

О ВОЗМОЖНОСТИ ЗАПИСИ РЕНТГЕНОВСКОЙ
КОРОТКОВОЛНОВОЙ ГОЛОГРАММЫ

А. М. ЕГИАЗАРЯН, П. А. БЕЗИРГАНЯН

Теоретически оценена комплексная степень поперечной когерентности γ_{12} рентгеновского излучения, дифрагированного в идеальном поглощающем кристалле по Лауэ. На основе общего решения уравнений Такаги изучено влияние кристалла-анализатора рентгеновского трехблочного интерферометра на падающее интерференционное поле. Показано, что интерферограмма, записанная в таком интерферометре, в рассматриваемом случае является голограммой соответствующей предметной волны.

Осуществление рентгеновской голографии откроет новые перспективы перед голографической микроскопией. Решение ее проблем также даст возможность восстановить фазу рентгеновской волны, которая безвозвратно теряется в рентгеновских топограммах. Однако в последнее время высказываются сомнения о возможности распространения голографического метода восстановления волнового фронта на область рентгеновских лучей с целью получения разрешений порядка $1 \text{ \AA}$. Это обусловлено специфическими трудностями, которые возникают при резком уменьшении длины волны излучения.

Основными трудностями являются: а) отсутствие источников когерентного излучения рентгеновских лучей; б) недостаточная разрешающая способность регистрирующих материалов; в) невозможность концентрации энергии рентгеновских лучей на малом объеме исследуемого материала.

Тем не менее некоторым авторам удалось получить рентгеновские голограммы с низкой контрастностью с использованием известных схем оптической голографии. По осевой схеме были записаны голограммы Фраунгофера [1—3] одномерных, двумерных и трехмерных микрообъектов. С разделением пучков зеркалом Ллойда [6, 7] и по схеме безлинзовой голографии Фурье [4, 5] были получены голограммы одномерных и двумерных микрообъектов. В этих работах для записи голограмм применялись характеристическое AlK_{α} ($\lambda_0 = 8,34 \text{ \AA}$), BeK_{α} , CK_{α} и синхротронное ($\lambda_0 = 60 \text{ \AA}$) излучения, а восстановление изображений проводилось излучением $He-Ne$ -лазера ($\lambda_1 = 6328 \text{ \AA}$). Изображения с соответствующим увеличением, пропорциональным величине λ_1/λ_0 , имели пространственное разрешение порядка микрона.

Исходя из этих скромных достижений рентгеновской голографической микроскопии, авторы работы [8] предложили схему рентгеновского интерференционного микроскопа, в котором микрообъект освещается дифракционно-сфокусированным полихроматическим излучением. Однако предлагаемая оценка [9] разрешающей способности выдвинутой схемы нуж-

дается в более четком теоретическом обосновании. В изобретениях [10, 11] предложены специальные схемы рентгеноголографического микроскопа для исследования микроструктур в поглощающем совершенном кристалле монохроматизированным излучением. К сожалению в этих схемах не учтены недостаточная временная когерентность излучения [10] и недостаточная разрешающая способность регистрирующих материалов [11], что лишает их практической ценности.

В связи с четкой формулировкой требований, предъявляемых в голографии к когерентным характеристикам источников, решение проблем рентгеновской голографии становится актуальной задачей. При дифракции в идеальном кристалле одновременно увеличиваются пространственная и временная когерентности рентгеновского излучения. В наших теоретических работах [12, 13] на основе расчетов функции комплексной степени пространственной когерентности оценены когерентные характеристики дифрагированного в рентгеновском резонаторе излучения. Рассмотрен также вопрос о применении резонированного излучения для записи голограмм микрообъектов по осевой схеме.

В настоящей работе рассчитана комплексная степень поперечной когерентности γ_{12} рентгеновского излучения, дифрагированного в идеальном поглощающем лауэ-кристалле, и оценен радиус области его когерентности (индексы 1 и 2 относятся к рассматриваемым точкам). На основе использования общего решения [14] уравнений Такаги, описывающих распространение рентгеновской волны в идеальном кристалле, изучено влияние кристалла-анализатора A интерферометра, описанного Бонзе и Хартом [15], на падающее интерференционное поле. Показано, что интерферограмма, записанная в таком интерферометре, является голограммой соответствующей предметной волны, когда $\mu t_s \gg 1$, где μ — коэффициент линейного поглощения кристалла, а t_s — толщина кристалла-разделителя интерферометра.

1. О когерентности излучения, дифрагированного в кристалле по Лауэ

Рассмотрим образец совершенного лауэ-кристалла с $\mu t \gg 1$ (t — толщина образца) и с плоско-параллельными гранями, ориентированный по одному из брэгговских положений относительно падающего на него излучения, амплитуда которого равна $\varphi_0^i(\mathbf{r})$ (см. рис. 1). Координатные оси x и z выбраны соответственно параллельно и перпендикулярно к поверхности входной грани так, что плоскость падения совпадает с плоскостью xz . Квазиамплитуды выходящих из кристалла волн в направлениях 0 и h определяются общим решением телеграфного уравнения [14] с соответствующими функциями Римана G_0 и G_h :

$$\begin{aligned}\psi_{00}(\mathbf{r}_e) &= \int_{A_0} \psi_0(\mathbf{r}_0) G_0(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0, \\ \psi_{0h}(\mathbf{r}_e) &= \int_{A_0} \psi_0(\mathbf{r}_0) G_h(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0,\end{aligned}\tag{1}$$

где интегрирование проводится по поверхности входной грани кристалла A_0 , индексы 0 и e при радиус-векторе относятся соответственно к входной и выходной граням

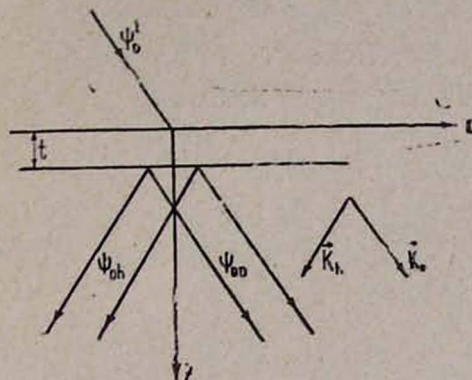


Рис. 1. Взаимная ориентация падающей и выходящих волн относительно кристаллического образца.

$$\psi_0(\mathbf{r}_0) = \psi_0^i(\mathbf{r}_0) \exp[-i(\mathbf{k}_0^i - \mathbf{K}_0) \mathbf{r}_0]$$

определяется из условий непрерывности волновой функции на поверхности A_0 , $\mathbf{k}_0^i$ — волновой вектор падающей волны в вакууме, а $\mathbf{K}_0$ — волновой вектор волны, проходящей через кристалл.

При распространении в совершенном кристалле расщепление модуля волнового вектора $\Delta K_0 \sim 10 \text{ мкм}^{-1}$. Поэтому можно утверждать, что

длина когерентности Δl выходящего из совершенного кристалла излучения порядка 10 мкм. Выходную грань кристалла будем рассматривать как новый источник излучения, отдельные элементы которого (с размерами, малыми по сравнению со средней длиной волны) излучают с амплитудами $|\psi_{00}(\mathbf{r}_e)|$ и $|\psi_{0h}(\mathbf{r}_e)|$ в соответствующих направлениях.

Определим пространственную когерентность в двух точках $p_1(x_1)$ и $p_2(x_2)$ плоскости, расположенной на расстоянии $R \gg t$ от поверхности A_e выходной грани кристалла, при условии $|x_2 - x_1| \ll \Delta l$. Считая, что возбуждения в точках $p_1(x_1)$ и $p_2(x_2)$, создаваемые вышеупомянутыми элементами, взаимно некогерентны, определим комплексную степень когерентности $\gamma_{12}(x_1, x_2)$, используя теорему Ван-Циттерта-Цернике [46]. Заметим, что условие $R \gg t$ обеспечивает пространственное разделение дифрагированных пучков, распространяющихся в направлениях 0 и h , если только их поперечные размеры порядка t . Когда p_1 и p_2 расположены в пучке, распространяющемся в направлении h , то

$$\gamma_{12}^h = \int_{A_e} I^h(\mathbf{r}_e) \frac{\exp[ik_h(r_2 - r_1)]}{r_2 r_1} d\mathbf{r}_e / \sqrt{I^h(p_1)} \sqrt{I^h(p_2)}; \quad (2a)$$

соответственно имеем

$$\gamma_{12}^0 = \int_{A_e} I^0(\mathbf{r}_e) \frac{\exp[ik_0(r_2 - r_1)]}{r_2 r_1} d\mathbf{r}_e / \sqrt{I^0(p_1)} \sqrt{I^0(p_2)}, \quad (2б)$$

где $k_0 = k_h = |\mathbf{k}_0^i|$, $I^0(p_1)$, $I^0(p_2)$, $I^h(p_1)$, $I^h(p_2)$ — соответствующие суммарные интенсивности в точках p_1 и p_2 , $I^0(\mathbf{r}_e) = |\psi_{00}(\mathbf{r}_e)|^2$, $I^h(\mathbf{r}_e) = |\psi_{0h}(\mathbf{r}_e)|^2$, а r_1 и r_2 — расстояния точек p_1 и p_2 от точки на поверхности A_e с радиус-вектором $\mathbf{r}_e$.

В случае, когда поперечные размеры падающего на кристалл пучка меньше или порядка t , основной вклад в интегралы (2а) и (2б) дают элементы выходной грани с радиус-векторами, меняющимися по модулю в пределах величины порядка t . Имея в виду, что

$$r_1 = [R^2 + (x_e - x_1)^2]^{1/2}, \quad r_2 = [R^2 + (x_e - x_2)^2]^{1/2},$$

при дополнительном условии $R \gg [k_0(x_2 - x_1)]^{1/2} t$ находим

$$\gamma_{12}^h = \exp ik_0 \left[\frac{(x_1 - x_2)^2}{2R} + (x_1 - x_2) \sin \theta_B \right] \times \\ \times \int_{\Lambda_e} I^h(\theta) \exp \left[-ik_0 \frac{(x_2 - x_1)(1 + \sin \theta_B \cos \theta_B)}{\cos \theta_B} \theta \right] d\theta \bigg/ \int_{\Lambda_e} I^h(\theta) d\theta, \quad (3)$$

$$\gamma_{12}^0 = \exp ik_0 \left[\frac{(x_1 - x_2)^2}{2R} + (x_1 - x_2) \sin \theta_B \right] \times \\ \times \int_{\Lambda_e} I^0(\theta) \exp \left[-ik_0 \frac{(x_2 - x_1)(1 + \sin \theta_B \cos \theta_B)}{\cos \theta_B} \theta \right] d\theta \bigg/ \int_{\Lambda_e} I^0(\theta) d\theta,$$

где $I^h(\theta)$ и $I^0(\theta)$ — угловые распределения интенсивностей выходящих пучков в соответствующих направлениях, θ — угол отклонения от точного угла Брэгга θ_B .

Согласно теореме о свертке для двухстороннего преобразования Фурье [17], из (1) следует

$$\psi_{00}(r_e) = \psi_{00}(x, z=t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ipx) F^{00}(p) dp, \quad (4)$$

$$\psi_{0h}(r_e) = \psi_{0h}(x, z=t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ipx) F^{0h}(p) dp;$$

здесь $F^{00}(p) = \Phi_0^i(p) F^0(p)$, $F^{0h}(p) = \Phi_0^i(p) F^h(p)$, $\Phi_0^i(p)$ — фурье-образ функции $\psi_0(x, z=0)$, а $F^0(p)$ и $F^h(p)$ — соответственно фурье-образы функций G_0 и G_h .

Если на кристалл падает узкий пучок единичной интенсивности, $\psi_0(r_0) = \psi_0(x, z=0) = \delta(x)$, то $\Phi_0^i(p) \equiv 1$. В рассматриваемом случае из общего решения уравнений Такаги методом преобразований Лапласа [18] находим

$$I^h(\theta) = \left(\frac{K_0 C_{xh}}{2\gamma_h} \right)^2 \bigg/ [\beta^2 + \theta^2 b_{1h}^2], \quad (5)$$

$$I^0(\theta) = [1 - \theta b_{10} / [\beta^2 + \theta^2 b_{10}^2]^{1/2}]^2,$$

где

$$\beta = 2\pi K_0 c (x_h x_h')^{1/2} / (\gamma_0 \gamma_h)^{1/2}, \quad b_{1h} = \pi K_0 \sin 2\theta_B / \gamma_0, \quad b_{10} = \pi K_0 \sin 2\theta_B / \gamma_h,$$

γ_0 и γ_h — направляющие косинусы проходящей и отраженной волн, σ — поляризационный фактор, равный единице для σ -поляризации и $\cos 2\theta_B$ для π -поляризации, γ_h и γ_{-h} — соответствующие компоненты Фурье-разложения поляризуемости.

Из (5) и (3) после ряда упрощений находим

$$|\gamma_{12}^h(x_1, x_2)| = \exp[-\kappa|x_1 - x_2|], \quad (6)$$

где $\kappa = (K_2^2/b_{1h}) \left[\sin \theta_B + \frac{1}{\cos \theta_B} \right]$, т. е. при изменении $|x_1 - x_2|$ в пределах $0 \leq |x_1 - x_2| \leq 1/\kappa$ имеем $|\gamma_{12}^h| \sim 1$. Для излучения MoK_2 и симметричного отражения (220) кристалла кремния $|x_1 - x_2|_{\text{мкс.}} \sim 1/\kappa \sim 1$ мкм.

Анализ подынтегрального выражения γ_{12}^0 показывает, что приведенные оценки справедливы также для $|\gamma_{12}^0|$. Из (6) видно, что радиус области когерентности дифрагированного в кристалле излучения прямо пропорционален его длине волны.

2. Влияние кристалла-анализатора на интерференционное поле

Рассмотрим влияние кристалла-анализатора интерферометра, описанного в [15], на падающее интерференционное поле. Численные оценки в пользу применимости приближения плоской волны для падающего на

интерферометр излучения приведены в монографии [19]. Пусть на поверхность входной грани кристалла-анализатора A (рис. 2) под точным углом Брэгга падают плоская волна $\psi_0^i(r) = a \exp[-ik_0^i r]$ и волна, отличающаяся от плоской на фазу $\varphi(r)$, удовлетворяющую условию

$$|\text{grad } \varphi(r)| \leq 10^3 \text{ см}^{-1}, \quad (7)$$

$$\psi_h^{ii}(r) = a \exp[-ik_0^{ii} r - i\varphi(r)],$$

$$\text{где } |k_0^i| = |k_0^{ii}| = k_0.$$

Интерференционное поле на поверхности A_0 описывается функцией интенсивности

$$\begin{aligned} J(r_0) &= [\psi_0^i(r_0) + \psi_h^{ii}(r_0)] [\psi_0^i(r_0) + \psi_h^{ii}(r_0)]^* = \\ &= 2a^2 [1 + \cos[(k_0^i - k_0^{ii})r_0 - \varphi(r_0)]]. \end{aligned} \quad (8)$$

Очевидно, что $J(r_0)$ представляет собой частотную модуляцию интенсивности высокой частоты $(k_0^i - k_0^{ii})r_0$ по низкой частоте $\varphi(r_0)$.

Комплексные амплитуды $\psi_{0h}(\mathbf{r}_e)$ и $\psi_{hh}(\mathbf{r}_e)$ интерферирующих волн, распространяющихся в направлении h , определим из общего решения уравнений Такаги методом преобразований Лапласа [18]:

$$\psi_{0h}(\mathbf{r}_e) = \exp[-i\mathbf{K}_h\mathbf{r}_e] \left\{ \frac{iK_0 c_h^*}{2\gamma_h} \int_{c_0-i\infty}^{c_0+i\infty} dp \Phi_{00}(p) \frac{\exp[p(x-at)]}{\sqrt{\beta^2 - p^2 b^2}} \times \right. \\ \left. \times [\exp(i\sqrt{\beta^2 - p^2 b^2}t) - \exp(-i\sqrt{\beta^2 - p^2 b^2}t)] \right\}, \quad (9)$$

$$\psi_{hh}(\mathbf{r}_e) = \frac{1}{2\pi i} \exp[-i\mathbf{K}_h\mathbf{r}_e] \int_{c_0-i\infty}^{c_0+i\infty} dp \Phi_{hh}(p) \frac{[ipb + \sqrt{\beta^2 - p^2 b^2}]}{\sqrt{\beta^2 - p^2 b^2}} \times \\ \times \exp[p(x-at)] [\exp(i\sqrt{\beta^2 - p^2 b^2}t) - \exp(-i\sqrt{\beta^2 - p^2 b^2}t)],$$

где $\Phi_{00}(p)$ и $\Phi_{hh}(p)$ — лапласианы функций

$$\psi_{00}(\mathbf{r}_0) = a \exp[-i[(\mathbf{k}_0^i - \mathbf{K}_0)_x x]],$$

$$\psi_{hh}(\mathbf{r}_0) = a \exp\{-i[(\mathbf{k}_0^i - \mathbf{K}_h)_x x + \varphi(x, z=0)]\},$$

определяемых из условий непрерывности волновых функций на поверхности входной грани кристалла, $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_h$ — волновые векторы внутри кристалла в соответствующих направлениях, $|\mathbf{K}_0| = |\mathbf{K}_h| = K_0$,

$$b = \sin 2\theta_B/2\gamma_0\gamma_h, \quad a = \sin(\alpha_0 - \alpha_h)/2\gamma_0\gamma_h, \quad \alpha_0 = \theta_B + \alpha, \quad \alpha_h = \theta_B - \alpha,$$

α — угол асимметрии кристалла.

В рассматриваемом случае $\alpha = 0$ и, следовательно, $a = 0$.

Пусть $\varphi(x, z=0) = a_0 x$ — линейно меняющаяся функция координаты x . Согласно условию, наложенному на $\varphi(x, z)$, $a_0 \leq 10^3$ см⁻¹. Нетрудно убедиться, что

$$\Phi_{00}(ip) = \delta(p + k_{0x}^i - K_{0x}), \quad \Phi_{hh}(ip) = \delta(p + k_{0x}^{ii} - K_{hx} - a_0). \quad (10)$$

Переходя в формулах (9) к преобразованию Фурье и имея в виду (10), получаем

$$\psi_{0h}(\mathbf{r}_e) = c_0 \exp[-ix(k_{0x}^i - K_{0x}) - i\mathbf{K}_h\mathbf{r}_e], \quad (11)$$

$$\psi_{hh}(\mathbf{r}_e) = c_h \exp\{[-ix(k_{0x}^{ii} - K_{hx}) - ia_0 x] - i\mathbf{K}_h\mathbf{r}_e\},$$

где c_0 и c_h — комплексные числа, не влияющие на взаимное расположение интерференционных максимумов. Интенсивность $J^h(\mathbf{r}_e)$ интерференционного поля определим из (11):

$$J^h(\mathbf{r}_e) = [\psi_{0h}(\mathbf{r}_e) + \psi_{hh}(\mathbf{r}_e)][\psi_{0h}(\mathbf{r}_e) + \psi_{hh}(\mathbf{r}_e)]^* = c^0 + c^1 \cos(\alpha_0 x + \varphi_0), \quad (12)$$

где

$$c^0 = |c_0|^2 + |c_h|^2, \quad c^1 = 2|c_0 c_h^*|, \quad \varphi_0 = \arg c_0 c_h^*.$$

Из сопоставления выражений (8) и (12) для интенсивностей интерференционных полей на поверхностях входа и выхода можно заключить,

что кристалл-анализатор играет роль своего рода частотного фильтра интенсивности интерференционного поля, пропуская через себя только низкую частоту его частотной модуляции.

В случае произвольной зависимости $\varphi = \varphi(\mathbf{r}_0)$, удовлетворяющей условию (7), при дифракции в кристалле поверхности постоянной фазы волн ψ_h^{II} и ψ_{hh} не совпадают. Однако представив $\psi_{hh}(\mathbf{r}_e)$ в виде

$$\psi_{hh}(\mathbf{r}_e) = |\psi_{hh}(\mathbf{r}_e)| \exp[-i\mathbf{K}_h \mathbf{r}_e + i\varphi_1(\mathbf{r}_e)],$$

исходя из физических соображений можно утверждать, что функция $\varphi_1(\mathbf{r}_e)$ также удовлетворяет условию (7), $|\text{grad } \varphi_1(\mathbf{r})| \leq 10^3 \text{ см}^{-1}$. Тогда для интенсивности $J^h(\mathbf{r}_e)$ получаем

$$J^h(\mathbf{r}_e) = a^2 + |\psi_{hh}(\mathbf{r}_e)|^2 + 2a|\psi_{hh}(\mathbf{r}_e)| \cos \varphi_1(\mathbf{r}_e). \quad (13)$$

3. Восстановление волнового поля

Имея в виду оценки когерентных характеристик дифрагированного в идеальном кристалле излучения и четкую формулировку требований [20, 21], предъявляемых к источникам, пригодным для голографии, можно утверждать, что интерферограмма, записанная по рассмотренной схеме, является голограммой предметной волны $\psi_{hh}(\mathbf{r}_e)$ (см. [21]). Плоская волна с амплитудой $\psi_{0h}(\mathbf{r}_e)$ служит опорной волной. Восстановление волны ψ_{hh} в оптическом диапазоне можно провести с помощью излучения обычного H_e - N_e -лазера.

Если записанная голограмма проэкспонирована и проявлена таким образом, что рабочий диапазон кривой почернения не выходит за пределы линейного участка характеристической кривой фотоэмульсии, а коэффициент контрастности $\gamma = -2$, то амплитудное пропускание есть

$$t(\mathbf{r}) = J^h(\mathbf{r}).$$

При освещении голограммы плоской волной оптического диапазона благодаря дифракции света на интерференционной картине непосредственно за голограммой образуются волны с амплитудой

$$\psi_{\text{вых.}}(\mathbf{r}) = \exp(-i\mathbf{K}_{\text{оп}}\mathbf{r}) t(\mathbf{r}) = [a^2 + |\psi_{hh}(\mathbf{r})|^2] \exp(-i\mathbf{K}_{\text{оп}}\mathbf{r}) + a|\psi_{hh}(\mathbf{r})| \exp[-i\mathbf{K}_{\text{оп}}\mathbf{r} + i\varphi_1(\mathbf{r})] + a|\psi_{hh}(\mathbf{r})| \exp[-i\mathbf{K}_{\text{оп}}\mathbf{r} - i\varphi_1(\mathbf{r})]. \quad (14)$$

Три слагаемых в выражении (14) соответствуют трем волнам, распространяющимся в разных направлениях с единичными векторами

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{K}_{\text{оп}}}{|\mathbf{K}_{\text{оп}}|}, \quad \mathbf{j} = \frac{\mathbf{K}_{\text{оп}} + \text{grad } \varphi_1(\mathbf{r})}{|\mathbf{K}_{\text{оп}} + \text{grad } \varphi_1(\mathbf{r})|}, \quad \mathbf{k} = \frac{\mathbf{K}_{\text{оп}} - \text{grad } \varphi_1(\mathbf{r})}{|\mathbf{K}_{\text{оп}} - \text{grad } \varphi_1(\mathbf{r})|}.$$

Из условия (7) следует, что в рассматриваемом случае углы между $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{k}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$ — порядка радиана. Следовательно, на расстояниях порядка размеров записанной голограммы дифрагированные волны, соответствующие разным членам выражения (14), пространственно разделяются. Из (14) следует, что образованные дифракцией на голограмме вол-

THE RECORDING OF X-RAY SHORT-WAVE HOLOGRAM

A. M. EGIAZARIAN, P. A. BEZIRGANIAN

The complex power of transverse coherence for X-ray radiation Laue-diffracted in an ideal absorbent crystal is calculated and the radius of its coherence is estimated. Using the Takagi general solution of equations, the effect of analyzer crystal of the interferometer, described by Bonse and Hart, on the incident interference field is studied. It is shown that the interferogram recorded in this interferometer is a hologram of the corresponding subject wave.