические величины атома, например, импульс, выражаются через $\rho$ по формуле

$$\overline{p(t)} = \sum_p p\,(\rho^+_{p-\lambda}(t) + \rho^-_{p+\lambda}(t)),\quad \lambda = \frac{k\Delta\omega_p}{2\Omega_p},$$

откуда видно, что удобно переопределить величины $\rho^+_{p-\lambda} = \rho'^+_p$, $\rho^-_{p+\lambda} = \rho'^-_p$ и соответственно релаксационные параметры

$$a'_{p_1p_2} = a_{p_1-\lambda_1,\, p_2+\lambda_2},\quad b'_{p_1p_2} = b_{p_1+\lambda_1,\, p_2-\lambda_2},\quad c'_{p_1p_2} = c_{p_1-\lambda_1,\, p_2-\lambda_2},\quad d'_{p_1p_2} = d_{p_1+\lambda_1,\, p_2+\lambda_2};$$

при этом

$$\bar{p}(t) = \sum_p p\,(\rho^+_p(t) + \rho^-_p(t)).$$

В дальнейшем будем считать, что такая операция проведена и штрихи будем опускать.

В отсутствие внешнего поля уравнения (17), как легко убедиться, описывают релаксационный процесс установления теплового распределения атома, т. е. больцмановского по внутренним степеням свободы и максвелловского по поступательной степени свободы. Поскольку в реальной ситуации относительные изменения импульса атома при взаимодействии с электромагнитным полем малы, можно от уравнений Колмогорова перейти к уравнениям Фоккера—Планка, следуя обычной процедуре:

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{p'p}(t) = P_{p'p}\Gamma^{(0)}_p + \frac{\partial}{\partial p_l}(P_{p'p}(t)\Gamma^{(1)}_l(p)) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial p_l \partial p_m}(P_{p'p}(t)\Gamma^{(2)}_{lm}(p)) \tag{18}$$

с матрицами релаксационных параметров

$$\Gamma^{(0)}_{(p)} = \sum_{p'} \begin{Vmatrix} -a_{pp'}, & a_{pp'} \\ b_{pp'}, & -b_{pp'} \end{Vmatrix},\quad \Gamma^{(1)}_l(p) = \sum_{p'}(p-p')_l \begin{Vmatrix} c_{pp'}, & a_{pp'} \\ b_{pp'}, & d_{pp'} \end{Vmatrix},$$

$$\Gamma^{(2)}_{lm}(p) = \sum_{p'}(p-p')_l(p-p')_m \begin{Vmatrix} c_{pp'}, & a_{pp'} \\ b_{pp'}, & d_{pp'} \end{Vmatrix}. \tag{19}$$

Рассмотрим поведение атома в поле сильной световой волны, т. е. при $\omega \gg T$. Соответствующие матрицы релаксационных параметров имеют вид

$$\Gamma^{(0)}(p) = \begin{Vmatrix} -\alpha_p, & \alpha_p \\ \beta_p, & -\beta_p \end{Vmatrix},\quad \Gamma^{(1)}_l(p) = -k_l \begin{Vmatrix} \gamma_p, & 2\alpha_p|v_p|^2 \\ 2\beta_p|u_p|^2, & \gamma_p \end{Vmatrix},$$

$$\Gamma^{(2)}_{lm}(p) = k_l k_m \begin{Vmatrix} \gamma_p, & 4\alpha_p|v_p|^4 \\ 4\beta_p|u_p|^4, & \gamma_p \end{Vmatrix} + \frac{\delta_{lm}}{3} \begin{Vmatrix} \omega^2\gamma_p, & (\omega+\Omega_p)^2\alpha_p \\ (\omega-\Omega_p)^2\beta_p, & \omega^2\gamma_p \end{Vmatrix}, \tag{20}$$

где

$$\alpha_p = |u_p|^4 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^2 \delta(\omega + \Omega_p - \omega_q),$$

$$\beta_p = |v_p|^4 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^2 \delta(\omega - \Omega_p - \omega_q),$$

$$\gamma_p = |u_p v_p|^2 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^2 \delta(\omega - \omega_q).$$

В пределе сильного «эффективного» поля $\Omega_p \gg kp/m$ решение (18) можно найти сразу, так как зависимостью релаксационных параметров от импульсов в этом случае можно пренебречь. Если в начальный момент атом находился в состоянии теплового равновесия, то для времен, бо́льших времени установления распределения атома по внутренним степеням свободы, распределение атома по импульсам изменяется по закону

$$\rho(t) = \|\beta, \alpha\| (\alpha + \beta)^{-1} \prod_i \left[ 2\pi (mT_0 + D_i t)^{-\frac{1}{2}} \exp\left( - \sum_i \frac{(p - Ft)_i^2}{2(mT_0 + D_i t)} \right) \right], \tag{21}$$

где

$$F_i = k_i \left( \gamma + \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} \right), \tag{22}$$

$$D_i = k_i^2 \left[ \gamma + \frac{4\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)}{(\alpha + \beta)^3} \right] + \frac{1}{3} \left[ \gamma\omega^2 + \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} ((\omega + \Omega)^2 + (\omega - \Omega)^2) \right]. \tag{23}$$

Другими словами, максимум распределения перемещается в пространстве импульсов так, как если бы на атом действовала сила (22). Диффузионные константы определяют скорость роста температуры атома, вводимой соотношением $T = \overline{(p - \bar{p})^2}/3m$, откуда имеем

$$dT/dt = \frac{1}{3m} \sum_i D_i. \tag{24}$$

В резонансной области $\Omega_p \ll \omega$ выражение для силы светового давления может быть найдено для произвольных «эффективных» полей, если пренебречь процессами диффузии, т. е. опустить в (18) вторые производные по импульсам. Соответствующее выражение имеет вид

$$F = \frac{k}{\tau} n_p^+, \tag{25}$$

где $n_p^+ = \dfrac{|u_p|^2 |v_p|^2}{|u_p|^4 + |v_p|^4}$ — заселенность возбужденного уровня, возникающая за времена, большие времени спонтанного распада, т. е. стационарная вероятность нахождения атома в возбужденном состоянии.

НИИ физики конденсированных
сред ЕГУ

Поступила 3. XII. 1980

## ЛИТЕРАТУРА

1. *В. И. Балыкин, В. С. Летохов, В. И. Мишин.* Письма ЖЭТФ, 29, 614 (1978).
2. *A. Ashkin.* Phys. Rev. Lett., 24, 156; 25, 1321 (1970).
3. *Т. К. Мелик-Бархударов.* ЖЭТФ, 75, 97 (1978).


## ՈՒԺԵՂ ՄՈՆՈՔՐՈՄԱՏԻԿ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՎ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ ԳՏՆՎՈՂ ԱՏՈՄԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՄԱՍԻՆ


Թ. Կ. ՄԵԼԻՔ-ԲԱՐԽՈՒԴԱՐՈՎ



*Վայսկոպֆ-Վիգների միկրոսկոպիկ տեսության շրջանակներում արտածված են բանաձևեր լույսի ճնշման ուժի և ատոմի ջերմաստիճանի աճման արագության համար, երբ ատոմը գտնվում է ուժեղ լուսային և ջերմային ճառագայթման դաշտերում։*


## ON THE DYNAMICS OF AN ATOM IN THE FIELDS OF AN INTENSE MONOCHROMATIC WAVE AND THERMAL RADIATION


T. K. MELIK-BARKHUDAROV



**Expressions for the radiation pressure due to spontaneous transitions and for the rate of increase of an atom temperature in the fields of an intense monochromatic wave and a quantized radiation were obtained in the Weisskopf-Wigner theory framework.**