Изв. АН Армянской ССР. Физика, 16, 295—309 (1981)

ОБЗОРЫ

К ТЕОРИИ БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ МЕЖДУ ПРИМЕСНЫМИ ИОНАМИ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛАЗЕРНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Ф. П. САФАРЯН

В настоящей обзорной статье приводится вычисление вероятностей безызлучательной передачи энергии электронного возбуждения между двумя примесными ионами в лазерных диэлектрических кристаллах. Расчеты проводятся в рамках единой теории — метода двухвременных температурных функций Грина, универсальность которой позволяет в рамках одного и того же подхода получить вероятности как резонансных, так и нерезонансных переходов. Считается, что причиной безызлучательного переноса являются мультиполь-мультипольные или электрон-фононное взаимодействия. Помимо известных результатов получен также ряд новых результатов, относящихся, в основном, к короткодействующим механизмам передачи энергии.

1. Введение

Изучение явления безызлучательной передачи энергии электронного возбуждения между примесными ионами в диэлектрических кристаллах в настоящее время представляет не только теоретический интерес. Достаточно отметить, что это явление лежит в основе процессов тушения и сенсибилизации люминесценции, которые играют существенную роль в стимулированном излучении лазерных кристаллов. Безызлучательный перенос (БП) энергии от возбужденного иона (донора) к невозбужденному иону (акцептору) может осуществляться при наличии взаимодействия между ними. Первая удовлетворительная теория передачи энергии, основанная на применении теории возмущений, была развита Ферстером [1]. В качестве оператора возмущения он выбрал диполь-дипольное взаимодействие ионов. В дальнейшем эта теория была обобщена Декстером [2] на случай мультипольных и обменных взаимодействий.

В последние годы теория передачи энергии развивалась как в направлении улучшения теории [1, 2], так и в направлении рассмотрения других механизмов БП. Так, например, в теорию привлечены более универсальные методы, позволяющие правильно оценить роль релаксационных процессов в передаче энергии (см. [3, 4] и указанные там работы). В [5, 6] предлагались новые механизмы передачи энергии между ионами с участием фононов решетки и т. д. Все указанные механизмы переноса энергии (кроме обменного) являются дальнодействующими. Они в общих чертах правильно описывают явление переноса во многих примесных кристаллах, у которых тушение люминесценции наступает при малых концентрациях [7—11]. Однако в последнее время синтезируется все больше и больше кристаллов, у которых характерная для примесных ионов люминесценция не затухает при очень больших (вплоть до максимальной) концентрациях примесных ионов. Это в основном наблюдается у кристаллов, активированных ионами элементов группы редких земель (TR^{3+}-ионами) (см. [12, 13] и указанные там работы). Кроме того, известно, что в TR^{3+}-ионах правила отбора, налагаемые на матричные элементы перехода, запрещают мультипольные переходы низких порядков. Эти факты заставляют обратить внимание на короткодействующие механизмы передачи энергии.

В настоящей работе мы рассматриваем некоторые короткодействующие механизмы передачи энергии, осуществляемые за счет обмена электронами между примесными ионами. Они могут быть индуцированы как мультипольными, так и электрон-фононными взаимодействиями примесных ионов. Для вычисления вероятностей таких переходов мы используем метод двухвременных (температурных) функций Грина, предложенный Боголюбовым и Тябликовым [14]. Метод функций Грина удобен тем, что он достаточно универсален для того, чтобы учитывать все основные взаимодействия в системе; кроме того, он позволяет в рамках одних и тех же простых алгебраических вычислений получить почти все основные результаты по передаче энергии (как известные, так и новые). Что касается вопроса о том, какие из рассмотренных механизмов существенны в безызлучательной передаче энергии, то для ответа на него необходимо провести вычисления для конкретных кристаллических систем. Такие вычисления в настоящее время проводятся и результаты вычислений будут опубликованы. Здесь мы попытаемся только получить общие формулы, являющиеся исходными для дальнейших количественных расчетов.

2. Гамильтониан системы типа примесных кристаллов

Со статистической точки зрения примесные кристаллы можно разделить на две слабо взаимодействующие подсистемы: кристаллическую решетку и находящиеся в переменном электрическом поле кристалла примесные ионы. Гамильтониан такой системы, который получается на основе учета кулоновского взаимодействия оптического электрона примесного иона с остальными ионами решетки и с оптическим электроном другого примесного иона, находящегося на расстоянии R от первого, можно представить в следующем виде:

$$H=\sum_{\nu}\varepsilon_{\nu}a_{\nu}^{+}a_{\nu}+\sum_{\alpha}\hbar\omega_{\alpha}b_{\alpha}^{+}b_{\alpha}+H_{эф}+H_{\mu\mu}, \tag{1}$$

где первые два члена представляют собой энергию примесных ионов в статическом кристаллическом поле решетки и энергию фононов решетки (ε_{ν} — собственное значение энергии ионов в состоянии ν, $\hbar\omega_{\alpha}$ — энергия фононов решетки типа α, a_{ν}^{+}, a_{ν} — соответственно операторы рождения и уничтожения электронов, b_{α}^{+}, b_{α} — аналогичные операторы для фононов),

$$H_{эф}=\sum_{n}\sum_{\alpha_1\cdots\alpha_n}\sum_{\nu\nu'}B^{(n)}_{\alpha_1\cdots\alpha_n}(\nu,\nu')a_{\nu}^{+}a_{\nu'}(b_{\alpha}^{+}+b_{\alpha}) \tag{2}$$

есть гамильтониан электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ), $B^{(n)}_{\alpha_1\ldots\alpha_n}(\nu, \nu')$ — коэффициенты ЭФВ, связывающего электроны, находящиеся в примесных состояниях ν и ν', с фононами решетки типа $\alpha_1 \ldots \alpha_n$. Если состояния ν и ν' принадлежат одному примесному иону, то ЭФВ перемешивает эти состояния, и соответствующие безызлучательные переходы приводят к температурному уширению и сдвигу примесных уровней, а если уровни ν и ν' принадлежат разным ионам, то ЭФВ перемешивает электронные состояния разных примесных ионов, приводя, таким образом, к безызлучательной передаче энергии.

Явные выражения для коэффициентов $B^{(n)}_{\alpha_1\ldots\alpha_n}(\nu, \nu')$ ЭФВ для систем типа активированных TR^{3+}-ионами гранатов найдены в [15] и использованы в [16] для вычисления ширин спектральных линий и в [17] для вычисления вероятностей многофононных безызлучательных переходов.

Гамильтониан (2) можно построить следующим образом. Сначала запишем выражение для потенциала кулоновского взаимодействия между оптическим электроном примесного иона и ионами первой координационной сферы:

$$V_{\text{эф}} = e^2 Z \sum_{j=1}^{8} \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{R}_{0j} + \Delta\mathbf{u}_j|}, \qquad (3)$$

где $\mathbf{r}_1$ — радиус-вектор оптического электрона, $\mathbf{R}_{0j} \equiv \mathbf{R}_0$ — радиус первой координационной сферы, Z — эффективный заряд ионов первой координационной сферы. Далее необходимо функцию (3) разложить в ряд сначала по относительным смещениям ионов первой координационной сферы (Δu_j), а затем по координате электрона r_1. Оба эти разложения удобно выполнить в виде разложения по сферическим функциям $Y_{lm}(\Theta, \Phi)$ ионов первой координационной сферы и по сферическим функциям $Y_{lm}(\vartheta_1, \varphi_1)$ оптического электрона примеси. Функции $Y_{lm}(\Theta, \Phi)$ легко можно найти из геометрии первой координационной сферы, которая, например, для системы активированных гранатов представляет собой слегка искаженный куб. Впоследствии необходимо перейти от относительных смещений Δu_j к нормальным координатам решетки. Этот переход можно осуществить на основе известной формулы Ван-Флека, которая для относительных смещений принимает вид

$$\Delta u_j = \sum \left(\frac{\hbar\omega_\alpha}{2Mv_0^2}\right)^{1/2} R_0 \cos\alpha_j \sin\delta_\alpha (b_\alpha^+ + b_\alpha),$$

где α_j — угол между вектором $\mathbf{R}_{0j}$ и волновым вектором $\varkappa$ акустических волн в кристалле, M — масса кристалла, v_0 — средняя скорость акустических волн, δ_α — случайная фаза нормальных колебаний кристалла.

Окончательное выражение для коэффициентов ЭФВ есть

$$B^{(n)}_{\alpha_1\ldots\alpha_n}(\nu, \nu') = \left(\frac{\hbar}{2Mv_0^2}\right)^{\frac{n}{2}} \prod_{l=1}^{n} \sqrt{\omega_{\alpha_l}} \langle \nu | V^{(n)} | \nu' \rangle \delta_{\alpha_l}, \qquad (4)$$

$$V^{(n)} = V_0^{(n)} + V_2^{(n)},$$

$$V_0^{(n)} = \frac{Ze^2}{R_0}\Phi_0^{(n)}, \tag{5}$$

$$V_2^{(n)} = \frac{8\,Ze^2r^2}{R_0^3}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\{(Y_{21}-Y_{2-1})\Phi_1^{(n)} + i(Y_{22}-Y_{2-2})\Phi_2^{(n)} - i(Y_{21}+Y_{2-1})\Phi_3^{(n)}\}, \tag{6}$$

где $\Phi_i^{(n)}$ $(i=0, 1, 2, 3)$ — функции, зависящие от сферических координат (ϑ, φ) волнового вектора $\varkappa$ акустических волн:

$$\Phi_0^{(1)} = \frac{8}{\sqrt{3}}\cos\vartheta, \quad \Phi_0^{(2)} = \frac{4}{3}(1+\cos^2\vartheta),$$

$$\Phi_i^{(1)} = \frac{8}{9}f_i^{(1)}, \quad \Phi_i^{(2)} = \frac{5}{6}(f_i^{(2)} - f_i^{(1)}), \quad i = 1, 2, 3,$$

$$f_i^{(2)} = 2(f_i^{(1)} + f_j^{(1)}f_k^{(1)}), \quad j \neq k,$$

$$f_1^{(1)} = \sin 2\vartheta\cos\varphi, \quad f_2^{(1)} = \sin^2\vartheta\sin 2\varphi, \quad f_3^{(1)} = \sin 2\vartheta\sin\varphi.$$

Для учета вкладов волн всех направлений в конечных физических результатах необходимо провести усреднение по углам ϑ и φ.

Гамильтониан мультиполь-мультипольного взаимодействия мы получим из потенциальной энергии взаимодействия оптических электронов двух ионов (см. рис. 1):

$$V_{\mu\mu}(r_1, r_2) = \frac{e^2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 + \mathbf{R} + \Delta\mathbf{u}|}, \tag{7}$$

где $\mathbf{r}_2$ — радиус-вектор второго иона, $\Delta\mathbf{u}$ — относительное смещение двух

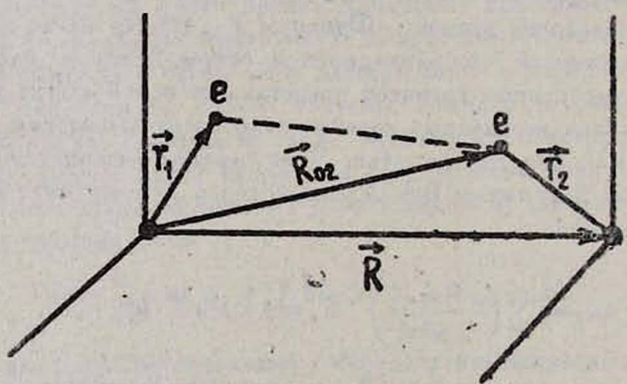

Рис. 1.

ионов. Разлагая эту функцию в ряд по сферическим функциям $Y_{lm}(\vartheta_1, \varphi_1)$ первого иона при $\Delta u = 0$, мы получим потенциал, создаваемый первым ионом на расстоянии $\mathbf{R} + \mathbf{r}_2$, где находится электрон второго иона [18]:

$$V_{\mu\mu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = e^2\sum_l\sum_{m=-l}^{l} r_1^l\frac{4\pi}{2l+1}\frac{1}{|\mathbf{R}+\mathbf{r}_2|^{l+1}}Y_{lm}^*(\Theta, \Phi)\,Y_{lm}(\vartheta_1, \varphi_1), \tag{8}$$

где Θ, Φ — сферические координаты вектора $\mathbf{R}_{02} = \mathbf{R} + \mathbf{r}_2$, ϑ_1, φ_1 — сферические координаты первого электрона.

Затем необходимо разложить функцию $\frac{1}{|\mathbf{R}+\mathbf{r}_2|^{l+1}}$ в ряд по сферическим функциям $Y_{lm}(\vartheta_2, \varphi_2)$ второго электрона [19]:

$$\frac{1}{|\mathbf{R}+\mathbf{r}_2|^{l+1}} = 4\pi \sum_{l'=0}^{\infty} \frac{1}{2l'+1} a_{l'}^{-(l'+1)}(r_2, R) \sum_{m=-l}^{l} Y_{l'm}(\Theta_0, \Phi_0)\, Y_{l'm}(\vartheta_2, \varphi_2), \quad (9)$$

где Θ_0, Φ_0 — сферические координаты вектора $\mathbf{R}$. Входящий в формулу (9) коэффициент $a_l^{(-n)}(r_2, R)$ имеет вид

$$a_l^{(-n)}(r_2, R) = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)_{l'}}{\left(\frac{1}{2}\right)_{l'}} \frac{1}{R^n} \left(\frac{r_2}{R}\right)^{l'} F\left(l' + \frac{n}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{n}{2}, l' + \frac{3}{2}, \frac{r_2^2}{R^2}\right),$$

где $\left(\frac{n}{2}\right)_{l'} = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + l'\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$ ($\Gamma(x)$ — Γ-функция), $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ — гипергеометрическая функция.

Переходя ко вторичному квантованию и учитывая, что переменные двух электронов в потенциальной функции $V_{\mu\mu}(r_1, r_2)$ разделяются, для гамильтониана $H_{\mu\mu}$ можем написать выражение

$$H_{\mu\mu} = \sum_{\nu, \nu'} \sum_{\mu, \mu'} B(\nu, \nu')\, B(\mu, \mu')\, a_\nu^+ a_{\nu'} a_\mu^+ a_{\mu'}, \quad (10)$$

где произведение матричных элементов $B(\nu, \nu', \mu, \mu') = B(\nu, \nu')\, B(\mu, \mu')$ разных моментов легко найти, используя формулы (8) и (9). Так, например, для взаимодействия нулевых моментов имеем

$$\{B(\nu, \nu')\, B(\mu, \mu')\}_{0,0} = \frac{e^2}{R} \langle \nu|\nu' \rangle \langle \mu|\mu' \rangle, \quad (11)$$

для диполь-дипольного взаимодействия ($l = l' = 1$) —

$$\{B(\nu, \nu')\, B(\mu, \mu')\}_{1,1} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 \frac{2e^2}{R_1^3} \sum_{m=-1}^{1} Y_{1m}^*(\Theta, \Phi) \langle \nu|\, Y_{1m}(\vartheta_1, \varphi_1)|\nu' \rangle \times$$

$$\times \sum_{m=-1}^{1} Y_{1m}^*(\Theta_0, \Phi_0) \langle \mu| r_2\, Y_{1m}(\vartheta_2, \varphi_2)|\mu' \rangle, \quad (12)$$

для взаимодействия 4-х моментов ($l' = l = 4$) —

$$\{B(\nu, \nu')\, B(\mu, \mu')\}_{4,4} = \left(\frac{4\pi}{9}\right)^2 \frac{33 e^2}{R^9} \sum_{m=-4}^{4} Y_{4m}^*(\Theta, \Phi) \langle \nu| r_1^4\, Y_{4m}(\vartheta_1, \varphi_1)|\nu' \rangle \times$$

$$\times \sum_{m=-4}^{4} Y_{4m}^*(\Theta_0, \Phi_0) \langle \mu| r_2^4\, Y_{4m}(\vartheta_2, \varphi_2)|\mu' \rangle \quad (13)$$

и т. д.

Разлагая потенциальную функцию (7) также по смещениям Δu, мы получим гамильтониан, позволяющий учитывать динамику решетки в мультипольной передаче энергии. Он будет иметь вид

$$H_{\mu\mu} = \sum_{\nu\nu'} \sum_{\mu\mu'} \sum_{\alpha} B_\alpha(\nu, \nu') B_\alpha(\mu, \mu') a^{+}_{\nu} a_{\nu'} a^{+}_{\mu} a_{\mu'} (b^{+}_{\alpha} + b_{\alpha}). \tag{13a}$$

Коэффициенты $B_\alpha(\nu, \nu') B_\alpha(\mu, \mu')$ совпадают с коэффициентами (11)—(13), но необходимо их умножить на множитель

$$12\pi \Delta u_j \sum_{m=-1}^{1} Y^{*}_{1m}(\Theta_0, \Phi_0) Y_{1m}(\vartheta, \varphi),$$

где ϑ и φ — сферические координаты вектора $\Delta \mathbf{u}_j$.

3. Вероятность резонансной передачи энергии (мультипольные взаимодействия)

Допустим, что в момент времени $t = 0$ в рассматриваемой системе возбужден первый ион в примесном электронном состоянии λ'. Требуется найти вероятность того, что в другой момент времени $t > 0$ мы найдем возбужденный второй ион в состоянии μ' (см. рис. 2). В случае $\varepsilon_{\lambda'} = \varepsilon_{\mu'}$ БП происходит без участия фононов решетки и соответствующий переход называется «резонансным».

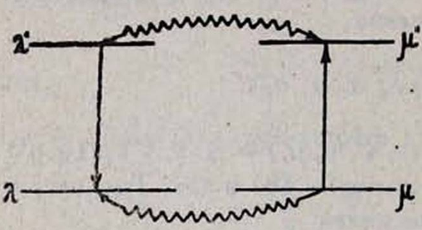

Рис. 2.

Если волновую функцию основного состояния системы в представлении чисел заполнения электронов ($n_\nu = [\exp\{\varepsilon\nu/kT\} + 1]^{-1}$) и фононов

$$\left(v_\alpha = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_\alpha}{kT}\right) - 1\right]^{-1}\right)$$

обозначить через $|n_\lambda, n_{\lambda'}, n_\mu, n_{\mu'}, v_\alpha\rangle$, то волновая функция системы в момент времени $t = 0$, очевидно, будет иметь вид

$$|1\rangle \equiv |n_\lambda - 1, n_{\lambda'} + 1, n_\mu, n_{\mu'}, v_\alpha\rangle = \frac{a^{+}_{\lambda'} a_\lambda |n_\lambda, n_{\lambda'}, n_\mu, n_{\mu'}, v_\alpha\rangle}{\sqrt{n_\lambda}\sqrt{n_{\lambda'} + 1}}, \tag{14}$$

а волновая функция системы в момент времени t —

$$|2\rangle \equiv |n_\lambda, n_{\lambda'}, n_\mu - 1, n_{\mu'} + 1, v_\alpha\rangle = \frac{a^{+}_{\mu'} a_\mu |n_\lambda, n_{\lambda'}, n_\mu, n_{\mu'}, v_\alpha\rangle}{\sqrt{n_\mu}\sqrt{n_{\mu'} + 1}}. \tag{15}$$

Тогда для вероятности перехода системы из состояния $|1\rangle$ в состояние $|2\rangle$, очевидно, можно записать выражение

$$W = |\langle 2 | 1 \rangle|^2 = \frac{|\langle a^{+}_{\mu'} a_{\mu}(t), a^{+}_{\lambda'} a_\lambda(0)\rangle|^2}{n_\lambda n_\mu (1 + n_{\lambda'})(1 + n_{\mu'})}, \tag{16}$$

где символ $\langle \cdots \rangle = \langle n_\lambda, n_{\lambda'}, n_\mu, n_{\mu'}, v_\alpha | \cdots | n_\lambda, n_{\lambda'}, n_\mu, n_{\mu'}, v_\alpha \rangle$ означает как квантовомеханическое, так и статистическое усреднение по каноническому ансамблю Гиббса.

Таким образом, задача вычисления вероятности БП сводится к нахождению временной корреляционной функции $\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'}(t), a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda}(0) \rangle$, для вычисления которой развит аппарат двухвременных (температурных) функций Грина. Формула, которая связывает корреляционную функцию $\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'}(t), a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda}(0) \rangle$ с фурье-представлением $\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E}$ соответствующей функции Грина, имеет вид [20]

$$\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'}(t), a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda}(0) \rangle = \lim_{\delta \to 0} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{e^{E/kT}}{e^{E/kT} - 1} e^{-iEt} \{ \langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E+i\delta} -$$

$$- \langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E-i\delta} \}, \qquad (17)$$

а уравнение движения для фурье-представления $\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E}$ функции Грина есть

$$E \langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E} = \frac{i}{2\pi} \langle [a_{\mu}^{+} a_{\mu'}, a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda}] \rangle + \langle\langle [a_{\mu}^{+} a_{\mu'}, H] | a_{\lambda'} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E}, \qquad (18)$$

где символ $[\ldots]$ означает коммутатор.

Подставляя в формулу (18) вместо H выражение (10) и используя следующие коммутационные соотношения:

$$[a_{\mu}^{+} a_{\mu'}, a_{\nu}^{+} a_{\nu'}] = \delta_{\mu'\nu} a_{\mu}^{+} a_{\nu'} - \delta_{\mu\nu'} a_{\nu}^{+} a_{\mu'}, \qquad (19)$$

$$[a_{\mu}^{+} a_{\mu'}, a_{\nu}^{+} a_{\nu'} a_{m}^{+} a_{m'}] = - \delta_{\mu m'} a_{\nu}^{+} a_{\nu'} a_{m}^{+} a_{\mu'} -$$

$$- \delta_{\mu\nu'} a_{\nu}^{+} a_{m}^{+} a_{m'} a_{\mu'} + \delta_{\mu'\nu} a_{\mu}^{+} a_{\nu'} a_{m}^{+} a_{m'} + \delta_{\mu' m} a_{\mu}^{+} a_{\nu}^{+} a_{\nu'} a_{m'}, \qquad (20)$$

для функции $\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E}$ нетрудно получить уравнение

$$(E + \varepsilon_{\mu} - \varepsilon_{\mu'}) \langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E} =$$

$$= \sum_{\nu, m, m'} \{ - B(\mu', \nu) B(m, m') \langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\nu} a_{m}^{+} a_{m'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E} -$$

$$- B(\nu, \nu') B(\mu', m) \langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\nu}^{+} a_{\nu'} a_{m'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E} +$$

$$+ B(\nu, \mu) B(m, m') \langle\langle a_{\nu}^{+} a_{m}^{+} a_{m'} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E} +$$

$$+ B(\nu, \nu') B(m, \mu) \langle\langle a_{\nu}^{+} a_{\nu'} a_{m}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E} \}. \qquad (21)$$

Далее, необходимо составить также уравнения для четырех функций Грина, входящих в правую часть уравнения (21). Если ограничиться нулевым порядком теории возмущений относительно этих функций (или первым порядком относительно искомой функции $\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E}$), для первой функции $\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\nu} a_{m}^{+} a_{m'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E}$, например, можно записат уравнение

$$\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\nu} a_{m}^{+} a_{m'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_{E} = \frac{i/2\pi \langle [a_{\mu}^{+} a_{\nu} a_{m}^{+} a_{m'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda}] \rangle}{E + \varepsilon_{\mu} - \varepsilon_{\nu} + \varepsilon_{m} - \varepsilon_{m'}}. \qquad (22)$$

Раскрывая стоящий в правой части уравнения (22) коммутатор согласно формуле (20), мы можем затем осуществить расцепление системы уравнений (21) и (22), используя приближенные соотношения типа

$$< a_{\nu}^{+} a_{\nu'}^{+} a_m a_{m'} > \approx (\delta_{\nu m} \delta_{\nu' m'} + \delta_{\nu m'} \delta_{\nu' m}) n_{\nu} n_{\nu'}.$$

Сохраняя только члены, пропорциональные $n_{\lambda} n_{\mu}$ (так как в силу условия $\varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\lambda} \gg kT$ $n_{\lambda'} \approx n_{\mu'} \approx 0$), для функции $\ll a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \gg_E$ получаем выражение

$$\ll a_{\mu}^{+} a_{\mu'} | a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda} \gg_E = \frac{\frac{i}{2\pi} n_{\lambda} n_{\mu} A}{(E - \varepsilon_{\mu'\mu})(E - \varepsilon_{\lambda'\lambda})}, \tag{23}$$

где

$$\varepsilon_{\mu'\mu} = \varepsilon_{\mu'} - \varepsilon_{\mu},$$

$$A = -B(\lambda, \lambda') B(\mu, \mu') + B(\mu, \lambda) B(\mu', \lambda'). \tag{24}$$

Интегрирование в формуле (17) после подстановки в нее выражения для функции Грина (23) легко можно выполнить, используя следующее представление для δ-функции:

$$\delta(E - a) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\varepsilon \to 0} \left(\frac{1}{E - a - i\varepsilon} - \frac{1}{E - a + i\varepsilon} \right).$$

В результате для временной корреляционной функции нетрудно получить выражение

$$< a_{\mu}^{+} a_{\mu'}(t), a_{\lambda'}^{+} a_{\lambda}(0) > = \frac{A n_{\lambda} n_{\mu}}{\varepsilon_{\mu'\mu} - \varepsilon_{\lambda'\lambda}} \{ (1 + n_{\mu'}) e^{-i\varepsilon_{\mu\mu'} t} - (1 + n_{\lambda'}) e^{-i\varepsilon_{\lambda\lambda'} t} \} \tag{25}$$

Подставляя формулу (25) в (16) и используя другое представление для δ-функции:

$$\delta(E - a) = \frac{1}{\pi} \lim_{t \to \infty} \frac{\sin(E - a) t}{E - a},$$

для вероятности передачи в единицу времени ($w = dW/dt$) находим выражение

$$w_{\mu\mu} = 2\pi n_{\mu} n_{\lambda} |B(\lambda, \lambda') B(\mu, \mu') - B(\mu, \lambda) B(\mu', \lambda')|^2 \delta(\varepsilon_{\mu'\mu} - \varepsilon_{\lambda'\lambda}), \tag{26}$$

где δ-функция выражает закон сохранения энергии.

Если считать, что электронные уровни имеют конечную ширину, то формулу (26) необходимо два раза проинтегрировать по функциям спектрального распределения $g_1(E)$ и $g_2(E)$ соответственно для двух переходов $\varepsilon_{\lambda'} \to \varepsilon_{\lambda}$ и $\varepsilon_{\mu'} \to \varepsilon_{\mu}$. Как нетрудно видеть, для вероятности $w_{\mu\mu}$ мы получим выражение (26), в котором вместо δ-функции будет стоять множитель

$$g(0) = \int_0^{\infty} g_1(E) g_2(E) dE. \tag{27}$$

Из формулы (26) следует, что безызлучательная передача энергии электронного возбуждения от первого иона ко второму происходит двумя способами. В первом случае оператор возмущения $H_{\mu\mu}$ связывает электронные состояния одного иона, поэтому вероятность соответствующего БП зависит от $|B(\lambda, \lambda')\ B(\mu, \mu')|$. Во втором случае связываются электронные состояния разных ионов, и вероятность такого БП зависит от $B(\lambda, \mu)\ B(\lambda', \mu')$. Физическая интерпретация указанных двух процессов очевидна: 1) возбужденный ион без излучения переходит в основное состояние (электронный переход $\lambda' \to \lambda$), а энергия возбуждения передается второму иону, за счет чего он переходит в возбужденное состояние (переход $\mu \to \mu'$); 2) два иона обмениваются электронами посредством двух одновременных переходов $\lambda' \to \mu'$ и $\mu \to \lambda$, в результате чего первый ион оказывается в основном состоянии, а второй ион — в возбужденном состоянии. Поскольку электронные волновые функции примесных ионов локализованы в небольшом пространстве (на расстояниях порядка нескольких ангстрем) вблизи своих ядер, то переходы второго типа могут стать существенными на малых расстояниях, когда радиальные волновые функции двух ионов перекрываются.

Нетрудно видеть, что подставляя в первое слагаемое формулы (26) значения матричных элементов мультипольных взаимодействий (11)—(13), можно получить известные выражения для вероятностей индуктивных механизмов передачи, широко рассматриваемых в литературе. Например, после проведения усреднения по углам Θ, Φ и Φ_0, Θ_0 с помощью формулы

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} d\Theta \int_0^{2\pi} d\Phi\, Y^*_{lm}(\Theta, \Phi)\, Y_{l'm'}(\Theta, \Phi) \sin\Theta = \delta_{ll'}\,\delta_{mm'} \tag{28}$$

для вероятности диполь-дипольной передачи получаем

$$w_{\mu\mu'} = \frac{64}{81}\frac{\pi^3 e^4}{R_0^6} \sum_{m=-1}^{1} |\langle\lambda'|\, r_1\, Y_{1m}\,|\lambda\rangle|^2 \sum_{m=-1}^{1} |\langle\mu'|\, r_2\, Y_{1m}\,|\mu\rangle|^2\, g(0). \tag{29}$$

Переходя в формуле (29) от матричных элементов к силам осцилляторов, как нетрудно заметить, мы получим формулу Ферстера.

В случае кристаллов, активированных TR^{3+}-ионами, диполь-дипольные переходы (как и все переходы, вызываемые нечетными мультипольными моментами), происходящие между электронными состояниями одинаковой четности, запрещены. Дополнительные правила отбора, налагаемые на матричные элементы перехода, в некоторых, более интересных с экспериментальной точки зрения, случаях запрещают также квадрупольные переходы*. В таких случаях перенос энергии может осуществляться через 4-польные моменты. На основе формул (26), (13) и (28) для вероятности такого перехода получаем выражение

---

* Например, для ионов Nd^{3+} согласно правилу «треугольника» запрещены квадрупольные переходы из метастабильных состояний, являющихся исходными для лазерных переходов.

$$w_{\mu\mu} = 2\pi n_\lambda n_\mu \left(\frac{4\pi}{9}\right)^2 \frac{33^2 e^4}{R_0^{18}} \sum_{m=-4}^{4} |<\lambda'| r_1^4 Y_{4m}(\vartheta_1, \varphi_1)|\lambda>|^2 \times$$

$$\times \sum_{m=-4}^{4} |<\mu'| r_2^4 Y_{4m}(\vartheta_2, \varphi_2)|\mu>|^2 g(0). \qquad (30)$$

Что касается второго механизма обмена электронами между ионами, то в случае передачи энергии между ионами одинакового сорта он может быть индуцирован также моментом нулевого порядка. Подставляя формулу (11) в (26), для вероятности такой передачи нетрудно найти выражение

$$w_{\mu\mu}^{(\text{об})} = 2\pi n_\lambda n_\mu \left(\frac{e^2}{R}\right)^2 |<\lambda||\mu>|^2 |<\lambda'||\mu'>|^2 g(0). \qquad (31)$$

4. Вероятность резонансной передачи энергии (электрон-фононное взаимодействие)

Чтобы получить уравнение движения для фурье-представления двухвременной функции Грина $\ll a_\mu^+ a_{\mu'} | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E$ подставим в формулу (18) выражение (2) для гамильтониана $H_{\text{эф}}$ ЭФВ. Оно будет иметь вид

$$(E + \varepsilon_\mu - \varepsilon_{\mu'}) \ll a_\mu^+ a_{\mu'} | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E =$$

$$= \sum_\nu \sum_\gamma \{ B_\gamma^{(1)}(\mu', \nu) \ll a_\mu^+ a_\nu (b_\gamma^+ + b_\gamma) | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E - \qquad (32)$$

$$- B_\gamma^{(1)}(\nu, \mu) \ll a_\nu^+ a_{\mu'} (b_\gamma^+ + b_\gamma) | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E.$$

Уравнения движения для входящих в правую часть (32) четырех функций $\ll a_\mu^+ a_\nu b_\gamma^+ | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E$, $\ll a_\mu^+ a_\nu b_\gamma | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E$ и т. д. мы составим, используя коммутационное соотношение

$$[a_\mu^+ a_\nu b_\gamma^+, \; a_m^+ a_{m'} (b_l^+ + b_l)] =$$

$$= [a_\mu^+ a_\nu, \; a_m^+ a_{m'}] b_\gamma^+ (b_l^+ + b_l) - [b_\gamma^+, (b_l^+ + b_l)] a_\mu^+ a_\nu a_m^+ a_{m'}. \qquad (33)$$

Пренебрегая как малыми членами, содержащими произведения 4-х операторов a^+ и a, для функции $\ll a_\mu^+ a_\nu b_\gamma^+ | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E$, например, можно записать уравнение

$$(E + \varepsilon_\mu - \varepsilon_\nu + \hbar\omega_\gamma) \ll a_\mu^+ a_\nu b_\gamma^+ | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E =$$

$$= \sum_m \sum_l \{ B_l^{(1)}(\nu, m) \ll a_\mu^+ a_m b_\gamma^+ (b_l^+ + b_l) | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E - \qquad (34)$$

$$- B_l^{(1)}(\mu, m) \ll a_m^+ a_\nu b_\gamma^+ (b_l^+ + b_l) | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E \}.$$

Уравнение для функции $\ll a_\mu^+ a_\nu b_\gamma | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \gg_E$ совпадает с уравнением (34), в котором необходимо заменить b_γ^+ на b_γ и ω_γ на $-\omega_\gamma$. Составляя аналогичным образом уравнения для двух остальных функций, мы можем затем расцепить полученную систему уравнений, используя приближенные соотношения типа

$$\langle\langle a_\mu^+ a_m b_\gamma^+ (b_l^+ + b_l) | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \rangle\rangle_E \simeq \langle b_\gamma^+ (b_l^+ + b_l) \rangle \langle\langle a_\mu^+ a_m | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \rangle\rangle_E \simeq$$

$$\simeq \delta_{\gamma l} v_\gamma \frac{i/2\pi\, \delta_{\mu\lambda}\, \delta_{m\lambda'} (n_\lambda - n_{\lambda'})}{E + \varepsilon_\mu - \varepsilon_m}.$$

В результате такого расцепления для функции $\langle\langle a_{\mu'}^+ a_\mu | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \rangle\rangle_E$ получаем выражение, совпадающее с (23), в котором вместо A необходимо подставить

$$A(E) = -\sum B_\alpha^{(1)}(\lambda', \mu') B_\alpha^{(1)}(\lambda, \mu) \left\{ \frac{v_\alpha}{E - \varepsilon_{\lambda'\mu} + \hbar\omega_\alpha} + \frac{1 + v_\alpha}{E - \varepsilon_{\lambda'\mu} - \hbar\omega_\alpha} + \right.$$

$$\left. + \frac{v_\alpha}{E - \varepsilon_{\mu'\lambda} + \hbar\omega_\alpha} + \frac{1 + v_\alpha}{E - \varepsilon_{\mu'\lambda} - \hbar\omega_\alpha} \right\}.$$

Дальнейшие вычисления мы выполним так, как это было сделано в разделе 2. В результате для вероятности электрон-фононной безызлучательной передачи получается выражение

$$w_{эф} = 2\pi \frac{(n_\lambda - n_{\lambda'})^2}{n_\lambda n_\mu} |A(E_m)|^2 g(0), \tag{35}$$

где

$$A(E_m) = A(\varepsilon_{\mu'} - \varepsilon_\mu) = \sum_\alpha \frac{2}{\hbar\omega_\alpha} B_\alpha^{(1)}(\lambda', \mu') B_\alpha^{(1)}(\lambda, \mu).$$

Если исходить из дебаевского приближения для колебаний кристаллической решетки, то после подстановки выражения (4) для коэффициентов ЭФВ в формулу (35) и последующего перехода от сумм по фононным состояниям к соответствующим интегралам посредством замены $\sum\limits_\alpha \ldots \to \frac{3V}{2\pi^2 v_0^3} \int\limits_0^{\omega_D} \cdots \omega^2 d\omega$ (где V — объем кристалла, ω_D — частота Дебая) для вероятности (35) нетрудно получить выражение

$$w_{эф} = \frac{(n_\lambda - n_{\lambda'})^2}{n_\lambda n_\mu} \frac{\omega_D^6}{2\pi^3 \rho^2 v_0^{10}} |\langle\lambda| V^{(1)} |\mu\rangle|^2 |\langle\lambda'| V^{(1)} |\mu'\rangle|^2 g(0), \tag{36}$$

где ρ — плотность кристалла.

Видно, что электрон-фононная передача энергии может осуществляться только по механизму обмена электронами между ионами и может проявляться на малых расстояниях R.

Все полученные здесь основные формулы содержат множитель $g(0)$ (см. (27)). В частном случае, когда функции $g_1(E)$ и $g_2(E)$ полностью перекрываются и обе имеют вид лоренцевского контура, нетрудно показать, что $g(0)=\frac{1}{2\pi\Gamma}$ ($\Gamma=\Gamma_\lambda+\Gamma_{\lambda'}+\Gamma_\mu+\Gamma_{\mu'}$ — суммарная ширина всех участвующих в процессе передачи электронных уровней)*.

Таким образом, все рассмотренные здесь вероятности резонансных БП косвенно (через ширины Γ) зависят от температуры. Они зависят от температуры также через множители, зависящие от чисел заполнения n_λ, n_μ нижних электронных состояний. В случае, когда состояния λ и μ являются основными, такая зависимость исчезает ($n_\lambda=n_\mu=1$). Однако при достаточно высоких температурах населенность близко расположенных к основному состоянию штарковских подуровней увеличивается и в процесс передачи могут вовлекаться также эти подуровни. Соответствующие вероятности тогда будут зависеть от температуры посредством чисел заполнения электронов n_λ и n_μ.

5. Вероятность нерезонансной передачи энергии

Возможна такая безызлучательная передача, когда энергия электронного возбуждения при переходе от одного иона к другому изменяется по величине. В таких случаях закон сохранения энергии требует участия фононов решетки в процессе передачи энергии. В случае, когда энергия возбужденного состояния акцепторного иона больше, чем энергия возбужденного состояния донорного иона ($\varepsilon_{\mu'}-\varepsilon_{\lambda'}>0$) (см. рис. 3), то очевидно, что в результате БП число фононов в решетке уменьшится. В обратном случае (когда $\varepsilon_{\mu'}-\varepsilon_{\lambda'}<0$) число фононов в решетке увеличится. Такая передача энергии называется нерезонансной. Если в процессе передачи участвует один фонон решетки, то передача называется однофононной.

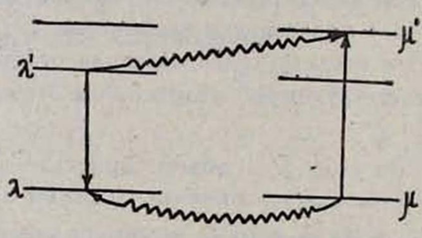

Рис. 3.

По аналогии с вероятностью (16) резонансной передачи энергии можно найти также вероятность однофононной нерезонансной передачи. В случае, когда БП осуществляется с поглощением фононов решетки, для этой вероятности имеем выражение

$$W=\sum_\alpha\frac{|<a_{\mu'}^{+}a_{\mu},b_\alpha^{+}(t),\ a_{\lambda'}^{+}a_\lambda>|^2}{(1+n_{\lambda'})(1+n_{\mu'})\,n_\lambda n_\mu v_\alpha}. \qquad (37)$$

---

* Это происходит, например, в случае резонансной передачи между ионами одного сорта.

Чтобы получить выражение для вероятности БП, который сопровождается процессом испускания фононов, достаточно в формуле (37) вместо b_α^+ подставить b_α, а вместо v_α — $(1+v_\alpha)$.

Цепочку для фурье-представления функции Грина $\langle\langle a_\mu^+ a_{\mu'} b_\alpha^+ | a_{\lambda'} a_\lambda \rangle\rangle_E$ мы составим, используя гамильтониан (13а) $H_{\mu\mu}^{(1)}$ в качестве оператора возмущения. Расцепляя обычным образом полученную таким образом систему уравнений, для функции $\langle\langle a_\mu^+ a_{\mu'} b_\alpha^- | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \rangle\rangle_E$ получаем выражение

$$\langle\langle a_\mu^+ a_{\mu'} b_\alpha^+ | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \rangle\rangle_E = \frac{i/2\pi v_\alpha A_\alpha(E) n_\lambda n_\mu}{(E-\varepsilon_{\mu'\mu}+\hbar\omega_\alpha)(E-\varepsilon_{\lambda'\lambda})}, \tag{38}$$

где

$$A_\alpha(E) = -[B_\alpha(\lambda,\lambda') B_\alpha(\mu,\mu') - B_\alpha(\lambda,\mu) B_\alpha(\lambda',\mu')]. \tag{39}$$

Нерезонансная однофононная передача может быть индуциирована также оператором (2) ЭФВ. В результате расцепления цепочки уравнений для функции $\langle\langle a_\mu^+ a_{\mu'} b_\alpha^+ | a_{\lambda'}^+ a_\lambda \rangle\rangle_E$, составленной с помощью этого оператора, в первом неисчезающем приближении теории возмущений приходим к выражению (38), в котором $A_\alpha(E)$ есть

$$A_\alpha(E) = 2(n_\lambda - n_{\lambda'}) \sum_\gamma \Big\{ B_\gamma^{(1)}(\mu,\lambda) B_{\alpha\gamma}^{(2)}(\mu',\lambda') \Big[\frac{1+v_\gamma}{E-\varepsilon_{\mu'\lambda}-\hbar(\omega_\alpha-\omega_\gamma)} +$$

$$+ \frac{v_\gamma}{E-\varepsilon_{\mu'\lambda}-\hbar(\omega_\alpha-\omega_\gamma)} \Big] + B_\gamma^{(1)}(\mu',\lambda') B_{\alpha\gamma}^{(2)}(\mu,\lambda) \Big[\frac{1+v_\gamma}{E-\varepsilon_{\lambda'\mu}-\hbar(\omega_\alpha+\omega_\gamma)} +$$

$$+ \frac{v_\gamma}{E-\varepsilon_{\lambda'\mu}-\hbar(\omega_\alpha+\omega_\gamma)} \Big] \Big\}. \tag{40}$$

Подставляя выражение (38) в формулу (17), а затем полученную таким образом корреляционную функцию $\langle a_\mu^+ a_{\mu'} b_\alpha^+(t), a_{\lambda'}^+ a_\lambda(0) \rangle$ в формулу (37), для вероятности однофононной мультиполь-мультипольной передачи получаем известное выражение [5]

$$w_{\mu\mu}^{(1)} = n_\lambda n_\mu \frac{2\pi}{\hbar} \sum_\alpha |B_\alpha(\lambda,\lambda') B_\alpha(\mu,\mu') - B_\alpha(\lambda,\mu) B_\alpha(\lambda',\mu')|^2 v_\alpha \delta(\Delta-\omega_\alpha), \tag{41}$$

$$\hbar\Delta = |\varepsilon_{\mu'} - \varepsilon_\mu|,$$

а для электрон-фононной нерезонансной передачи — выражение

$$w_{\text{эф}}^{(1)} = \frac{(n_\lambda - n_{\lambda'})^2}{n_\lambda n_\mu} \frac{2\pi}{\hbar} \sum_\alpha |A_\alpha(E_m)|^2 v_\alpha \delta(\Delta-\omega_\alpha), \tag{42}$$

где

$$A_\alpha(E_m) = A_\alpha(\varepsilon_{\mu'\mu}-\hbar\omega_\alpha) = \frac{2}{\hbar} \sum_\gamma \Big\{ B_\gamma^{(1)}(\mu',\lambda') B_{\alpha\gamma}^{(2)}(\lambda,\mu') \frac{1}{\omega_\gamma} +$$

$$+ B_\gamma^{(1)}(\mu,\lambda) B_{\alpha\gamma}^{(2)}(\lambda',\mu') \Big(\frac{1+v_\gamma}{\Delta+\omega_\gamma} + \frac{v_\gamma}{\Delta-\omega_\gamma} \Big) \Big\}. \tag{43}$$

Переходя в формулах (41) и (42) от сумм по фононным состояниям к соответствующим интегралам и используя дебаевское приближение для колебаний решетки, для вероятности однофононной передачи, индуцируемой взаимодействием моментов четвертого порядка, получаем выражение

$$w_{\mu\mu}^{(1)} = 24\left(\frac{11}{27}\right)^2 \pi \frac{e^4\Delta^3}{R_0^{18}\rho v_0^5}\frac{M^{(4)}}{\exp\left\{\frac{\hbar\Delta}{kT}\right\}-1}, \tag{44}$$

где

$$M^{(4)} = \Bigg|\sum_{m=-4}^{4}\langle\lambda|r_1^4 Y_{4m}(\vartheta_1,\varphi_1)|\lambda'\rangle\sum_{m=-4}^{4}\langle\mu|r_2^4 Y_{4m}(\vartheta_2,\varphi_2)|\mu'\rangle -$$

$$-\sum_{m=-4}^{4}\langle\lambda|r_1^4 Y_{4m}(\vartheta_1,\varphi_1)|\mu\rangle\sum_{m=-4}^{4}\langle\lambda'|r_2^4 Y_{4m}(\vartheta_2,\varphi_2)|\mu\rangle\Bigg|^2, \tag{45}$$

а для вероятности нерезонансной электрон-фононной передачи — выражение

$$w_{\text{эф}}^{(1)} = \frac{3}{2}\frac{\omega_D^6\Delta^3}{\pi^5\rho^3 v_0^{15}}\frac{|M_{\lambda\mu}^{\lambda'\mu'}|^2}{\exp\left\{\frac{\hbar\Delta}{kT}\right\}-1}, \tag{46}$$

где

$$M_{\lambda\mu}^{\lambda'\mu'} = \frac{1}{2}[\langle\lambda|V^{(1)}|\mu\rangle\langle\lambda'|V^{(2)}|\mu'\rangle +$$

$$+\langle\lambda|V_2^{(2)}|\mu\rangle\langle\lambda'|V_2^{(1)}|\mu'\rangle]. \tag{47}$$

Здесь также мультипольная передача содержит как дальнодействующие, так и короткодействующие члены, а электрон-фононная передача — только короткодействующие члены.

Вероятности (44) и (46) однофононных БП непосредственно через множитель $\left[\exp\left(\frac{\hbar\Delta}{kT}\right)-1\right]^{-1}$ зависят от температуры. Видно, что при низких температурах ($kT \ll \hbar\Delta$) они пропорциональны $\exp\left\{-\frac{\hbar\Delta}{kT}\right\}$, а при высоких температурах ($kT \gg \hbar\Delta$) пропорциональны T.

Институт физических
исследований АН АрмССР

Поступила 25.X.1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Th. Förster*. Ann. Phys., 2, 55 (1948); Zs. Naturf., 4a, 321 (1949); Disc. Faraday Soc., 27, 7 (1959).
2. *D. L. Dexter*. J. Chem. Phys., 21, 836 (1953).
3. *М. Д. Галанин*. Труды ФИАН, 12, 3 (1960).
4. *В. М. Агранович, М. Д. Галанин*. Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах, Изд. Наука, М., 1978.
5. *R. Orbach*. Optic properties of ions in crystals, Ed. by H. M. Croccwitl, H. W-Moos, N. I. Interscience Publishers Inc,, 1967, p. 445.
6. *В. Р. Нагибаров, И. А. Нагибарова*. Оптика и спектроскопия, 20, 814 (1966).

7. *Т. Г. Басиев и др.* В сб. «Спектроскопия кристаллов», Изд. Наука», М., 1975 стр. 155.
8. *Б. И. Хенкер и др.* Квантовая электроника, 5, 847 (1978).
9. *Г. М. Зверев, И. И. Куратев, А. М. Онищенко.* В сб. «Спектроскопия кристаллов», Изд. Наука, М., 1975, стр. 184.
10. *Г. М. Зверев, Г. Я. Колодный, А. М. Онищенко.* ЖЭТФ, 60, 920 (1971).
11. *И.В. Васильев и др.* ЖЭТФ, 56, 122 (1969).
12. *H. Y-P. Hong, S. R. Chinn.* Materials Research Bulletin, 11, 421 (1976).
13. *S. R. Chinn, H. Y-P. Hong, S. W. Pierce.* Laser Focus, № 5, 64 (1976).
14. *Н. Н. Боголюбов, С. В. Тябликов.* ДАН СССР, 126, 53 (1959).
15. *Ф. П. Сафарян.* Препринт ПЛРФ—78—19 (1979).
16. *Ф. П. Сафарян.* ФТТ, 19, 1947 (1977); ФТТ, 20, 1563 (1978).
17. *Ф. П. Сафарян.* ФТТ, 21, 300 (1979); Изв. АН АрмССР, Физика, 14, 16 (1979).
18. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Теория поля, Изд. Наука, М., 1967.
19. *Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский.* Квантовая теория углового момента, Изд. Наука, М., 1975.
20. *Д. Н. Зубарев.* УФН, 71, 71 (1960).

ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ԻՈՆՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԳՐԳՌՄԱՆ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՈՉ ՃԱՌԱԳԱՅԹԱՅԻՆ ԱՆՑՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՇՈՒՐՋԸ

Ֆ. Պ. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

Ակնարկում փորձ է արված հանրագումարի բերել լազերային բյուրեղներում խառնուրդային իոնների միջև ոչ ճառագայթային անցումների հավանականության վերաբերվող հիմնական արդյունքները։ Բոլոր բանաձևերը, ինչպես հայտնի, այնպես էլ նորերը արտածված են Գրինի երկժամանակային (ջերմաստիճանային) ֆունկցիաների օգնությամբ։ Համարվում է, որ կապը երկու իոնների միջև ստեղծվում է շնորհիվ մուլտիպոլ-մուլտիպոլ փոխազդեցության կամ էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության։ Նոր արդյունքները հիմնականում վերաբերվում են ոչ ճառագայթային անցումների կարճ ազդեցության մեխանիզմներին։

ON THE THEORY OF RADIATIONLESS TRANSFER OF ELECTRON EXCITATION ENERGY BETWEEN IMPURITY CENTRES IN DIELECTRIC CRYSTALS

F. P. SAFARIAN

In the present review the expression for calculating the probabilities of radiationless transfer of electron excitation energy between impurity ions in dielectric laser crystals are given. The calculations were carried out in the framework of universal theory of two-time (temperature) Green function, which allows to obtain the probabilities of both the resonance and nonresonance transitions. New results were obtained concerning several short-range mechanisms of radiationless transfer based on the assumption, that the co upling between impurity centers was stipulated by electron-phonon interactions.