

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПРЕДЕЛ ПОЛЯРИЗАЦИИ
ВАКУУМА В СИЛЬНОМ ПОЛЕ

Г. Ю. КРЮЧКОВ

Показано, что в низкоэнергетическом пределе фотонные вершины квантовой электродинамики в постоянном внешнем поле выражаются через эффективный лагранжиан. На основе этого вычислены поляризационный оператор и трехфотонная вершина для мягких фотонов в асимптотике слабых и сильных скрещенного и чисто магнитного полей.

1. Введение

Эффект поляризации вакуума во внешнем электромагнитном (ЭМ) поле приводит как к нелинейному взаимодействию фотона с внешним полем, описываемым поляризационным оператором (ПО), так и к собственному взаимодействию фотонов, наиболее интересным следствием которого является процесс расщепления фотона на два фотона: $\gamma \rightarrow \gamma' + \gamma''$.

ПО и функция Грина фотона в постоянных полях $F_{\mu\nu}$ в низшем, однопетлевом приближении картины Фарри получены в работах: [1] — для ЭМ поля общего вида, [2, 3] — для скрещенного поля ($\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$, $E = H$), [4, 5] — для чисто магнитного поля. Процесс расщепления фотона в этом же приближении рассматривался в работах: [4] — для случая магнитного поля, [6] — для случая скрещенного поля.

В настоящей работе изучается низкоэнергетический предел $k_i \ll m$ ПО и n -фотонных вершин $\Gamma^{(n)}$, описывающих n -фотонное взаимодействие в сильном ЭМ поле (k_i — импульсы фотонов).

Наше рассмотрение облегчается тем обстоятельством, что для мягких фотонов, как будет показано в разделе 2, вершины $\Gamma^{(n)}$ выражаются через точный эффективный лагранжиан ЭМ поля. Это позволяет легко вычислять эти величины в однопетлевом и, что существенно*, в двухпетлевом приближениях с помощью поправок Гейзенберга—Эйлера [7]

$$L^{(1)} = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{dS}{S} e^{-im^2 S} \left[\frac{e^2 \eta \varepsilon}{\operatorname{tg}(e\eta S) \operatorname{th}(e\varepsilon S)} - \frac{1}{S^2} + \frac{e^2 (\eta^2 - \varepsilon^2)}{3} \right] \quad (1)$$

и полученного Ритусом [8] двухпетлевого члена $L^{(2)}$ к лагранжевой функции постоянного поля $L_M = (\varepsilon^2 - \eta^2)/2$. В выражении (1)

* Прямое вычисление двухпетлевых вкладов для ПО и $\Gamma^{(n)}$ связано с большими трудностями и поэтому к настоящему времени получена лишь массовая радиационная поправка к ПО для случая скрещенного поля при $k^2 = 0$ [9]. Исследование асимптотик по F многопетлевых вкладов в $\Gamma^{(n)}$ проведено в работе [10] с точки зрения ренормализационной группы.

$$\eta = (\sqrt{F^2 + G^2} + F)^{1/2}, \quad \varepsilon = (\sqrt{F^2 + G^2} - F)^{1/2} \quad (2)$$

есть напряженности магнитного и электрического полей в системе, где они параллельны,

$$F = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 = \frac{1}{2} (H^2 - E^2), \quad G = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}^* = \mathbf{E} \mathbf{H},$$

$$F_{\mu\nu}^* = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}.$$

С другой стороны, такой подход позволяет исследовать физически интересные процессы с мягкими фотонами в асимптотике сильного магнитного поля $H \gg m^2/e$ (m — масса, e — заряд электрона).

Разделы 3, 4 посвящены конкретному вычислению соответственно ПО и трехфотонной вершины для областей слабых ($F \ll F_{\text{кр}} \sim m^2/e$) и сильных ($F \gg F_{\text{кр}}$) полей для случая внешнего поля с инвариантом $G = 0$, включающего: скрещенное ($F = 0$), чисто магнитное ($F > 0$) или электрическое ($F < 0$) поля. В целях иллюстрации в Приложении формулы связи ПО с величиной L получены также с другой точки зрения. Здесь распространение мягких фотонов во внешнем поле описывается как распространение слабых ЭМ волн в «среде». Такой подход был использован в [4, 11] для нахождения показателя преломления вакуума в поле, что соответствовало вычислению ПО для случая реальных фотонов ($k^2 = 0$).

2. Низкоэнергетическая теорема для вершин

В этом разделе мы получим связь n -фотонных вершин $\Gamma^{(n)}$ квантовой электродинамики (КЭ) в постоянном произвольном поле $F_{\mu\nu} \equiv F$:

$$\Gamma^{(n)} \equiv \Gamma_{\{\mu_i\}}^{(n)}(\{k_i\}, F), \quad \sum_{i=1}^n k_i = 0 \quad (3)$$

с эффективным лагранжианом $L(F)$, исходя из функционального формализма для эффективного действия [12]. Здесь k_i — совокупность импульсов n фотонов, μ_i — соответствующая совокупность векторных индексов, $i = 1, \dots, n$; в определении $\Gamma^{(n)}$ выделена δ -функция закона сохранения 4-импульса фотонов $(2\pi)^4 \delta(\sum_{i=1}^n k_i)$, который имеет место в случае постоянного внешнего поля.

Эффективное действие $\Gamma(f, F)$ в КЭ с внешним полем, которое здесь вводится в виде добавочного члена в лагранжиане $L^{\text{ext}} = j_\mu A_\mu$, где A_μ — вектор-потенциал, отвечающий внешнему полю $F_{\mu\nu}$, и $f \equiv f_{\mu\nu}(p) = i(p_\mu a_\nu(p) - p_\nu a_\mu(p))$ — «классическое» поле, соответствующее потенциалу a_μ , j_μ — квантованный ток электронов, является производящим функционалом для вершинных функций $\Gamma^{(n)}$:

$$(2\pi)^4 \delta\left(\sum_{i=1}^n k_i\right) \Gamma_{\{\mu_i\}}^{(n)}(\{k_i\}, F) = i^n \frac{\partial^n \Gamma(f, F)}{\partial a_{\mu_1}(k_1) \cdots \partial a_{\mu_n}(k_n)} \Big|_{f=0} = \\ = 2^n (k_{1\mu_1} \cdots k_{n\mu_n}) \Gamma_{\{\mu_i\}}^{(n)}(\{k_i\}, F). \quad (4)$$

Соответственно $\gamma^{(n)}$ определяются как функциональные производные величины Γ n -порядка по тензору напряженности $f_{\alpha_i \mu_i}$ при $f = 0$.

Эффективное действие обладает свойством

$$\Gamma(f, F) = \Gamma(f + F), \quad (5)$$

а функциональное разложение через вершины $\gamma^{(n)}$ имеет следующий вид:

$$\Gamma(f + F) = \sum_n \frac{1}{n!} \int \prod_{i=1}^n d^4 k_i f_{\mu_i \alpha_i}(k_i) \gamma_{\{\mu_i \alpha_i\}}^{(n)}(\{k_i\}, F). \quad (6)$$

Как нетрудно видеть из (6), разложение вершин $\gamma^{(n)}(\{k_i\}, F) = \gamma^{(n)}(0, F) + \dots$ в окрестности нулевых импульсов соответствует разложению функционала $\Gamma = \Omega L(f + F) + \dots$ около постоянных значений функций $f_{\mu\nu}^c \equiv \int f_{\mu\nu}(k) d^4 k$ и с помощью соотношения (5) приходим к связи

$$\gamma_{\{\mu_i \alpha_i\}}^{(n)}(0, F) = (\Omega/2^n) \partial^n L(F) / \partial F_{\mu_1 \alpha_1} \dots \partial F_{\mu_n \alpha_n},$$

где Ω — 4-объем. Таким образом, в низкоэнергетическом пределе $k_i \ll m$ зависимость вершин от импульсов выделяется и получаем

$$\Gamma_{\{\mu_i\}}^{(n)}(\{k_i\}, F)|_{k_i \rightarrow 0} = (k_{\mu_1} \dots k_{\mu_n}) \frac{\partial^n L(F)}{\partial F_{\mu_1 \alpha_1} \dots \partial F_{\mu_n \alpha_n}}. \quad (7)$$

В частности, для функции Грина фотона, которая выражается через $\Gamma^{(2)}$ [13]:

$$D_{\mu\nu}^{-1}(k, F) = \Gamma_{\mu\nu}^{(2)}(k, F),$$

эта формула дает

$$D_{\mu\nu}^{-1}(k, F) = k_\alpha k_\beta \partial^2 L(F) / \partial F_{\mu\alpha} \partial F_{\nu\beta}. \quad (8)$$

3. Поляризационный оператор

Перенормированный ПО в поле $F_{\mu\nu}$

$$\Pi_{\mu\nu}(k, k', F) = (2\pi)^4 \delta(k - k') \Pi_{\mu\nu}(k, F)$$

связан с функцией Грина фотона следующим образом:

$$D_{\mu\nu}^{-1}(k, F) = k^2 \delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu - a \Pi_{\mu\nu}(k, F) \quad (9)$$

и является калибровочно инвариантной функцией непосредственно $F_{\mu\nu}$; $k^2 = \mathbf{k}^2 - k_0^2$, $a = e^2/4\pi$.

При $G = 0$ для ПО справедливо следующее представление [3], вытекающее из общих свойств релятивистской, градиентной и зарядовой инвариантности теории,

$$\Pi_{\mu\nu} = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) P_1 + \frac{\varphi_\mu^* \varphi_\nu^*}{\varphi^2} P_2 + \frac{\varphi_\mu \varphi_\nu}{\varphi^2} P_3, \quad (10)$$

где

$$\varphi_\mu = F_{\mu\nu} k_\nu, \quad \varphi_\mu^* = F_{\mu\nu}^* k_\nu, \quad (11)$$

$P_i = P_i(k^2, \sqrt{F}, \varphi, m, e)$ ($i = 1, 2, 3$) — скалярные функции, зависящие от кинематического (k^2), полевого ($\sqrt{F}$) и смешанного ($\varphi = \sqrt{(F_{\mu\nu} k_\nu)^2}$) инвариантов.

В неинвариантной форме записи параметр φ имеет следующий вид: для скрещенного поля $\varphi = |\mathbf{k}| E (1 - \cos \gamma)$, где γ — угол между векторами $\mathbf{k}$ и $[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$; для чисто магнитного поля $\varphi = |\mathbf{k}| H \sin \rho$, где ρ — угол между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}$. При $F \rightarrow 0$ амплитуды $P_2, 3$ исчезают и (10) переходит в ПО фотона в вакууме

$$\Pi_{\mu\nu}(k, 0) = (k^2 \delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu) \pi(k^2/m^2, \alpha),$$

где

$$\pi(k^2/m^2, \alpha) = P_1|_{F \rightarrow 0}/k^2.$$

Переходя в (8) к инвариантам F и G , в интересующем нас случае внешнего поля с $G = 0$ для низкоэнергетического предела функций P_i , обозначаемых той же буквой, из (9) и (10) получаем

$$P_1 = \frac{k^2}{\alpha} \frac{\partial}{\partial F} (L - L_M)|_{G \rightarrow 0}, \quad P_2 = \frac{\varphi^2}{\alpha} \frac{\partial^2 L}{\partial G^2}|_{G \rightarrow 0}, \quad P_3 = \frac{\varphi^2}{\alpha} \frac{\partial^2 L}{\partial F^2}|_{G \rightarrow 0}, \quad (12)$$

где $L_M = -F$ — лагранжиан Максвелла. Нужно отметить, что в этом предельном случае вакуумный вклад $\pi = 0$ и, как следует из (12), $P_1|_{F \rightarrow 0} = 0$.

Формулы (12) позволяют вычислять P_i в двухпетлевом приближении ($P_i = P_i^{(1)} + P_i^{(2)}$) через известный в настоящее время эффективный лагранжиан в двухпетлевом приближении $L = L_M + L^{(1)} + L^{(2)}$ [8].

Вначале рассмотрим область слабых полей $F \ll F_{кр}$, воспользовавшись следующими разложениями по степеням $F/F_{кр}$ лагранжиана:

$$L^{(1)} = \frac{2\alpha^2}{45 m^4} (4F^2 + 7G^2) - \frac{16\alpha^3 \pi}{315 m^8} (16F^3 + 26G^2 F) + \dots, \quad (13)$$

$$L^{(2)} = \frac{\alpha^3}{\pi m^4} \left(\frac{64}{81} F^2 + \frac{263}{126} G^2 \right) + \dots \quad (14)$$

Приведем выражения для случая скрещенного поля:

$$P_1 = 0,$$

$$P_2^{(1)} + P_2^{(2)} = -\frac{7}{45} m^2 \chi^2 \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} \frac{263 \cdot 45}{162 \cdot 14} \right), \quad (15)$$

$$P_3^{(1)} + P_3^{(2)} = -\frac{4}{45} m^2 \chi^2 \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} \frac{360}{81} \right),$$

где $\chi = e\varphi/m^3$ — общепринятый параметр, из которых видно, что однопетлевые вклады совпадают с известными [2].

Область $F \gg F_{кр}$ мы рассмотрим для случая сильного магнитного поля $H \gg m^2/e$, так как приближение $k \ll m$ автоматически приводит к малости параметра $e\varphi/m^3$, от которого зависят процессы в скрещенном по-

ле, по сравнению с полевым инвариантом $\varphi/m\sqrt{F} \ll 1$. Учитывая, что случаю чисто магнитного поля соответствует выбор переменных $\eta = H$, $\varepsilon = 0$ и что

$$\left. \frac{\partial L}{\partial F} \right|_{G \rightarrow 0} = 2 \left. \frac{\partial L}{\partial F^2} \right|_{\eta=H, \varepsilon=0}, \quad \left. \frac{\partial^2 L}{\partial F^2} \right|_{G \rightarrow 0} = 4 \left. \frac{\partial^2 L}{\partial (\eta^2)^2} \right|_{\eta=H, \varepsilon=0},$$

$$\left. \frac{\partial^2 L}{\partial G^2} \right|_{G \rightarrow 0} = \frac{2}{\eta^2} \left(\frac{\partial L}{\partial \eta^2} + \frac{\partial L}{\partial \varepsilon^2} \right) \Big|_{\eta=H, \varepsilon=0},$$

воспользуемся асимптотическим при $e\eta \gg m^2$ выражением (1), в котором при $\varepsilon \ll m^2$ оставлены также члены порядка ε^2 :

$$L_{as}^{(1)}(\eta, \varepsilon) = \frac{\alpha \eta^2}{6\pi} \left(\ln \frac{e\eta}{\gamma \pi m^2} + \frac{6}{\pi^2} \zeta'(2) \right) + \frac{\alpha \varepsilon^2}{6\pi} \left(\ln \frac{m^2}{2e\eta} + \frac{e\eta}{m^2} + c \right). \quad (16)$$

Здесь $\gamma = e^c$, $c = 0,577 \dots$ — постоянная Эйлера, $\zeta(x)$ — дзета-функция.

Асимптотику (16) можно получить, воспользовавшись разложением (1) при $\varepsilon/\eta \rightarrow 0$

$$L^{(1)}(\eta, \varepsilon) = L^{(1)}(\eta, 0) + \varepsilon^2 \left. \frac{\partial L^{(1)}}{\partial \varepsilon^2} \right|_{\varepsilon \rightarrow 0} + \dots,$$

где

$$\left. \frac{\partial L^{(1)}}{\partial \varepsilon^2} \right|_{\varepsilon \rightarrow 0} = \frac{e^2}{24m^2} \int_0^\infty dt \exp\left(-\frac{im^2 t}{e\eta}\right) (\operatorname{ctg} t - t^{-1}) =$$

$$= \frac{\alpha}{6\pi} \left[\ln \frac{m^2}{2e\eta} + \frac{e\eta}{m^2} - \psi\left(1 + \frac{m^2}{2e\eta}\right) \right],$$

$$\psi(x) = d \ln \Gamma(x) / dx,$$

$\Gamma(x)$ — функция Эйлера. При $e\eta \gg m^2$, используя известную асимптотику для $L_{as}^{(1)}(\eta, 0)$ и учитывая, что $\psi\left(1 + \frac{x}{2}\right) \Big|_{x \rightarrow 0} = -c + \frac{\pi^2}{12}x + \dots$, действительно получаем (16).

Из формул (12) для асимптотик функций $P_i^{(1)}$ при $k \ll m$, $eH \gg m^2$ получаем*

$$P_{1,as}^{(1)} = \frac{k^2}{\pi} \left(\frac{1}{3} \ln \frac{eH}{m^2} + b_1 \right), \quad P_{3,as}^{(1)} = \frac{k^2}{3\pi} \sin^2 \rho, \quad (17)$$

$$P_{2,as}^{(1)} = \frac{k^2}{3\pi} \sin^2 \rho \left(\frac{eH}{m^2} + b_2 \right),$$

* В работе [5] ПО в магнитном поле выражены через скалярные функции χ_i , связанные с P_i следующим образом: $\chi_1 = \alpha P_1$, $\chi_3 = \alpha P_1 + \alpha P_3$, $\chi_2 = \alpha [P_1 + (\varphi^*)^2 P_2 / \varphi^2]$. Из (17) с точностью до постоянных по H членов получаем $\chi_{1,as}^{(1)} \simeq \chi_{3,as}^{(1)} \simeq \frac{\alpha k^2}{3\pi} \ln \frac{eH}{m^2}$, что совпадает с результатами [5], полученными обычным путем.

где

$$b_1 = \frac{2}{\pi^2} \zeta'(2) - \frac{1}{3} \ln \gamma \pi + \frac{1}{6}, \quad b_2 = \frac{6}{\pi^2} \zeta'(2) - \ln 2 \pi + \frac{1}{2}.$$

Аналогично с помощью двухпетлевой асимптотики

$$L_{as}^{(2)}(\gamma, 0) = \frac{\alpha^2 \gamma^2}{8 \pi^2} \left(\ln \frac{e \gamma}{\gamma \pi m^2} + 4a \right), \quad (18)$$

где постоянная $a = 0,878572...$ вычислена во второй работе [8] путем численного интегрирования, получаем

$$P_{1,as}^{(2)} = \frac{\alpha k^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{4} \ln \frac{e H}{m^2} + a_1 \right), \quad (19)$$

где

$$a_1 = \frac{1}{8} + a - \frac{1}{4} \ln \gamma \pi.$$

Как видно из выражений (17) и (19), асимптотики $P_{1,as}^{(1,2)}$ по структуре совпадают соответственно с первыми членами разложения по α обычного вакуумного ПО в асимптотике $k^2 \gg m^2$. Совпадают также коэффициенты при логарифмах, которые являются первыми коэффициентами разложения по α ($\beta_1 = 1/3\pi$, $\beta_2 = 1/4\pi^2$) известной функции Каллана-Симанзика $\beta(\alpha)$ (более подробно эта связь с точки зрения ренормализационной группы будет рассмотрена в другой работе).

4. Трехфотонная вершина

В этом разделе рассматривается трехфотонная вершина $\Gamma_{\mu_1 \mu_2 \mu_3}(k_1, k_2, k_3, F)$ для реальных фотонов $k_1^2 = k_2^2 = k_3^2 = 0$ в случае $G = 0$. Соответствующая амплитуда описывает процесс расщепления фотона на два фотона в скрещенном или магнитном полях. Вершина содержит две инвариантные амплитуды и в пространстве векторов φ_μ , φ_μ^* , определяющих поляризационные состояния фотонов, имеет следующий вид [6]:

$$\Gamma_{\mu_1 \mu_2 \mu_3}(k_1, k_2, k_3, F) = \delta(k_1 + k_2 + k_3) \left\{ \frac{\varphi_{\mu_1}^{(1)} \varphi_{\mu_2}^{(2)} \varphi_{\mu_3}^{(3)}}{\varphi^{(1)} \varphi^{(2)} \varphi^{(3)}} C_1(k_1, k_2, k_3, F) + \right. \\ \left. + \sum_{\text{сим.}} \frac{\varphi_{\mu_1}^{(1)} \varphi_{\mu_2}^{(2)*} \varphi_{\mu_3}^{(3)*}}{\varphi^{(1)} \varphi^{(2)} \varphi^{(3)}} C_2(k_1, k_2, k_3, F) \right\}, \quad (20)$$

где Σ означает симметризацию по всевозможным перестановкам фотонов, векторы $\varphi_\mu^{(i)}$ соответствуют импульсам k_i согласно (11). Условия

$k_i^2 = 0$, $k_1 + k_2 + k_3 = 0$ означают, что импульсы k_i коллинеарны:

$$k_1 \equiv k, \quad k_2 = -\theta k, \quad k_3 = -(1 - \theta)k,$$

где $\theta = -\omega_2/\omega_1$, ω — энергия фотона.

Переходя в формуле (7) при $n = 3$ к инвариантам F и G , для низкоэнергетического предела амплитуд C_1 и C_2 получаем

$$C_1 = \theta(1-\theta) \varphi^3 \frac{\partial^3 L}{\partial F^3} \Big|_{G \rightarrow 0}, \quad C_2 = \theta(1-\theta) \varphi^3 \frac{\partial^3 L}{\partial F \partial G^2} \Big|_{G \rightarrow 0}. \quad (21)$$

В однопетлевом приближении для области $F \ll F_{кр}$ вклад в амплитуду дает член порядка α^2 в разложении (13). Для случая скрещенного поля получаем следующие результаты:

$$C_1^{(1)} = -\theta(1-\theta) \chi^3 m \frac{8e^3}{105\pi^2}, \quad C_2^{(1)} = -\theta(1-\theta) \chi^3 m \frac{13e^3}{315\pi^2}, \quad (22)$$

которые совпадают с известными [4, 6]. В случае магнитного поля в выражениях (22) нужно положить $\chi = (e|\mathbf{k}|H/m^3)\sin\rho$.

В асимптотике сильного магнитного поля, воспользовавшись выражением (16) и переходя к переменным η, ε :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 L}{\partial F^3} \Big|_{G \rightarrow 0} &= 2^3 \frac{\partial^3 L}{\partial (\eta^2)^3} \Big|_{\eta=H, \varepsilon \rightarrow 0}, \\ \frac{\partial^3 L}{\partial F \partial G^2} \Big|_{G \rightarrow 0} &= 4 \frac{\partial}{\partial \eta^2} \left[\frac{1}{\eta^2} \left(\frac{\partial L}{\partial \eta^2} + \frac{\partial L}{\partial \varepsilon^2} \right) \right] \Big|_{\eta=H, \varepsilon \rightarrow 0}, \end{aligned}$$

в однопетлевом приближении получаем

$$C_1^{(1)} = -\frac{2\alpha}{3\pi} \theta(1-\theta) \frac{|\mathbf{k}|^3}{H} \sin^3 \rho, \quad (23)$$

$$C_2^{(1)} = -\frac{\alpha}{3\pi} \theta(1-\theta) |\mathbf{k}|^3 \sin^3 \rho \left(\frac{e}{m^2} + \frac{2b_2}{H} \right). \quad (24)$$

В двухпетлевом приближении ограничимся приведением выражения для $C_1^{(2)}$:

$$C_1^{(2)} = -\frac{\alpha^2}{4\pi^2} \theta(1-\theta) \frac{|\mathbf{k}|^3}{H} \sin^3 \rho. \quad (25)$$

Этот предельный случай мягких фотонов и сильного магнитного поля в работах [4, 6] не рассматривался.

Как было отмечено в [8], а также можно усмотреть из формул (13), (14) и (16), (18), независимо от величины поля $L^{(2)} \sim \alpha L^{(1)}$. Из формул (12) и (21) следует, что аналогичная ситуация имеет место и для ПО и трехфотонной вершины.

В заключение автор выражает благодарность Б. Л. Воронову и В. И. Ритусу за обсуждения и ценные советы.

Приложение

Исходим из уравнения для поля $\Phi_{\mu\nu}(x) = F_{\mu\nu} + f_{\mu\nu}(x)$, являющегося суперпозицией постоянного $F_{\mu\nu}$ и волнового $f_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$, $a_\mu = \zeta_\mu e^{ikx}$ полей [11],

$$\partial_\alpha \left(\frac{\partial L}{\partial F_\Phi} \Phi_{\mu\nu} + \frac{\partial L}{\partial G_\Phi} \Phi_{\mu\nu}^* \right) = 0,$$

$$F_{\Phi} = \frac{1}{4} \Phi_{\mu\nu}^2, \quad G_{\Phi} = \frac{1}{4} \Phi_{\mu\nu} \Phi_{\mu\nu}^*,$$

следующего, например, из вариационного принципа для действия с $L(F_{\Phi}, G_{\Phi})$.

Линеаризуя это уравнение по полю $f_{\mu\nu}$, которое пропорционально k , для вектора-потенциала a_{μ} получаем уравнение

$$\left[\frac{\partial L}{\partial F} (k^2 \delta_{\mu\nu} - k_{\mu} k_{\nu}) + \frac{\partial^2 L}{\partial G^2} \varphi_{\mu}^* \varphi_{\nu}^* + \frac{\partial^2 L}{\partial F^2} \varphi_{\mu} \varphi_{\nu} + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 L}{\partial F \partial G} (\varphi_{\mu}^* \varphi_{\nu} + \varphi_{\mu} \varphi_{\nu}^*) \right] a_{\nu}(k) = 0.$$

Для случая $G = 0$ используя условие

$$(\partial^2 L / \partial F \partial G)|_{G=0} = 0,$$

которое легко понять, если учесть, что эта величина является псевдоскаляром, выражающимся через G , и вследствие своей конечности обращается в нуль вместе с G , приходим к уравнению, описывающему распространение трех мод слабых ЭМ волн в «среде»,

$$[k^2 \delta_{\mu\nu} - k_{\mu} k_{\nu} - a \Pi_{\mu\nu}(k, F)] a_{\nu}(k) = 0,$$

где ПО дается формулами (10) и (12).

Институт физических исследований
АН Арм. ССР

Поступила 4.IX.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Е. Баталин, А. Е. Шабад. ЖЭТФ, 60, 894 (1971).
2. Н. Б. Нарожный. ЖЭТФ, 55, 714 (1968).
3. V. I. Ritus. Ann. Phys., 69, 555 (1972).
4. S. L. Adler. Ann. Phys., 67, 599, (1971).
5. A. E. Shabad. Ann. Phys., 90, 166 (1975).
- А. Е. Шабад. Краткие сообщения по физике, 3, 13 (1976).
6. В. О. Папанян, В. И. Ритус. ЖЭТФ, 61, 2231 (1971); 65, 1756 (1973).
7. W. Hetsenberger, H. Euler. Zs. Phys., 98, 714 (1936).
- J. Schwinger. Phys. Rev., 82, 664 (1951).
8. В. И. Ритус. ЖЭТФ, 69, 1517 (1975); 73, 807 (1977).
9. Д. А. Морозов, Н. Б. Нарожный. ЖЭТФ, 72, 44 (1977).
10. Б. А. Воронов, Г. Ю. Крючков. ТМФ, 41, № 1 (1979).
- Z. Bialynicka-Birula, I. Bialynicka-Birula. Phys. Rev., D2, 2341 (1970).
12. S. Coleman, E. Weinberg. Phys. Rev., D7, 1888 (1973).
13. G. Jona-Lasinio. Nuovo Cim., 34, 1790 (1964).

ՎԱԿՈՒՈՒՄԻ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՑԱՄԻ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՍԱՀՄԱՆՈՐ
ՈՒԺԵՂ ԴԱՇՏՈՒՄ

Դ. ՅԱՆ. ԿՐՅՈՒՉԿՈՎ

Ցույց է տրված, որ արտաքին հաստատուն դաշտում բվանտային էլեկտրադինամիկայում ֆառոնային դազաթեորը ցածր էներգիաների սահմանային դեպքում արտահայտվում են էֆեկ-

տիվ լազրանթիանի միջոցով: Օգտագործելով այդ կապը, հաշված են բեռնացման օպերատորը և եռաֆոտոնային դադաթը թույլ և ուժեղ ինչպես խաչված այնպես և մազնիսական արտաքին դաշտերի դեպքում:

LOW-ENERGY LIMIT OF VACUUM POLARIZATION IN AN INTENSE FIELD

G. Yu. KRYUCHKOV

It is shown, that in the low-energy limit the photon vertices of quantum electrodynamics in an external constant field are expressed through the effective Lagrangian. Using these relations the polarization operator and three-photon vertex for the cases of soft photons is calculated in the asymptotics of weak crossed fields as well as of weak and strong magnetic field.