

РЕНТГЕНОВСКОЕ ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ОБРАЗУЕМОЕ В ПЛАСТИНЕ С РАЗМЫТЫМИ ГРАНИЦАМИ

А. Л. АВАКЯН, А. С. АМБАРЦУМЯН, ЯН ШИ

В приближении геометрической оптики получены формулы для частотно-углового распределения интенсивности РПИ, образованного на размытой границе двух сред и в пластине с размытыми границами. Показано, что определяющую роль в этих случаях играет отношение длины размытия к зонам формирования излучения в веществе и в вакууме. Проведен численный расчет частотно-углового и частотного распределений интенсивности РПИ «вперед» при произвольном отношении длины размытия к зонам формирования.

Вопросы влияния размытости границ вещества на образование переходного излучения рассматривались рядом авторов [1—4]. В работе [1] для конкретного вида зависимости диэлектрической проницаемости от координат задача была решена точно в первом приближении теории возмущений (когда на расстояниях порядка длины волны относительное изменение диэлектрической проницаемости мало). Авторы показали, что для ультрарелятивистских частиц в случае малого отношения длины размытия к зоне формирования излучения интенсивность рентгеновского переходного излучения (РПИ) в направлении движения частицы («вперед») почти такая же, как и для резкой границы. В обратном случае интенсивность излучения экспоненциально мала. В работе [2] аналогичная задача, но для произвольного вида $\epsilon(z)$, решалась в приближении геометрической оптики. При этом автор пришел к выводу, что переходное излучение оказывается экспоненциально малым всякий раз, когда длина размытия больше длины волны излучения. Поскольку длина волны и зона формирования излучения не всегда даже одного порядка, то между утверждениями работ [1] и [2] имеются противоречия. Авторы работы [3] рассмотрели ту же задачу специально для РПИ и пришли к выводу, аналогичному [1]. В работе [4] та же задача была рассмотрена для одной частной модели размытой пластины.

В настоящей работе показано, что в действительности определяющую роль играет отношение длины размытия к зоне формирования излучения, а не к длине волны. Следовательно, утверждение работы [2] необходимо уточнить. Кроме того, в настоящей работе рассмотрена задача о пластине с размытыми границами при произвольном $\epsilon(z)$. Проведен также численный расчет интенсивности РПИ в случае размытой границы двух сред и для пластины с размытыми границами при произвольном отношении длины размытия к зонам формирования излучения.

1. Размытая граница раздела двух сред в приближении геометрической оптики

Рассмотрим нормальное прохождение заряженной частицы со скоростью $v = \{0, 0, v\}$ через изотропную «одномерную» неоднородную среду в направлении изменения диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon = \varepsilon(z)$.

Для z -составляющей фурье-компоненты $A_z(z, \kappa, \omega) \equiv A$ векторного потенциала имеем уравнение

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \lambda^2 A = - \frac{ev^2}{2\pi^2 c} \int \delta(z - z(t)) e^{i\omega t} dt, \quad (1)$$

$$\lambda = (\omega^2 \varepsilon / c^2 - \kappa^2)^{1/2}, \quad (2)$$

где κ — поперечная составляющая волнового вектора.

При выполнении условия

$$\left| \frac{c}{\varepsilon^{3/2} \omega} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right| \ll 1 \quad (3)$$

решения уравнения (1) в приближении геометрической оптики имеют вид [2]

$$A^{(+)} = \frac{iev}{4\pi^2 c} A_+(z) \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^{-1} A_-(\xi) e^{i \frac{\omega}{v} \xi} d\xi \quad (z \rightarrow +\infty), \quad (4)$$

$$A^{(-)} = \frac{iev}{4\pi^2 c} A_-(z) \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^{-1} A_+(\xi) e^{i \frac{\omega}{v} \xi} d\xi \quad (z \rightarrow -\infty), \quad (5)$$

где

$$A_{\pm}(z) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\lambda}} \exp(\pm i \int^z \lambda dz'). \quad (6)$$

Решение (4) соответствует излучению «вперед», а решение (5) — «назад».

Рассмотрим простейший случай размытой границы двух сред, когда ε плавно изменяется внутри слоя толщиной z_0 , оставаясь почти постоянной и равной ε_1 и ε_2 соответственно до и после этого слоя (т. е. вне слоя $|\varepsilon - \varepsilon_s| \ll |\varepsilon_1 - \varepsilon_2|$, $s = 1$ или 2). При этом, вообще говоря, не предполагается непрерывность производной $d\varepsilon/dz$ на краях рассматриваемого слоя. После выполнения интегрирования в (4) и (5) получаем, что слагаемые в $A^{(\pm)}$ содержат экспоненты типа

$$\exp \left[i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_s \right) \frac{z_0}{2} \right], \text{ а в } A^{(-)} - \exp \left[i \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_s \right) \frac{z_0}{2} \right] \quad (s=1, 2).$$

Это означает, что величины $A^{(\pm)}$ существенно зависят от отношения длины размытия z_0 не к длине волны излучения, как утверждается в [2], а к длине зоны формирования излучения, определяемой формулой

$$z_s^{(\pm)} = \frac{\pi}{\frac{\omega}{v} - \lambda_s} \quad (7)$$

$$z_s^{(-)} = \frac{\pi}{\frac{\omega}{v} + \lambda_s} \quad (8)$$

соответственно для излучения «вперед» или «назад». В (7) и (8) величина λ_s определяется формулой (2), в которой вместо ε нужно подставить ε_1 или ε_2 . Заметим, что если зона формирования излучения «назад» $z_s^{(-)}$ всегда порядка длины волны или меньше последней, то при рассмотрении $z_s^{(+)}$ дело обстоит несколько иначе. Действительно, когда частица не является релятивистской, или диэлектрическая проницаемость ε не близка к единице, или угол излучения не мал, эта величина также порядка длины волны. Однако когда значение γ лоренц-фактора частицы велико, ε близка к единице и угол излучения мал, т. е.

$$\gamma \gg 1, \quad |1 - \varepsilon| \ll 1, \quad \vartheta \ll 1 \quad (9)$$

(в частности, для РПИ), величина $z_s^{(+)}$ значительно превышает длину волны и становится макроскопической.

Когда длина размытия границы z_0 много больше длины зоны формирования излучения,

$$z_0 \gg |z_s^{(+)}| \quad \text{или} \quad z_0 \gg |z_s^{(-)}|, \quad (10)$$

подынтегральная функция в правой части (4) или (5) быстро осциллирует и поэтому величина $A^{(+)}$ или $A^{(-)}$ мала. Правда, для ее вычисления мы не вправе подставлять в (4) или (5) функции (6), поскольку малейшая неточность в фазе этих функций приводит к большим ошибкам при вычислении интегралов (4) и (5). Аккуратное рассмотрение этого вопроса показывает, что при этом переходное излучение как «вперед», так и «назад» экспоненциально мало. Следовательно, содержащееся в работе [2] утверждение об экспоненциальной малости переходного излучения при размытиях, больших длины волны, справедливо только тогда, когда не выполняются условия (9).

Когда же неравенства (10) не имеют места, подынтегральные функции в (4) и (5) уже не являются быстро осциллирующими. Поэтому в эти формулы вполне правомерно подставить функции (6). Подставляя (6) в (4) и учитывая (9), получаем, что интенсивность излучения «вперед» выражается формулой

$$W^{(+)}(\omega, \vartheta) = \frac{e^2 \omega^2 \vartheta^3}{2 \pi c^3} \left| \int \exp \left\{ \frac{\omega}{v} \xi - \int_{z_{II}}^{\xi} (z') dz' \right\} d\xi \right|^2 \quad (11)$$

(z_{II} — координата плоскости наблюдения, распложенной достаточно далеко за границей).

Пусть теперь

$$z_0 \ll |z_s^{(+)}| \quad \text{и} \quad z_0 |\lambda_1 - \lambda_2| \ll 1 \quad (12)$$

(при этом z_0 может быть много больше длины волны). Вычисляя интеграл в (11) для размытой границы и разлагая результат по степеням малых параметров (12), получаем

$$W^{(+)}(\omega, \vartheta) = W_{\text{pr}}^{(+)}(\omega, \vartheta) |1 - \delta|^2, \quad (13)$$

где

$$W_{\text{pr}}^{(+)} = \frac{2e^2}{\pi c} \frac{|g_1 - g_2| \vartheta^3}{|g_1 + \vartheta^2|^2 |g_2 + \vartheta^2|^2} \exp(-2\lambda_s^* z_{11}) \quad (14)$$

определяет РПИ для резкой границы, $g_s = 1 - \varepsilon_s + \gamma_s^{-2}$, $\lambda_s^* = \text{Im} \lambda_s$ — поглощающая способность среды, δ — малая величина с положительной действительной частью. Когда, например, ε линейно зависит от z в граничном слое, имеем

$$\delta = \frac{\pi^2}{24} \frac{z_0^2}{z_1^{(+)} z_2^{(+)}}. \quad (15)$$

Из формул (13) и (14) следует, что размытость границы приводит к уменьшению интенсивности РПИ по сравнению со случаем резкой границы при всех углах и частотах излучения.

2. Пластина с размытыми границами

Совершенно аналогично можно решить задачу о пластине с размытыми границами. Как и в случае одной границы, излучение экспоненциально мало, когда длины размытия границ пластины много больше зон формирования излучения (7), (8). Когда же выполняются условия (12), интенсивность РПИ «вперед» не мала и вычисляется по формуле (11) (при этом z_{11} отсчитывается от второй по ходу движения заряженной частицы границы):

$$W_{\text{пл}}^{(+)}(\omega, \vartheta) = W_{\text{pr}}^{(+)}(\omega, \vartheta) \left| 1 - \delta_2 - (1 - \delta_1) \exp\left(-\frac{i\pi a}{z_1^{(+)}}\right) \right|^2, \quad (16)$$

где a — некоторая средняя толщина пластины, δ_1 и δ_2 — малые величины, определяемые длинами размытия z_1 и z_2 соответственно первой и второй (по ходу движения частицы) границ пластины, ε_1 и ε_2 — значения диэлектрической проницаемости вдали от граничных слоев внутри пластины и вне ее. В частности, когда ε линейно изменяется в граничных слоях, имеем

$$\delta_s = \frac{\pi^2}{24} \frac{z_s^2}{z_1^{(+)} z_2^{(+)}}. \quad (17)$$

Нетрудно видеть, что когда границы пластины являются резкими, т. е. $\delta_1 = \delta_2 = 0$, формула (16) переходит в известную формулу для РПИ, испущенного вперед, в случае пластины с резкими границами (см., например, [5]). Когда толщина пластины много больше длины поглощения излучения в веществе пластины, т. е. $a \text{Im} \lambda_1 \gg 1$, формула (16) переходит в формулу (13) для одной размытой границы.

Пусть теперь пластина и внешняя среда прозрачны, т. е. $\text{Im} \lambda_1 = \text{Im} \lambda_2 = 0$; тогда имеем

$$W_{пл}^{(+)}(\omega, \vartheta) = W_{пр}^{(+)}(\omega, \vartheta) \left[4(1 - \delta_1 - \delta_2) \sin^2 \frac{\pi a}{2z_1^{(+)}} + (\delta_1 - \delta_2)^2 \right]. \quad (18)$$

Отсюда видно, что когда квадрат синуса не мал, размытость границы приводит к уменьшению интенсивности излучения при всех частотах и углах. В частности, уменьшаются максимумы при $a = (2n + 1) z_1^{(+)}$. Однако если степени размытия двух границ пластины разные, то интенсивность в минимумах при $a = 2nz_1^{(+)}$, наоборот, несколько больше, т. е. не осуществляется полная деструктивная интерференция волн, образованных в пластине. Другими словами, имеет место некоторое сглаживание осцилляций частотно-углового распределения интенсивности излучения, обусловленное, очевидно, отсутствием симметрии в этом случае.

3. Численный расчет

Для иллюстрации нами проведен численный расчет частотно-углового и частотного распределений интенсивности РПИ «вперед» для размытой границы вещество-вакуум и пластины с размытыми границами, расположенной в вакууме; в качестве вещества взято олово. Расчет проводился на основе формулы (11) для пластины в случае линейной зависимости ε от z в граничных слоях:

$$\begin{aligned} W^{(+)}(\omega, \vartheta) = & \frac{e^{\frac{1}{2}\omega^2\vartheta^2}}{2\pi c^2} \left| \frac{i(\lambda_0 - \lambda)}{\left(\frac{\omega}{v} - \lambda\right)\left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)} \left[1 - e^{-i a \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)} \right] + \right. \\ & + \int_0^{z_1/2} \left[e^{i \frac{\lambda_1 - \lambda}{2z_1} \left(z - \frac{z_1}{2}\right)^2} - 1 \right] \left[e^{-i \left[\left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)z + \left(\frac{\omega}{v} - \lambda\right)a\right]} + e^{i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda\right)(x-a)} \right] dz + \\ & + \int_0^{z_2/2} \left[e^{-i \frac{\lambda_2 - \lambda}{2z_2} \left(z - \frac{z_2}{2}\right)^2} - 1 \right] \left[e^{-iz \left(\frac{\omega}{v} - \lambda\right)} + e^{iz \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)} \right] dz \Bigg|. \quad (19) \end{aligned}$$

На рис. 1, 2 и 3, 4 приведены графики частотно-углового и частотно-спектров интенсивности для размытой границы и пластины с размытыми границами. Зависимость спектральной интенсивности излучения от γ -фактора в обоих случаях имеет сходный характер. Такая зависимость для пластины с размытыми границами приведена на рис. 5. На рис. 1, 3, 5 стрелками обозначены границы областей, в которых отношение длин размытий к зонам формирования (7) в вакууме ($z_{\text{вак}}$) или в веществе ($z_{\text{вещ}}$) разное (≤ 1). На рисунках хорошо видно, что при выполнении условий (12) интенсивности РПИ в случае размытых и резких границ отличаются мало. Однако когда длины размытий порядка соответствующих зон формирования или больше, интенсивность излучения существенно уменьшается.

При выбранном значении γ -фактора ($=10^3$) величина $z_{\text{вещ}}$ при $\vartheta \sim (\gamma^{-2} + \omega_0^2/\omega^2)^{1/2}$ имеет максимальное значение, равное

$6,2 \cdot 10^{-4}$ см, при $\omega = 50$ кэВ. Для кривой 2 рис. 2 в интервале $1,9 \text{ кэВ} < \omega < 628 \text{ кэВ}$ длина размытия $z_0 = 10^{-4}$ см меньше обеих зон формирования. Для кривой 3 рис. 2 и кривых 2—4 рис. 5 длина размытия $2 \cdot 10^{-3}$ см всегда больше $z_{\text{вещ.}}$. Совпадение кривых 1 и 2,

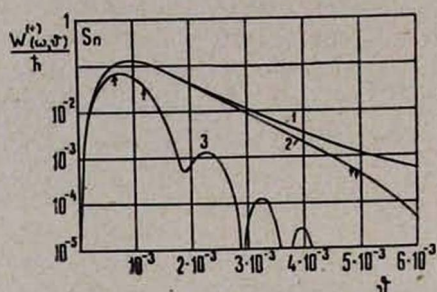


Рис. 1.

Рис. 1. Частотно-угловое распределение интенсивности РПИ для размытой границы олово-вакуум: кривая 1 — резкая граница; 2 — размытие $z_0 = 10^{-4}$ см; 3 — $z_0 = 10^{-3}$ см; $\omega_0 = 50$ эВ.

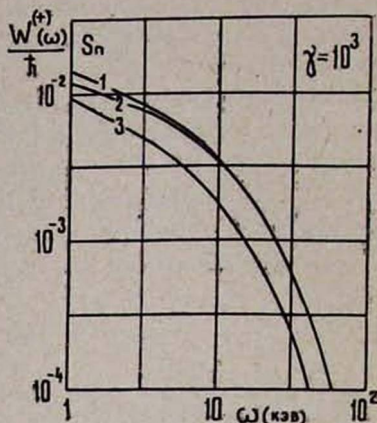


Рис. 2.

Рис. 2. Частотное распределение интенсивности РПИ для размытой границы: кривая 1 — резкая граница; 2 — размытие $z_0 = 10^{-4}$ см; 3 — $z_0 = 10^{-3}$ см.

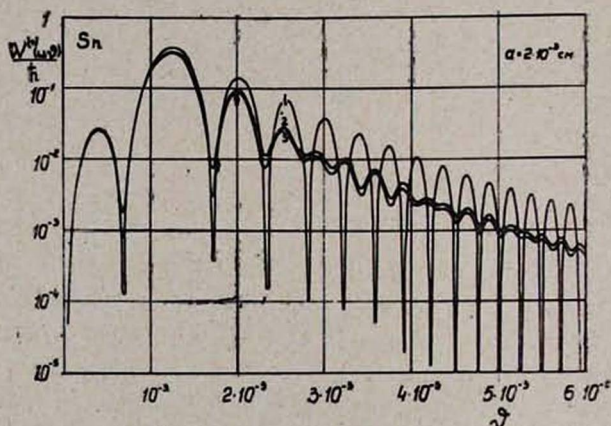


Рис. 3. Частотно-угловое распределение интенсивности РПИ для оловянной пластины с размытыми границами, находящейся в вакууме: кривая 1 — пластина с резкими границами; 2 — размытие первой границы $z_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ см, вторая граница резкая; 3 — первая граница резкая, размытие второй границы $z_2 = 5 \cdot 10^{-4}$ см.

а также 3 и 4 на рис. 4 при $\omega \lesssim 8$ кэВ обусловлено тем, что длина поглощения в этой области много меньше толщины пластины и излучение от первой границы пластины полностью поглощается. Поскольку с уменьшением γ -фактора зоны формирования уменьшаются, то интенсивность РПИ

для пластины с размытыми границами падает с уменьшением γ быстрее, чем в случае пластины с резкими границами, что хорошо видно на рис. 5. Условные значения γ -фактора, при которых $z = z_{\text{вак}}$ или $z = z_{\text{вещ}}$, указанные стрелками на рис. 5, получены соответственно при $\theta = \gamma^{-1}$ и $\theta = (\gamma^{-2} + \omega_0^2/\omega^2)^{1/2}$.

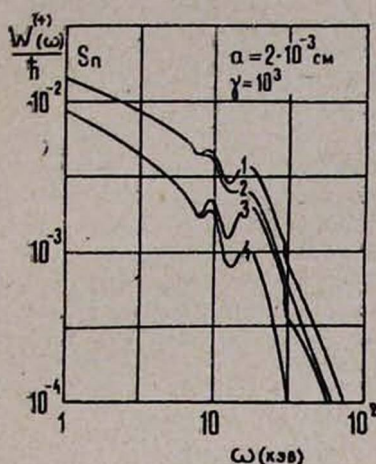


Рис. 4.

Рис. 4. Частотное распределение интенсивности для пластины с размытыми границами: кривая 1 — пластина с резкими границами; 2 — размытие первой границы $z_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ см, вторая граница резкая; 3 — первая граница резкая, размытие второй границы $z_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ см; 4 — размытия границ равны друг другу, $z_1 = z_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ см.

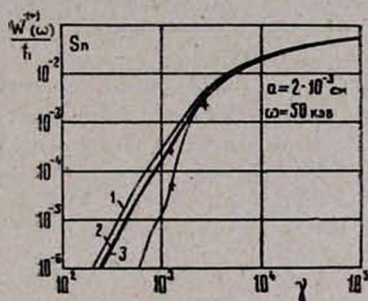


Рис. 5.

Рис. 5. Зависимость спектральной интенсивности РПИ от лоренц-фактора для пластины с размытыми границами: кривая 1 — пластина с резкими границами; 2 — размытие первой границы $z_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ см, вторая граница резкая; 3 — первая граница резкая, размытие второй границы $z_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ см; 4 — размытия границ равны друг другу, $z_1 = z_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ см.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г. М. Гарибяну за ценные обсуждения и постоянный интерес к работе.

Ереванский физический
институт

Поступила 18.X.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Амагуни, Н. А. Корхмазян. ЖЭТФ, 39, 1011 (1960).
2. А. А. Галеев. ЖЭТФ, 46, 1335 (1964).
3. J. V. Lepore, R. J. Riddell. Phys. Rev., D 13, 2300 (1976).
4. Н. А. Корхмазян. ДАН АрмССР, 41, 210 (1965).
5. Г. М. Гарибян. Препринт ЕФИ-ТФ-13 (70), 1970.

ՈՂ ՀՍՏԱԿ ՍԱՀՄԱՆՆԵՐՈՎ ԹԻԹԵՂՈՒՄ ԱՌԱՋԱՅՈՂ
ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Ա. Լ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Ա. Ս. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ՅԱՆ ՇԻ

Ծրկրաչափական օպտիկայի մոտավորաբար ստացված են բանաձևեր երկու միջավայր-
երի ոչ հստակ դաճմանից և ոչ հստակ սահմաններով Թիթեղից առաջացած ռենտգենյան առ-

ցումային ճառագայթման (ՌԱՃ) ինտենսիվության անկյունային բաշխման համար: Յույց է արված, որ ալդպիսի սահմանների դեպքում ճառագայթման համար որոշիչ է ոչ հստակության երկարության և միջավայրում ու վակուումում ճառագայթման առաջացման զոնաների հարաբերությունը: Վերոհիշյալ հարաբերության տարբեր արժեքների համար բերված են ՌԱՃ ինտենսիվության անկյունային և հաճախային բաշխման թվային հաշվարկների արդյունքները:

X-RAY TRANSITION RADIATION FORMED IN A PLATE WITH SMEARED BOUNDARIES

A. L. AVAKIAN, A. S. AMBARTSUMIAN, C. YANG

Formulae for frequency-angular distribution of the intensity of XTR formed on a smeared boundary between two media and in a plate with smeared boundaries are obtained in the eikonal approximation. It is shown that in these cases the ratio of the smearing length to the formation zone of radiation in the media and vacuum plays the decisive role. A numerical calculation of frequency-angular and frequency distributions of the intensity of XTR in "forward" direction is carried out for different values of the above mentioned ratio.