

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ РОСТ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ЗАРЯДА ПРИ НАКЛОННОМ ПРОЛЕТЕ ЧЕРЕЗ ТОНКУЮ ПЛАСТИНУ

А. Л. АВАКЯН, А. С. АМБАРЦУМЯН, ЯН ШИ

Вычислены полные потери энергии ультрарелятивистской заряженной частицы при наклонном пролете через тонкую пластину. Показано, что при выполнении определенного ограничения на толщину пластины, примерно такого же, как и в случае перпендикулярного влета, логарифмическая зависимость потерь от энергии частицы сохраняется в широких пределах изменения угла падения частицы на пластину. Неперпендикулярность влета сказывается лишь в том, что в этом ограничении роль толщины пластины играет длина пути частицы в пластине.

1. Введение

В 1959 г. Гарибяном [1] впервые теоретически было показано, что потери энергии ультрарелятивистской частицы на ионизацию при перпендикулярном пролете через тонкую пластину имеют место без эффекта плотности, т. е. логарифмически растут с ростом энергии частицы. Впоследствии этот результат был экспериментально подтвержден в работах [2].

В работе [3] была рассмотрена аналогичная задача об ионизационных потерях частицы в тонкой пластине для случая наклонного пролета. Авторы последней работы пришли к выводу, что эффект плотности может отсутствовать лишь при почти перпендикулярном пролете. Такой результат представлялся странным*, и это привело нас к повторному рассмотрению этого вопроса.

Оказалось, что в действительности эффект плотности для достаточно тонких пластин отсутствует в широких пределах изменения угла падения ψ частицы на пластину. При этом ограничение на толщину пластины a примерно такое же, как и в случае перпендикулярного влета. Неперпендикулярность влета сказывается лишь в том, что в этом ограничении роль a играет длина пути частицы в пластине, т. е. $a/\cos\psi$.

2. Работа поля излучения

Пусть равномерно движущаяся частица с зарядом e пролетает через пластину с толщиной a , расположенную в вакууме. Траектория частицы лежит в плоскости (x, z) , а скорость частицы v составляет с осью z угол

* Нам было известно из частных обсуждений, что один из авторов работ [2] (М. П. Лорикян), а затем и авторы работы [3] сомневались в правильности результата [3].

ψ и имеет компоненты $v_z = v \cos \psi$ и $v_x = v \sin \psi$ (рис. 1). Начало координат совпадает с точкой влета частицы в пластину.

Как известно, потери энергии частицы равны работе, совершаемой полем над зарядом за все время его движения:

$$W = e \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v} \mathbf{E}(\mathbf{v}t, t) dt \quad (1)$$

(время t отсчитывается от момента влета частицы в пластину). Полное поле в (1) представляет собой сумму поля заряда и поля излучения, обусловленного наличием границ.

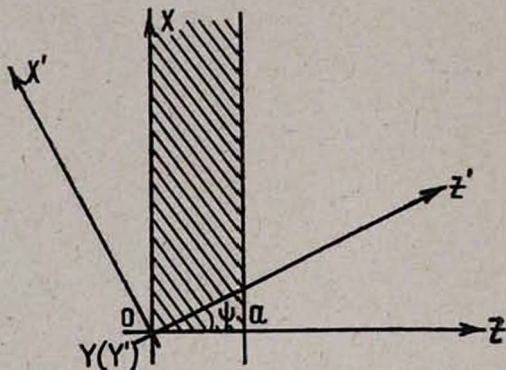


Рис. 1.

Работа поля заряда $W_{\text{зар}}$, совершаемая внутри пластины, определяется известной формулой для ионизационных потерь на единицу длины пути [4], умноженной на толщину пластины a , т. е. (в случае ультрарелятивистской частицы $\gamma \gg 1$)

$$W_{\text{зар}} = - \frac{e^2 \omega_0^2 a}{v^2} \ln \frac{x_0 v}{\omega_0}, \quad (2)$$

где x_0 — максимальный поперечный волновой вектор, обусловленный пределом применимости классической электродинамики, ω_0 — плазменная частота вещества пластины.

Работа поля излучения над зарядом $W_{\text{изл}}$ складывается из работы полей излучения вне пластины и внутри нее. В выражении для этой величины в [3] была допущена вычислительная ошибка, из-за которой в формулах для работы полей излучения отсутствовал ряд членов.

Разложим величину работы полей излучения в ряд по степеням a :

$$W_{\text{изл}} = W_{(0)} + W_{(1)} + W_{(2)}. \quad (3)$$

Сравнивая члены этого ряда, мы найдем условие, при котором можно ограничиться низшими членами разложения. Для вычисления (3) воспользуемся выражениями для фурье-компонент полей излучения внутри и вне пластины, приведенными в [3].

Очевидно, что при $a \rightarrow 0$ поля излучения полностью исчезают. Исчезает, следовательно, и член нулевой степени по a :

$$W_{(0)} = 0.$$

Линейный и квадратичный по a члены имеют вид

$$W_{(1)} = \frac{ie^2 a}{2\pi^2 v_z} \int \frac{(\varepsilon - 1)^2}{\Lambda_0} \left[\frac{x^2}{\varepsilon \Lambda_0} \omega - \frac{k_x v_x k_z v_z}{\varepsilon \Lambda_0 c^2} \omega \left(\Lambda - \frac{\omega^2}{c^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{v_x^2 \omega^5}{\Lambda \Lambda_0 c^6} - \omega \frac{k_x v_x (\omega + k_x v_x)}{\varepsilon \Lambda_0 c^2} + \frac{k_x v_x \omega^4}{\varepsilon \Lambda \Lambda_0 c^4} \right] dk, \quad (4)$$

$$W_{(2)} = -\frac{e^2 a^2}{4\pi^2 v_z} \int \left\{ \frac{(\varepsilon - 1)^2}{\varepsilon^2} \frac{x^2}{\Lambda_0^2 \lambda_0} \left[k_z v_z \lambda_0^2 \varepsilon^2 + k_x v_x \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \omega \left(k_z - \frac{\omega}{c^2} v_z \right)^2 \right] - \frac{(\varepsilon - 1)^2}{\Lambda_0^2 \lambda_0} \left(k_x v_x \frac{\omega^3}{c^4} + \lambda_0^4 + \frac{\omega^4}{c^4} \right) k_x v_x - \right. \\ \left. - \frac{(\varepsilon - 1)}{\Lambda_0 \lambda_0} v_x^2 \frac{\omega^3}{c^4} - \frac{(\varepsilon - 1)}{\Lambda_0^2 \lambda_0} v_x^2 \Lambda \frac{\omega^3}{c^4} \right\} dk, \quad (5)$$

где $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость вещества пластины, $\lambda_0 = (\omega^2/c^2 - x^2)^{1/2}$, $\lambda = (\omega^2/c^2 - x^2)^{1/2}$, $\omega = kv = k_x v_x + k_z v_z$, $\Lambda_0 = k^2 - \omega^2/c^2$, $\Lambda = k^2 - \omega^2 \varepsilon/c^2$. Интегрирование проводится по волновому вектору $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, k_z\}$ с поперечной составляющей $x = \{k_x, k_y\}$, $d\mathbf{k} = dk_x dk_y dk_z$.

Важно заметить, что из-за того, что ось z составляет угол ψ с направлением движения заряда, интегрирование по k_z проводится в конечных пределах аналогично интегрированию по k_x и k_y . Пределы интегрирования определяются из условия применимости классической электродинамики (минимальным „прицельным расстоянием“) [4] и, вообще говоря, являются разными для k_x , k_y и k_z *. Это создает трудности при вычислении величин (4) и (5). Гораздо удобнее проводить вычисления в новой системе координат (x', y', z') . Для этого повернем систему (x, y, z) вокруг оси y на угол ψ так, чтобы положительное направление оси z' совпало с направлением движения частицы (рис. 1). Это означает переход к новым, штрихованным переменным:

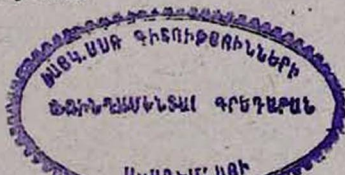
$$\begin{aligned} k_x &= k'_x \cos \psi + k'_z \sin \psi, \\ k_y &= k'_y, \\ k_z &= -k'_x \sin \psi + k'_z \cos \psi. \end{aligned} \quad (6)$$

При этом, очевидно, $k^2 = k'^2$, $d\mathbf{k} = d\mathbf{k}'$. Кроме того, имеем, например, $\omega = k'_z v$.

В новой системе вектор $\mathbf{x}' = \{k'_x, k'_y\}$ всегда перпендикулярен траектории заряда, поэтому пределы интегрирования по k'_x и k'_y определяются окружностью с центром в начале координат и радиусом x_0 (см. [5]). Интегрирование же по k'_z проводится в бесконечных пределах.

Заменим теперь $dk'_x dk'_y dk'_z$ на $x' dx' d\varphi' d\omega/v$, причем, согласно вышесказанному, x' изменяется от 0 до x_0 , φ' — от 0 до 2π , ω — от $-\infty$ до $+\infty$.

* В [3] это обстоятельство не было учтено.



3. Результаты вычислений

Вычислим теперь (4) и (5) методом Ландау [4]. Интегрирование будем проводить в комплексной плоскости ω . Для того, чтобы исключить неоднозначность подынтегральной функции в (5), возникающую из-за наличия величины

$$\lambda_0 = \left[\frac{\omega^2}{v^2} (\cos^2 \psi - \gamma^{-2}) - \frac{i\omega\chi'}{v} \sin 2\psi \cos \varphi' - \chi'^2 (1 - \sin^2 \psi \cos^2 \varphi') \right]^{1/2}, \quad (7)$$

проведем разрез вдоль действительной оси ω от $-\infty$ до ω_A и от ω_B до $+\infty$ (рис. 2), где ω_A и ω_B — нули выражения (7). Величины ω_A и ω_B действительны, если

$$\sin \psi \leq (1 - \gamma^{-2})^{1/2}.$$

Для ультрарелятивистских частиц ($\gamma \gg 1$) это неравенство принимает вид

$$\sin \psi \leq 1 - \gamma^{-2/2}. \quad (8)$$

Отсюда видно, что в этом случае неравенство (8) выполняется в широких пределах изменения угла ψ за исключением лишь углов, весьма близких к $\pi/2$ (скользящее падение частицы).

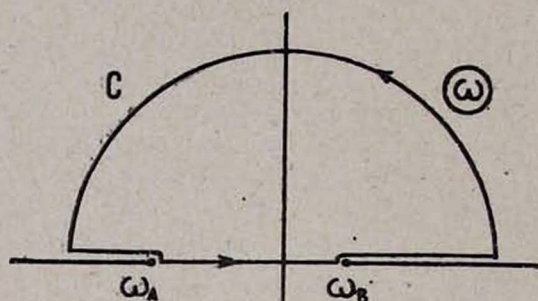


Рис. 2.

Путь интегрирования проходит вдоль действительной оси по верхнему берегу разреза. Замкнем этот путь полуокружностью C большого радиуса в верхней полуплоскости (рис. 2). Значения интегралов на полуокружности C пренебрежимо малы. Поэтому искомые интегралы равны соответствующим суммам вычетов в полюсах подынтегральных функций, умноженным на $2\pi i$. Поскольку $\varepsilon(\omega)$ не имеет ни нулей, ни полюсов в верхней полуплоскости комплексных ω [4], полюса подынтегральных функций (4), (5) определяются нулями выражений Λ_0 и Λ .

Проведя соответствующие вычисления с учетом наличия полюсов как первого (Λ , Λ_0), так и второго (Λ_0^2) порядков [5] и затем интегрируя по χ' и φ' , в случае ультрарелятивистских частиц ($\gamma \gg 1$) получаем

$$W_{(1)} = \frac{e^2 \omega_0^2 a}{v^2 \cos \psi} \left(\ln \frac{\bar{\omega}_1}{\omega_0 \gamma} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \psi \ln \frac{\bar{\omega}}{\omega_1} \right), \quad (9)$$

$$W_{(2)} = \frac{e^2 a^2 \omega_0^4 \pi}{4 v^3 \cos^2 \psi \omega_2} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^4 \psi \right), \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}\ln \bar{\omega} &= \frac{2}{\omega_0^2 \pi} \int_0^{\infty} x \left| \operatorname{Im} \left(\frac{1}{\varepsilon(x)} \right) \right| \ln x dx, \\ \ln \bar{\omega}_1 &= \frac{2}{\omega_0^2 \pi} \int_0^{\infty} x \operatorname{Im}(\varepsilon(x)) \ln x dx, \\ \bar{\omega}_2 &= \frac{\pi \omega_0^4}{4} \left[\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{xy}{x+y} \operatorname{Im}(\varepsilon(x)) \operatorname{Im}(\varepsilon(y)) dx dy \right]^{-1}.\end{aligned}\quad (11)$$

При $\psi = 0$ формулы (9) и (10) переходят, естественно, в соответствующие формулы работы [5].

Для вычисления полных потерь необходимо к выражению (9) добавить величину (2). В результате имеем ($\gamma \gg 1$)

$$W_{(1)} + W_{\text{звп}} = -\frac{e^2 \omega_0^2 a}{v^2 \cos \psi} \left(\ln \frac{x_0 v \gamma}{\omega_1} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \ln \frac{\bar{\omega}}{\omega_1} \right). \quad (12)$$

Заметим, что эта величина логарифмически растет с ростом γ .

4. Обсуждение

Из требования $|W_{(2)}| \ll |W_{(1)} + W_{\text{звп}}|$ вытекает неравенство

$$\frac{a}{\cos \psi} \ll \frac{8 v \bar{\omega}_2}{\pi \omega_0^2} \frac{2 \ln(x_0 v \gamma / \omega_1) - 1 - \sin^2 \psi \ln(\bar{\omega} / \omega_1)}{4 + \sin^4 \psi}. \quad (13)$$

Ясно, что при $\psi \rightarrow 0$ условие (13) переходит в соответствующее условие из [6].

Таким образом, в случае наклонного падения роль «толщины» пластины играет длина пути частицы в пластине, т. е. $a/\cos \psi$. При выполнении условия (13) ионизационные потери ультрарелятивистских частиц при наклонном влете определяются формулой (12) и логарифмически растут с ростом γ , т. е. имеют место без эффекта плотности.

При приближении угла ψ к $\pi/2$ условие (13) становится весьма жестким. Например, на грани выполнения неравенства (8), т. е. при $\psi = \pi/2 - \delta$, где $\delta \sim \gamma^{-1}$, условие (13) может стать настолько жестким, что не будет выполняться для реальных пластин. Другими словами, при таком скользющем влете частиц логарифмический рост ионизационных потерь не имеет места. Это согласуется с результатом работы [7] о том, что эффект плотности существует всегда, когда заряженная частица пролетает параллельно поверхности протяженного тела.

* Из эксперимента [8] следует, что величина ионизационных потерь при наклонном влете частицы действительно пропорциональна $a/\cos \psi$.

Авторы выражают благодарность Г. М. Гарибяну, обратившему их внимание на возможную некорректность результата [3] и проявлявшему постоянный интерес к работе, и С. С. Элбакяну за полезные обсуждения.

Ереванский физический
институт

Поступила 12. VI. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Гарибян. ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
2. А. И. Алиханян и др. ЖЭТФ, 44, 1122 (1963); 46, 1212 (1964).
3. Г. М. Гарибян, С. С. Элбакян. Изв. АН АрмССР, Физика, 3, 244 (1968).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, ГИТТЛ, М., 1957, гл. XII.
5. Г. М. Гарибян, М. П. Лорикиан. ДАН АрмССР, 40, 21 (1965).
6. Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян. Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 310 (1966).
7. М. А. Азизян, Э. А. Бабаханян, Ян Ши. Изв. АН АрмССР, Физика, 15, 247 (1980).
8. W. Ogle et al. Phys. Rev. Lett., 40, 1242 (1978).

ԼԻՑԻԱԿԱՆ ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՆԻ ԿՈՐՈՒՍՏԵՆՆԵՐԻ ԼՈԳԱՐԻԹՄԱԿԱՆ ԱՃԸ ԲԱՐԱԿ ԹԻԹԵՂԻ ՄԻՋՈՎ ԹԵՔ ԱՆՑՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա. Լ. ԱՎԱԿՅԱՆ, Ա. Ս. ՀԱՄԲԱՐՏՈՒՄՅԱՆ, ՅԱՆ ՇԻ

Աշխատանքում հաշվված են լիցքավորված ուլտրառելյա տիվիստիկ մասնիկի էներգիայի լրիվ կորուստները բարակ թիթեղի միջով թեք անցման դեպքում: Ցույց է տրված, որ թիթեղի հաստությունը սահմանափակող որոշակի պայմանի դեպքում մասնիկի էներգիայից կորուստների կախման լոգարիթմական բնույթը պահպանվում է թիթեղի վրա մասնիկի անկման անկյան փոփոխման լայն տիրույթում: Անկման ոչ ուղղահայացությունը արտահայտվում է միայն նրանով, որ սահմանափակման պայմանում թիթեղի հաստությունը փոխարինվում է թիթեղի մեջ մասնիկի անցած ճանապարհի երկարությամբ:

LOGARITHMIC RISE OF IONIZATION LOSSES OF A CHARGED PARTICLE AT AN OBLIQUE PASSAGE THROUGH A THIN PLATE

A. L. AVAKIAN, A. S. AMBARTSUMIAN, C. YANG

The total energy losses of an ultrarelativistic charged particle passing through a thin plate at an oblique angle are calculated. It is shown that under a certain restriction on the plate thickness, similar to that for the case of normal incidence, the logarithmic dependence of the particle energy losses preserves in a wide range of particle incidence angles with the difference, that the particle path in the plate was taken to be the plate thickness.