

кристаллах с такой геометрией имеет важное значение для теории и эксперимента рентгеновского изображения.

Распространение рентгеновских волновых полей в совершенном кристалле описывается уравнениями Такаги [9]

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial s_0} = -i\pi k C x_h \psi_h, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \psi_h}{\partial s_h} = -i\pi k C x_0 \psi_0,$$

где ψ_0 и ψ_h — квазиамплитуды волнового поля в кристалле, s_0 и s_h — координаты точек в косоугольной системе с осями, параллельными волновым векторам дифрагированных волн $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}_h$; $k = 1/\lambda$, λ — длина волны первичного излучения, $C = 1$ или $\cos 2\theta$ (θ — угол Брэгга), x_h , x_0 — фурье-компоненты эффективной диэлектрической поляризуемости кристалла.

Общее решение уравнений (1) в точке $P(s_0^0, s_h^0)$ с помощью функции Римана соответствующей задачи записывается в виде

$$\begin{aligned} \psi_h(P) &= \int_{TR} v_h \frac{\partial \psi_h}{\partial s_h} ds_h + \int_{TR} \psi_h \frac{\partial v_h}{\partial s_0} ds_0 + \int_{T'R'} v_h \frac{\partial \psi_h}{\partial s_h} ds_h, \\ \psi_0(P) &= \int_{TR} v_0 \frac{\partial \psi_0}{\partial s_0} ds_0 + \int_{TR} \psi_0 \frac{\partial v_0}{\partial s_h} ds_h + \int_{T'R'} \psi_0 \frac{\partial v_0}{\partial s_h} ds_h, \end{aligned} \quad (2)$$

где v_0 и v_h — функции Римана, удовлетворяющие уравнению

$$\frac{\partial^2 v_{0,h}}{\partial s_0 \partial s_h} - \pi^2 k^2 C^2 x_h x_0 v_{0,h} = 0$$

с граничными условиями

$$\left. \frac{\partial v_h}{\partial s_0} \right|_{TR} = 0, \quad \left. \frac{\partial v_0}{\partial s_h} \right|_{T'R'} = 0, \quad v_{0,h}(P) = 1.$$

Они имеют вид

$$\begin{aligned} v_0 &= J_0(2\beta \sqrt{(s_0^0 - s_0)(s_h^0 - s_h)}) + b' \frac{s_h^0 - s_h}{s_0^0 - s_0} J_2(2\beta \sqrt{(s_0^0 - s_0)(s_h^0 - s_h)}), \\ v_h &= J_0(2\beta \sqrt{(s_0^0 - s_0)(s_h^0 - s_h)}) + b^{-1} \frac{s_0^0 - s_0}{s_h^0 - s_h} J_2(2\beta \sqrt{(s_0^0 - s_0)(s_h^0 - s_h)}), \end{aligned}$$

где $J_0(z)$ и $J_2(z)$ — функции Бесселя,

$$\beta^2 = \pi^2 k^2 C^2 x_h x_0, \quad b = \frac{|\cos(\mathbf{s}_h, \mathbf{n}_e)|}{\cos(\mathbf{s}_0, \mathbf{n}_e)}, \quad b' = \frac{|\cos(\mathbf{s}_h, \mathbf{n}_r)|}{\cos(\mathbf{s}_0, \mathbf{n}_r)},$$

$\mathbf{n}_e$ и $\mathbf{n}_r$ — единичные векторы внутренних нормалей к поверхностям кристалла (см. рисунок).

Последовательное применение формул (2) для определения амплитуд ψ_0 и ψ_h в произвольной точке $P(s_0^0, s_h^0)$ приводит к многократным интегралам по двум поверхностям кристалла, которые легко вычисляются при переходе к преобразованию Лапласа. Окончательно получаем

$$\psi_h(s_0^0, s_h^0) = \sum_{n=0}^{\infty} (\psi_{hn}^{(1)}(s_0^0, s_h^0) + \psi_{hn}^{(2)}(s_0^0, s_h^0)), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \psi_{hn}^{(1)} &= (-1)^n i x_h \gamma^n (n+1) \int_0^{l_{hn}} \left[\left(\frac{x_{2n}}{x_{1n}} \right)^n J_{2n}(2B\sqrt{x_{1n}x_{2n}}) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{x_{2n}}{x_{1n}} \right)^{n+1} J_{2(n+1)}(2B\sqrt{x_{1n}x_{2n}}) \right] \psi_0^l ds_h, \\ \psi_{hn}^{(2)} &= (-1)^{n+1} i x_h \gamma^n (n+1) \int_0^{L_{0n}} \left[\left(\frac{y_{2n}}{y_{1n}} \right)^n J_{2n}(2B\sqrt{y_{1n}y_{2n}}) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{y_{2n}}{y_{1n}} \right)^{n+1} J_{2(n+1)}(2B\sqrt{y_{1n}y_{2n}}) \right] \psi_0^l ds_h, \end{aligned} \quad (4)$$

$$x_{1n} = \frac{\gamma^n s_0^0 + \sum_{j=0}^{n-1} d_{0j}}{b} - s_h = l_{0n} - s_h,$$

$$x_{2n} = \gamma^{-n} \left(s_0^0 - \sum_{j=0}^{n-1} d_{hj} \right) - s_h = l_{hn} - s_h,$$

$$y_{1n} = \gamma^{n+1} s_h^0 + \sum_{j=0}^n d_{hj} - s_h = L_{hn} - s_h,$$

$$y_{2n} = \frac{s_0^0 - \sum_{j=0}^n d_{0j}}{b' \gamma^n} - s_h = L_{0n} - s_h,$$

$$d_{0j} = d_{00} \gamma^j, \quad d_{hj} = d_{00} \frac{\gamma^j}{b}, \quad \gamma = \frac{b'}{b}, \quad B = \beta \sqrt{V \bar{b}}.$$

Выпишем также представления амплитуд $\psi_{hn}^{(1)}$ и $\psi_{hn}^{(2)}$ с помощью преобразования Лапласа

$$\begin{aligned} \psi_{hn}^{(1)} &= (-1)^n i x_h \gamma^n (n+1) \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} e^{pl_{hn}} \left[\left(\frac{2B}{p + \sqrt{p^2 + 4B^2}} \right)^{2n} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{2B}{p + \sqrt{p^2 + 4B^2}} \right)^{2(n+1)} \right] \frac{\exp \left[\frac{l_{0n} - l_{hn}}{2} (p - \sqrt{p^2 + 4B^2}) \right]}{\sqrt{p^2 + 4B^2}} \Phi_0^l(p) dp, \end{aligned}$$

$$\psi_{hn}^{(2)} = (-1)^{n+1} i^{\gamma_{hn}} \gamma_{n(n+1)} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{pL_{0n}} \left[\left(\frac{2B}{p+V\sqrt{p^2+4B^2}} \right)^{2n} + \left(\frac{2B}{p+V\sqrt{p^2+4B^2}} \right)^{2(n+1)} \right] \frac{\exp \left[\frac{L_{hn}-L_{0n}}{2} (p-V\sqrt{p^2+4B^2}) \right]}{V\sqrt{p^2+4B^2}} \Phi_0^i(p) dp.$$

Из выражений (3) и (4) в частных случаях $\psi_0^i(s_h) = \delta(s_h)$ (приближение сферической волны) и $\psi_0^i(s_h) \sim e^{i\gamma s_h}$ (приближение плоской волны, γ — параметр углового смещения от точного [угла Брэгга] получаются соответствующие решения для сферических и плоских волн [5].

Ереванский государственный
университет

Поступила 9.IV.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Afanans'ev, V. Kohn. Acta Cryst., A27, 421 (1971).
2. T. Uragami. J. Phys. Soc. Japan, 27, 147 (1969).
3. T. Uragami. J. Phys. Soc. Japan, 28, 1508 (1970).
4. В. Кон. Кандидатская диссертация, М., 1975.
5. Э. Г. Пинскер. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах, Изд. Наука, М., 1974.
6. T. Saka, T. Katagawa, N. Kato. Acta Cryst., A28, 113 (1972).
7. N. Kato. Z. Naturforsch., 15, 369 (1960).
8. N. Kato. J. Appl. Phys., 39, 2225 (1968).
9. S. Takagi. J. Phys. Soc. Japan, 26, 1239 (1969).

ԲՐԵԳԻ ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՄԲ ՍԵՊԱՋԵՎ ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ
ՌԵՆՏԳԵՆԵՍԱՆ ԱԼԻՔԱՅԻՆ ՓԱԹԵԹՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ
ՌԻՄԱՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆ

Կ. Գ. ԹՐՈՒՆԻ, Դ. Մ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Դիտարկված է սեպաձև բյուրեղում առնագնչյան ալիքային փաթեթների դիֆրակցիայի խնդիրը Բրեգի երկրաչափության համար: Կառուցված է ալիքային դաշտերի տարածումը նկարագրող Ռիմանի ֆունկցիան, որի օգնությամբ ձևակերպվում է տարածական անհամասեռ առնագնչյան ալիքային փաթեթների դիֆրակցիայի Հյուգենս-Ֆրենելի սկզբունքը դիտարկվող դեպքում:

THE RIEMANN FUNCTION FOR X-RAY WAVE PACKETS DIFFRACTION IN WEDGE-SHAPED CRYSTALS IN THE CASE OF BRAGG GEOMETRY

K. G. TRUNI, D. M. VARDANYAN

The problem of wave packets diffraction in wedge-shaped crystals is considered in the case of Bragg geometry. The Riemann function describing the propagation of the wave fields is constructed. Using this function the Huygens-Fresnel principle of spatially inhomogeneous X-ray wave packets diffraction is formulated for this case.