

## ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНО СТЫКУ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ С АНИЗОТРОПНОЙ И ИЗОТРОПНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

С. Х. БЕКОВА

Исследовано влияние стыка проводящего экрана и замедляющей полуплоскости на излучение поверхностных волн заряженной частицей, движущейся параллельно этому стыку. Рассмотрение проводится на основе теоремы взаимности.

В теории взаимодействия движущихся источников с замедляющими поверхностями простейшей является задача о взаимодействии точечного источника с бесконечной плоской поверхностью (см., например, [1, 2]). Вместе с тем в любом реальном эксперименте замедляющая плоскость всегда ограничена и края плоскости существенным образом сказываются на излучении. Этот эффект был исследован в работе [3] на примере полубесконечной плоскости с односторонней проводимостью, когда источник поля—заряд—движется параллельно ее краю.

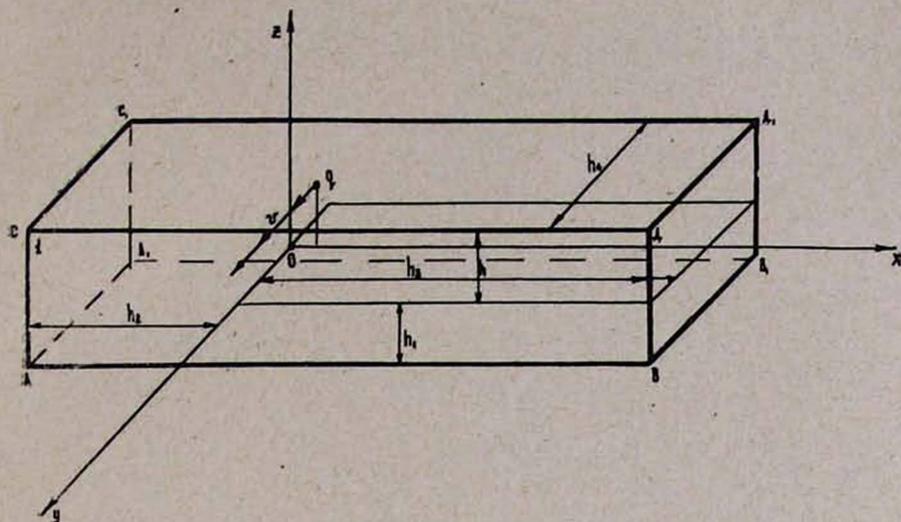
Но в теории замедляющих систем часто приходится рассматривать сочетание проводящего экрана и замедляющей решетки. Для анализа работы подобной замедляющей системы оказывается существенным знать особенности отражения поверхностных волн от стыка решетки с экраном. Поэтому с учетом этих эффектов ниже мы проведем исследование возбуждения поверхностных волн при движении источника параллельно стыку полуплоскостей с анизотропной и изотропной проводимостью.

Пусть идеально проводящий экран занимает область  $z = 0, x < 0$ , а анизотропно проводящая плоскость —  $z = 0, x > 0$ , причем на этой плоскости вектор  $\mathbf{l}_1(\cos\alpha, \sin\alpha, 0)$  задает направление, в котором проводимость  $\sigma = \infty$ , а вектор  $\mathbf{l}_2(-\sin\alpha, \cos\alpha, 0)$  — направление с  $\sigma = 0$  (см. рисунок), где  $\alpha$  — угол наклона направления проводимости замедляющей плоскости к оси  $Ox$ . Параллельно стыку полуплоскостей по траектории, задаваемой соотношениями  $x = x_0, y = vt, z = z_0$ , движется точечный заряд с величиной  $q$ . Фурье-составляющая тока, возбуждаемого зарядом, определяется выражением

$$j_x = \frac{q}{2\pi} \delta(x - x_0) \delta(z - z_0) \exp\left(-i \frac{\omega}{v} y\right). \quad (1)$$

Полное поле движущегося заряда можно найти с помощью метода парных интегральных уравнений [4]. Однако мы проведем соответствующее рассмотрение, придерживаясь методики работы [3], на базе теоремы взаимности [5], в котором существенным образом будет использована работа [6]. В этой работе методом Винера—Хопфа получено решение за-

дачи о дифракции поверхностной волны, набегающей на стык полуплоскостей с анизотропной и изотропной проводимостью.



Как и в работе [3] теорема взаимности здесь будет использована в форме леммы Лоренца [5], которая в нашем случае запишется в виде [7]

$$\oint_S \{ [E_1^* H_2] + [E_2 H_1^*] \} \mathbf{n} dS = -\frac{4\pi}{c} \int_V (j_2 E_1 + j_1 E_2) dV, \quad (2)$$

где  $S$  — поверхность, ограничивающая некоторый объем  $V$ ,  $\mathbf{n}$  — ее внешняя нормаль, а индексы «1» и «2» относятся соответственно к полям, возбуждаемым токами  $j_1, j_2$ .

В качестве поля «2» в (2) возьмем искомое поле движущегося заряда, а в качестве поля «1» — дифракционное поле набегающей из бесконечности на стык полуплоскостей поверхностной волны, волновой вектор которой образует с осью  $Ox$  угол

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \beta}, \quad (3)$$

где  $\alpha$  — угол, введенный выше,  $\beta = v/c$ .

Будем задавать эти поля с помощью векторного потенциала  $\mathbf{A} (A_{1,2}, 0, 0)$ . Тогда векторы поля будут определяться формулами

$$\mathbf{E} = \frac{c}{i\omega} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}. \quad (4)$$

Полное поле «1» из [6], где рассматривалась дифракция поверхностной волны на стыке проводящего экрана и замедляющей решетки, с учетом равенства (3) можно представить в виде

$$A_{1,x} = \int_{C_1} \psi(w) \left[ w \frac{\omega}{v} \cos \alpha + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2) \sin \alpha \right] \times$$

$$\times \exp \left[ -i \frac{\omega}{v} y - i \omega x - x |z| \right] \frac{dw}{x}, \quad (5)$$

$$A_{1y} = \int_{C_1} \psi(w) \left[ (k^2 - w^2) \cos \alpha - \frac{\omega}{v} w \sin \alpha \right] \times \\ \times \exp \left( -i \omega x - i \frac{\omega}{v} y - x |z| \right) \frac{dw}{x},$$

где

$$\psi(w) = \frac{i\omega(1 + \beta \sin \alpha)}{D},$$

$$D = \pi v \cos^2 \alpha \sqrt{\frac{\omega}{v} (\beta \sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha - i \sqrt{1 - \beta^2})} \sqrt{w - i \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2}} \times \\ \times \left[ \left( w + \frac{\omega}{v} \operatorname{tg} \alpha \right)^2 + k^2 \sec^2 \alpha \right], \quad (6)$$

$C_1$  — контур интегрирования, проходящий вдоль действительной оси с обходом полюсов

$$w = -\frac{\omega}{v} \operatorname{tg} \alpha \pm k \sec \alpha \quad (7)$$

снизу,

$$x = \sqrt{w^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2)}.$$

В качестве объема  $V$  в формуле (2) мысленно выберем прямоугольный параллелепипед с гранями, параллельными координатным плоскостям (см. рисунок). Не будем повторять здесь соображения, высказанные нами в работе [3] по поводу вычисления поверхностного и объемного интегралов. В конечном счете формула (2) сводится к вычетам в полюсах [7], и для поля «1» получается следующее выражение:

$$A_1 = \exp \left[ i \frac{\omega (\sin \alpha + \beta)}{v \cos \alpha} x - i \frac{\omega}{v} y - \frac{\omega (1 + \beta \sin \alpha)}{v \cos \alpha} |z| \right] + \\ + R \exp \left[ i \frac{\omega (\sin \alpha - \beta)}{v \cos \alpha} x - i \frac{\omega}{v} y - \frac{\omega (1 - \beta \sin \alpha)}{v \cos \alpha} |z| \right], \quad (8)$$

где

$$R = \frac{\beta + \sin \alpha + i \sqrt{1 - \beta^2} \cos \alpha}{1 - \beta \sin \alpha} e^{i \frac{\pi}{2}} \quad (9)$$

и волновой вектор отраженной волны образует угол  $\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha - \beta}$

с осью  $Ox$ . Заметим, что формулы (8) и (9) совпадают с соответствующими выражениями для поля «1» работы [3]. Последнее утверждение яв-

ляется очевидным, так как на больших расстояниях от стыка полуплоскостей наличие стыка не сказывается на поле поверхностной волны.

Будем искать поле «2» в виде

$$A_2 = A_0 \exp \left[ i \frac{\omega (\sin \alpha - \beta)}{v \cos \alpha} x - i \frac{\omega}{v} y - \frac{\omega (1 - \beta \sin \alpha)}{v \cos \alpha} |z| \right], \quad (10)$$

где  $A_0$  — неизвестная амплитуда искомого поля «2».

Найдя необходимые компоненты полей из (5), (8) и (10), подставив их в (2) и выполнив указанные там интегрирования, для  $A_0$  получим выражение

$$A_0 = - \frac{q \beta \sqrt{\frac{\omega}{v} (\beta \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha + i \sqrt{1 - \beta^2})}}{2 \pi c (1 - \beta \sin \alpha)} \times \\ \times \int_{C_1} \frac{\sqrt{\omega - i \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2}} e^{i \omega x_0 - x |z_0|}}{\left( \omega + \frac{\omega}{v} \operatorname{tg} \alpha \right)^2 - k^2 \sec^2 \alpha} d\omega. \quad (11)$$

Последняя формула характеризует амплитуду поля поверхностной волны, генерируемой частицей, движущейся параллельно стыку проводящего экрана и замедляющей решетки. Из этой формулы видно, что величина амплитуды экспоненциально затухает с ростом  $z_0$  и ее наибольшее значение приходится на  $z_0 = 0$ . Поэтому, исходя из тех же соображений, что и в [3], мы ограничимся в дальнейшем только случаем  $z_0 = 0$ .

Далее, поступая по аналогии с [3], мы рассмотрим два случая:  $x_0 < 0$  и  $x_0 > 0$ .

При  $x_0 < 0$ ,  $z_0 = 0$  интеграл в (11) обращается в нуль. Это следует из того, что в (11) контур интегрирования берется вдоль действительной оси с обходом полюсов в точках  $\omega = -\omega/v \operatorname{tg} \alpha \pm k \sec \alpha$  снизу и подынтегральная функция в (11) не имеет особенностей в нижней полуплоскости. Равенство нулю  $A_0$  при  $x_0 < 0$ ,  $z_0 = 0$  является физически очевидным, так как это означает равенство нулю тангенциальной составляющей электрического поля на идеально проводящем экране при  $x < 0$ ,  $z = 0$ .

Во втором случае, когда  $x_0 > 0$ ,  $z_0 = 0$ , интеграл в (11) сводится к вычетам в точках  $\omega = -\omega/v \operatorname{tg} \alpha \pm k \sec \alpha$  и к интегралу по берегам разреза функции  $\sqrt{\omega - i \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2}}$ . Вычисление интеграла в (11) в этом случае дает для  $A_0$  выражение

$$A_0 = \frac{q}{2 ic} e^{i \frac{\omega}{v} x_0 (\beta \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha)} \left[ \frac{i \beta \cos \alpha - \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \sin \alpha} e^{-2i \frac{\omega}{v} x_0 \sec \alpha} \times \right. \\ \times \Phi \left( \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\operatorname{tg} \alpha + \beta \sec \alpha + i \sqrt{1 - \beta^2})} \right) + \\ \left. + \Phi \left( \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\operatorname{tg} \alpha - \beta \sec \alpha + i \sqrt{1 - \beta^2})} \right) \right], \quad (12)$$

где

$$\Phi(\mu) = \frac{2e}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt.$$

Эта функция просто выражается через интегралы Френеля, для которых имеются достаточно подробные таблицы.

Рассмотрим поведение последнего выражения (12) в двух предельных случаях

$$\left| \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha)} \right| \gg 1 \quad \text{и} \quad \left| \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha)} \right| \ll 1.$$

С помощью асимптотических соотношений при малых и больших значениях функции  $\Phi(\mu)$  формула (12) приобретает вид:

$$\begin{aligned} &\text{при } x_0 > 0, z = 0, \left| \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha)} \right| \gg 1 \\ &A_0 = \frac{qi}{2c} e^{i \frac{\omega}{v} x_0 (\beta \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha)} \left\{ \frac{i\beta \cos \alpha - \sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \sin \alpha} e^{-2i \frac{\omega}{v} x_0 \sec \alpha} + 1 - \right. \\ &\left. \frac{2 \exp \left[ -i \frac{\pi}{4} - i \frac{\omega}{v} x_0 (\beta \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha) - \frac{\omega}{v} x_0 \sqrt{1-\beta^2} \right]}{\sqrt{\pi \frac{\omega}{v} x_0 (\beta \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha - i \sqrt{1-\beta^2})}} \right\}; \quad (13) \end{aligned}$$

$$\text{при } x_0 > 0, z_0 = 0, \left| \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha)} \right| \ll 1$$

$$A_0 = 0. \quad (14)$$

Формулы (13) и (14) характеризуют амплитуду поверхностной волны, возбужденной движущимся источником, в случае, когда он движется соответственно на расстояниях

$$x_0 \gg \frac{1}{\left| \frac{\omega}{v} (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha) \right|} \quad \text{и} \quad x_0 \ll \frac{1}{\left| \frac{\omega}{v} (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha) \right|}$$

от стыка полуплоскостей.

Из сравнения формулы (13) с соответствующей формулой для  $A_0$  в работе [3] видно, что последняя отличается экспоненциально затухающим слагаемым, когда движущийся источник находится достаточно далеко от стыка полуплоскостей. Это следовало ожидать и из физических соображений, так как наличие стыка не должно сказываться на поле излучения движущегося источника на больших расстояниях между ними. Далее, равенство нулю амплитуды  $A_0$  поля поверхностной волны в (14), возбужденной движущимся источником при расстояниях, достаточно

близких к стыку проводящего экрана и замедляющей решетки, физически также является очевидным. Это означает непрерывность тангенциальных составляющих электрического вектора на границе идеально проводящей среды при  $z = 0$ ,  $x = 0$ .

Энергию излучения поверхностной волны, генерируемой движущимся зарядом, будем искать с помощью вектора Пойнтинга

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} S_x dz dt, \quad (15)$$

где

$$S_x = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}_2 \mathbf{H}_2]_x = \frac{c}{4\pi} (E_{2y} H_{2z} - E_{2z} H_{2y}), \quad (16)$$

причем  $S$  имеет смысл потока энергии, проходящего через вертикальную полосу бесконечной длины и единичной ширины в направлении оси  $Ox$ .

С помощью формул (4), (10), (15) и (16) для фурье-составляющей вектора Пойнтинга во всех рассмотренных здесь случаях получаем следующие выражения:

$$1) \quad x_0 < 0, z_0 = 0, A_0 = 0 \text{ и, следовательно, } S_{\omega x} = 0; \quad (17)$$

$$2) \quad x_0 > 0, z_0 = 0, S_{\omega x} = \frac{2c(1-\beta \sin \alpha)}{v} |A_0|^2, \quad (18)$$

где  $A_0$  определяется соотношением (12);

$$3) \quad x_0 > 0, z_0 = 0, \left| \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha)} \right| \ll 1, \\ A_0 = 0 \text{ и, следовательно, } S_{\omega x} = 0; \quad (19)$$

$$4) \quad x_0 > 0, z_0 = 0, \left| \sqrt{\frac{\omega}{v} x_0 (\sec \alpha \pm \beta \operatorname{tg} \alpha)} \right| \gg 1,$$

$$S_{\omega x} = \frac{q^2 \omega}{vc} \left[ 1 - \sqrt{1 - \beta^2} \sec^2 \alpha \bar{a} \cos \left( \delta + 2 \frac{\omega}{c} x_0 \sec \alpha \right) + Q(x_0, \alpha) \right], \quad (20)$$

где

$$Q(x_0, \alpha) = \frac{2 \cos \alpha}{\pi \frac{\omega}{v} x_0} e^{-2 \frac{\omega}{v} x_0 \sqrt{1 - \beta^2}} + 2 \sqrt{\frac{\cos \alpha}{\pi \frac{\omega}{v} x_0}} e^{-\frac{\omega}{v} x_0 \sqrt{1 - \beta^2}} \times \\ \times \left[ \sqrt{1 + \beta \sin \alpha} \cos \left( \delta + \nu + \frac{\omega}{c} x_0 \sec \alpha \right) - \right. \\ \left. - \sqrt{1 - \beta \sin \alpha} \cos \left( \frac{\omega}{c} x_0 \sec \alpha - \nu \right) \right], \quad (21)$$

$$\delta = \arctg \frac{\beta \cos \alpha}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \nu = \frac{\omega}{v} x_0 \operatorname{tg} \alpha - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arctg \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha}.$$

Первый член в (20) представляет собой энергию излучения, приходящуюся на единицу длины траектории заряда, при движении заряда вдоль бесконечно протяженной замедляющей плоскости. Второй и третий члены в квадратных скобках формулы (20) описывают взаимодействие движущегося заряда с отраженной от стыка полуплоскостей поверхностной волной. Из сравнения формулы (20) с соответствующим выражением (13) в [3] видно, что формула (20) отличается слагаемым, экспоненциально затухающим с ростом расстояния от стыка полуплоскостей, что физически является очевидным, так как на больших расстояниях от стыка наличие стыка не сказывается на поле и энергии излучения.

В заключение выражаю благодарность проф. К. А. Барсукову за постановку задачи и помощь при ее решении.

Дагестанский педагогический  
институт

Поступила 6.III.1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S. N. Karp, F. C. Karal. IEEE Trans., AP—12, 470 (1964).
2. К. А. Барсуков, Л. Г. Нарышкина. ЖТФ, 36, 226 (1966).
3. К. А. Барсуков, С. Х. Бекова. Изв. вузов, Радиофизика, 14, 943 (1971).
4. В. Нобл. Метод Винера—Хопфа, Изд. ИЛ, М., 1962.
5. Л. А. Вайнштейн. Электромагнитные волны, Изд. Советское радио, М., 1957.
6. К. А. Барсуков, Э. М. Маслова. Радиотехника и электроника, 3, 523 (1967).
7. Я. Н. Фельд. ДАН СССР, 56, 481 (1947).
8. Таблицы интегралов Френеля, Изд. АН СССР, М., 1953.

ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ԵՎ ԻՉՈՏՐՈՊ ՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՄԲ  
ՕԺՏՎԱԾ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀՊՄԱՆ ՍԱՀՄԱՆԻՆ ԶՈՒԳԱՀԵՌ  
ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Ս. Խ. ԲԵԿՈՎԱ

Ուսումնասիրված է հաղորդիչ էկրանի և դանդաղեցնող կիսահարթության հատման սահմանի աղեղեցությունը լիցքավորված մասնիկի կողմից մակերևութային ալիքների ճառագայթման վրա, երբ մասնիկը շարժվում է սահմանին զուգահեռ: Ուսումնասիրումը կատարված է փոխադարձության թեորեմի հիման վրա:

#### RADIATION FROM A CHARGED PARTICLE MOVING IN PARALLEL TO THE JOINT OF SEMIPLANES WITH ISOTROPIC AND ANISOTROPIC CONDUCTIVITIES

S. Kh. BEKOVA

Based on the reciprocity theorem the effect of the joint between a conducting screen and a retarding semiplane on the radiation of surface waves from a charged particle moving in parallel to the joint is investigated.