

ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПЛЕНОК СО СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

К. С. АРАМЯН, Б. И. КУЛИЕВ

Вычислена высокочастотная проводимость пленок со статистически неровными поверхностями на основе решения кинетического уравнения с учетом поверхностного рассеяния на шероховатостях малой амплитуды. Выражение для проводимости анализируется в различных предельных случаях по толщине пленки и частоте падающей волны. С помощью полученных формул оценивается коэффициент поглощения волны пленкой. В частном случае тонких пленок и низких частот учет зеркальности отражения скользких электронов приводит к более медленному по сравнению с теорией, в которой границы учитываются посредством параметра зеркальности, убыванию коэффициента поглощения волны при уменьшении толщины пленки.

1. Влияние поверхностного рассеяния на кинетические эффекты в статистических полях и высокочастотные явления в образцах малых размеров является, как известно, существенным в области толщин порядка длины свободного пробега носителей тока [1—3]. Учет границ при наличии классического размерного эффекта производится с помощью граничного условия к кинетическому уравнению Больцмана, предложенного впервые Фуксом [4] и связывающего функции распределения падающих на поверхность и отраженных от нее электронов. Это граничное условие содержит единственный параметр — коэффициент зеркальности, равный отношению числа электронов, отраженных от поверхности зеркально, причем он был введен в граничные условия к кинетическому уравнению феноменологически и не мог содержать зависимости от угла, под которым электроны сталкиваются с поверхностью. Однако последующие исследования доказали существование почти зеркального отражения скользких вдоль поверхности электронов. Зеркальное отражение скользких электронов было доказано открытием поверхностных магнитных уровней, существование которых невозможно при диффузном рассеянии [5].

Фальковским [6] получены граничные условия с учетом влияния шероховатостей поверхности на рассеяние электронов, когда нормальная по отношению к поверхности длина волны электрона велика по сравнению со средней высотой неровностей поверхности, из которых следует зеркальность отражения скользких электронов. Им же [7] проведен анализ зависимости статической проводимости вырожденных пленок от толщины путем решения кинетического уравнения с граничными условиями [6]. Подобные граничные условия в более общем виде, в которых для описания поверхностного рассеяния вводится дифференциальная плотность вероятности рассеяния электрона со сменой знака нормальной к поверхно-

сти компоненты импульса, получены в [8]. Вопросы, связанные с поверхностным рассеянием электронов проводимости, подробно изложены в обзоре [9].

Влияние границ является существенным и при рассмотрении высокочастотных кинетических свойств, в частности, высокочастотной проводимости [10—12], в связи с чем представляет интерес рассмотрение влияния угловой зависимости вероятности рассеяния на высокочастотную проводимость тонких пленок.

В настоящей работе вычислена высокочастотная проводимость пленок с шероховатыми поверхностями, при этом рассеяние на шероховатостях учитывается путем решения кинетического уравнения с граничными условиями [6]. Получены выражения для проводимости толстых и тонких пленок в пределах низких и высоких частот падающей волны с учетом возможного различия поверхностей пленки, с помощью которых можно оценить коэффициенты отражения и поглощения волны в зависимости от толщины пленки, частоты волны и средних характеристик шероховатостей поверхности. Показано, что в случае тонких пленок и низких частот учет зеркальности отражения скользящих электронов приводит к более медленному по сравнению со случаем, когда параметр зеркальности не зависит от угла скольжения, убыванию коэффициента поглощения волны с уменьшением толщины пленки. Изменяется также концентрационная зависимость коэффициента поглощения.

2. Пусть на пленку с толщиной d по нормали (вдоль оси z) падает электромагнитная волна $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$. Поле в пленке предполагается однородным по толщине, для чего необходимо, чтобы толщина пленки была мала по сравнению с толщиной скин-слоя. Внутри пленки ($0 < z < d$) функция распределения определяется кинетическим уравнением

$$v_z \frac{\partial f^{(1)}}{\partial z} - \frac{e}{\hbar} E_y \frac{\partial f_0}{\partial k_y} + \frac{f^{(1)}}{\tau(\varepsilon)} + i\omega f^{(1)} = 0, \quad (1)$$

где $f_0(\varepsilon)$ — равновесная функция распределения, $f^{(1)}$ — неравновесная добавка, зависящая от скорости v и z -координаты электрона, e — величина заряда электрона, $\hbar$ — постоянная Планка, $\tau(\varepsilon) = \tau_0 (\varepsilon/k_0 T)^{r-1/2}$ — время релаксации, соответствующее объемным механизмам рассеяния, $r = 0, 1, 2$ — параметр рассеяния. Задача сводится к решению кинетического уравнения (1) с граничными условиями [6]. Мы рассмотрим случай $\lambda \gg b$, где λ — де-Бройлевская длина волны электрона, b — средняя длина плоских участков поверхности, когда условия [6] сводятся к граничным условиям Фукса [4] с параметром диффузности, зависящим от энергии и угла скольжения электрона. В рассматриваемом пределе $\xi_2(\mathbf{k}) \approx \xi_2(0) \sim a^2 b^2$, a — средний размер шероховатости [7, 13].

С учетом различия поверхностей пленки граничные условия можно представить в виде

$$\begin{aligned} f_+^{(1)}(v_z, 0) &= (1 - \alpha_1) f_-^{(1)}(-v_z, 0), \\ f_-^{(1)}(v_z, d) &= (1 - \alpha_2) f_+^{(1)}(v_z, d), \end{aligned} \quad (2)$$

$f_{\pm}^{(1)}$ — соответствуют электронам с $v_z > 0$ и $v_z < 0$ соответственно, причем

$$\alpha_1 = k_z \int k_z' \xi_2^{(1)} \frac{d^2 \mathbf{k}'}{\pi^2}, \quad \alpha_2 = k_z \int k_z' \xi_2^{(2)} \frac{d^2 \mathbf{k}'}{\pi^2}. \quad (3)$$

Решение уравнения (1) с граничными условиями (2) имеет вид

$$f_{+}^{(1)} = \frac{e}{\hbar} \frac{\tau(\varepsilon)}{1 + i\omega\tau(\varepsilon)} E_y \frac{\partial f_0}{\partial k_y} \times \\ \times \left[1 - \frac{\alpha_1 + (1 - \alpha_1) \alpha_2 \exp\left(-\frac{1 + i\omega\tau(\varepsilon)}{v_z \tau(\varepsilon)} d\right)}{1 - (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \exp\left(-2 \frac{1 + i\omega\tau(\varepsilon)}{v_z \tau(\varepsilon)} d\right)} \exp\left(-\frac{1 + i\omega\tau(\varepsilon)}{v_z \tau(\varepsilon)} z\right) \right], \quad (4)$$

$$f_{-}^{(1)} = \frac{e}{\hbar} \frac{\tau(\varepsilon)}{1 + i\omega\tau(\varepsilon)} E_y \frac{\partial f_0}{\partial k_y} \times \\ \times \left[1 - \frac{\alpha_2 + (1 - \alpha_2) \alpha_1 \exp\left(\frac{1 + i\omega\tau(\varepsilon)}{v_z \tau(\varepsilon)} d\right)}{1 - (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \exp\left(2 \frac{1 + i\omega\tau(\varepsilon)}{v_z \tau(\varepsilon)} d\right)} \exp\left(\frac{1 + i\omega\tau(\varepsilon)}{v_z \tau(\varepsilon)} (d - z)\right) \right].$$

Вычислим плотность тока

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = - \frac{2e}{(2\pi)^3} \int \bar{f}_1(t) \mathbf{v}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad (5)$$

где $\bar{f}_1(t)$ — усредненная по толщине пленки функция распределения.

Из (4) и (5) получаем следующие выражения для продольной проводимости

$$\sigma_{\parallel} = \frac{e^2}{3\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\tau(\varepsilon)}{1 + i\omega\tau(\varepsilon)} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \frac{k^3(\varepsilon)}{m(\varepsilon)} \left[1 - \frac{3J_{\parallel}(\varepsilon)}{2s} \right] d\varepsilon, \quad (6)$$

$$J_{\parallel}(\varepsilon) = \\ = \int_1^{\infty} \frac{\frac{\beta_1(k) + \beta_2(k)}{2} + \left[1 - \frac{\beta_1(k) + \beta_2(k)}{2u} - \left(1 - \frac{\beta_1(k)}{u} \right) \left(1 - \frac{\beta_2(k)}{u} \right) \right] \exp(-su)}{1 - \left(1 - \frac{\beta_1(k)}{u} \right) \left(1 - \frac{\beta_2(k)}{u} \right) \exp(-2su)} \times \\ \times (1 - \exp(-su)) \left(\frac{1}{u^3} - \frac{1}{u^5} \right) du \quad (7)$$

и для поперечной проводимости

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2}{3\pi^2} \int \frac{\tau(\varepsilon)}{1 + i\omega\tau(\varepsilon)} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \frac{k^3(\varepsilon)}{m(\varepsilon)} \left[1 + 3 \frac{J_{\perp}(\varepsilon)}{s} \right] d\varepsilon, \quad (8)$$

$$J_{\perp}(\varepsilon) = \int_1^{\infty} \frac{\frac{\beta_1(k) + \beta_2(k)}{2u} + \left[1 - \frac{\beta_1(k) + \beta_2(k)}{2u} - \left(1 - \frac{\beta_1(k)}{u} \right) \left(1 - \frac{\beta_2(k)}{u} \right) \right] \exp(-su)}{1 - \left(1 - \frac{\beta_1(k)}{u} \right) \left(1 - \frac{\beta_2(k)}{u} \right) \exp(-2su)} \times \\ \times (1 - \exp(-su)) \frac{1}{u^3} du, \quad (9)$$

где

$$s(\varepsilon) = \delta(\varepsilon) (1 + i\gamma), \quad \delta(\varepsilon) = \frac{d}{v_T(\varepsilon)}, \quad \gamma = \omega\tau(\varepsilon),$$

$$\beta_1(k) = k \int k'_z \xi_2^{(1)} \frac{d^2 \mathbf{k}'}{\pi^2}, \quad \beta_2(k) = k \int k'_z \xi_2^{(2)} \frac{d^2 \mathbf{k}'}{\pi^2}. \quad (10)$$

Анализ полученных выражений в общем случае без численного расчета невозможен, поэтому мы рассмотрим предельные случаи $|s| \gg 1$ и $|s| \ll 1$. Условие $|s| \gg 1$ реализуется при 1) $\delta \gg 1$ (толстые пленки), γ — произвольном, 2) $\gamma \delta \gg 1$ (почти произвольные толщины, высокие частоты), а $|s| \ll 1$ — при $\delta \ll 1$ и $\gamma \lesssim 1$ (тонкие пленки, низкие частоты).

3. Предел $|s| \gg 1$.

Отбрасывая в (7) экспоненциально малые слагаемые, имеем

$$\sigma_{\parallel} = \frac{e^2}{3\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\tau(\varepsilon)}{1 + i\omega\tau(\varepsilon)} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \left[1 - \frac{8a_0^4 m^2 \varepsilon^2}{15\pi \hbar^4 s} \right] d\varepsilon, \\ \sigma_{\perp} = \frac{e^2}{3\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\tau(\varepsilon)}{1 + i\omega\tau(\varepsilon)} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \left[1 - \frac{3a_0^4 m^2 \varepsilon^2}{5\pi \hbar^4 s} \right] d\varepsilon, \quad (11) \\ a_0 = \left(\frac{\xi_2^{(1)}(0) + \xi_2^{(2)}(0)}{2} \right)^{1/4}.$$

В пределе толстых пленок условие однородности поля по толщине пленки не нарушается при $\gamma \ll 1$. В этом пределе для пленок со стандартной энергетической зоной получаем

$$\operatorname{Re} \sigma_{\parallel} = \frac{e^2 (2m_n k_0 T)^{3/2} \tau_{or}}{3\pi^2 m_n} \{ [F_{r+1}(\eta) - (\omega\tau_{or})^2 F_{3r}(\eta)] - \\ - \frac{2(k_T a_0)^4}{15\pi \delta_{or}} [F_{2r+3}(\eta) - 3(\omega\tau_{or})^2 F_{4r+2}(\eta)] \}, \quad (12) \\ \operatorname{Im} \sigma_{\parallel} = - \frac{e^2 (2m_n k_0 T)^{3/2} \tau_{or}}{3\pi^2 m_n \hbar^3} \left[F_{r+1}(\eta) - \frac{4(k_T a_0)^4}{15\pi \delta_{or}} F_{3r+\frac{5}{2}}(\eta) \right] \omega, \\ \delta_{or} = \frac{d}{v_T \tau_{or}}, \quad v_T = \left(\frac{2k_0 T}{m_n} \right)^{1/2}, \quad k_T = \left(\frac{2m_n k_0 T}{\hbar^2} \right)^{1/2},$$

$F_r(\eta)$ — интегралы Ферми [14].

В пределе тонких пленок и высоких частот имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \sigma_{\parallel} &= \frac{e^2 (2 m_n k_0 T)^{3/2}}{3 \pi^2 m_n \hbar^3 \tau_{or} \omega^2} \left[F_{-r+2}(\gamma) + \frac{2 (k_T a_0)^4}{15 \pi \delta_{or}} F_4(\gamma) \right], \\ \operatorname{Im} \sigma_{\parallel} &= \frac{e^2 (2 m_n k_0 T)^{3/2}}{3 \pi^2 \hbar^3 m_n \omega^2} \left[F_{3,2}(\gamma) - \frac{4 (k_T a_0)^4}{15 \pi \delta_{or}} F_{-r+\frac{9}{2}}(\gamma) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Для поперечной проводимости имеют место аналогичные результаты.

Существенным отличием выражений (12) и (13) от соответствующего результата работы [12], где границы учитываются посредством параметра зеркальности, является наличие в размерной части формул (12) и (13) множителя $\sim T^2$.

4. Случай $|s| \ll 1$.

Наиболее интересным в этом случае является предел $\delta \ll 1$, $\gamma \ll 1$. Вычисляя в этом пределе $\sigma_{\parallel}$ с точностью до членов порядка d/l , получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{\parallel} &= \frac{e^2}{3 \pi^2} \int_0^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \frac{\tau(\varepsilon)}{1 + i \omega \tau(\varepsilon)} \left[\frac{k_1 (1 + i \omega \tau(\varepsilon))^{1/2}}{k} \right]^2 \times \\ &\times \left(\frac{k^2 + [k_1 (1 + i \omega \tau(\varepsilon))^{1/2}]^2}{k_1 (1 + i \omega \tau(\varepsilon))^{1/2} k} \arctg \frac{k}{(1 + i \omega \tau(\varepsilon)) k_1} - 1 \right) \frac{k^3(\varepsilon)}{m(\varepsilon)} d\varepsilon, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$k_1^{-2} = \frac{l}{\pi^2 d k} \int k'_z \xi_2(\mathbf{k} - \mathbf{k}') d^2 \mathbf{k}'.$$

Для вырожденной пленки при $\omega = 0$ из (14) следует результат [7]. В пределе $k_1 \gg k$ — относительно толстых пленок — для проводимости получаются выражения, аналогичные выражениям для предела тонких пленок. В пределе очень тонких вырожденных пленок и низких частот находим

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \sigma_{\parallel} &= \frac{3 \pi \sigma_0}{4} \left(\frac{d}{l_F} \right)^{1/2} \frac{1}{\left(k_F \int k'_z \xi_2 \frac{d^2 \mathbf{k}'}{\pi^2} \right)^{1/2}} \left(1 - \frac{\omega^2 \tau_F^2}{2} \right) + O\left(\frac{d}{l_F} \right), \\ \operatorname{Im} \sigma_{\parallel} &= -\frac{3 \pi \sigma_0}{4} \left(\frac{d}{l_F} \right)^{1/2} \frac{1}{\left(k_F \int k'_z \xi_2 \frac{d^2 \mathbf{k}'}{\pi^2} \right)^{1/2}} \omega \tau_F + O\left(\frac{d}{l_F} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Используем полученные результаты для оценок коэффициентов отражения и поглощения волны пленкой с толщиной $d \ll \lambda$, λ — длина волны в вакууме [1]. Так, для коэффициента поглощения волны имеем

$$A = \frac{6 \pi^2 \sigma_0 n_0}{c (n_s + n_0)^2} \frac{1}{\left(k_F \int k'_z \xi_2 \frac{d^2 \mathbf{k}'}{\pi^2} \right)^{1/2}} \left(1 - \frac{\omega^2 \tau_F^2}{2} \right) d \left(\frac{d}{l_F} \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Из (16) видно, что учет зеркальности отражения скользящих электронов приводит к более медленному по сравнению с [12] убыванию коэффициен-

