

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЛАЗМЕ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

К. З. АЦАГОРЦЯН, С. С. ЭЛБАКЯН

Рассмотрены потери энергии релятивистской заряженной частицы, проходящей через плазму, помещенную в поле электромагнитной волны круговой поляризации с произвольным параметром интенсивности. Показано, что благодаря изменению дисперсионных свойств плазмы потери частицы существенно меняются.

Потери энергии заряженной частицы, проходящей через плазму, помещенную во внешнее однородное высокочастотное (ВЧ) электрическое поле и поле электромагнитной волны линейной поляризации, рассматривались в ряде работ [1—4]. В этих работах было показано, что из-за изменения дисперсионных свойств среды потери энергии частицы могут существенно изменяться. Однако во всех этих работах параметр интенсивности $\xi = eE_0/mc\omega_0$ (e , m — заряд и масса электрона, c — скорость света, E_0 , ω_0 — амплитуда и частота внешнего поля) предполагался малым ($\xi \ll 1$).

В настоящей работе изучается влияние поля электромагнитной волны круговой поляризации с произвольным параметром интенсивности на потери энергии релятивистской частицы. При этом скорость $v_e = \xi c / \sqrt{1 + \xi^2}$ осцилляций электронов во внешнем поле может стать порядка скорости света. Выбор круговой поляризации волны накачки обусловлен, во-первых, возможностью рассмотрения произвольных амплитуд внешней волны (так как для волн круговой поляризации можно найти точное решение уравнений Максвелла для основного состояния [5]), во-вторых, возможностью получения точного дисперсионного уравнения для волн, распространяющихся в том же направлении, что и волна накачки [6, 7]. Из дисперсионного уравнения вытекает возможность существования шести типов волн, возбуждение которых частицей приводит к изменению потерь энергии пролетающей частицы.

Мы не будем учитывать влияние возникающих в плазме неустойчивостей на потери энергии частицы, так как время взаимодействия релятивистской частицы со средой для не очень плотной плазмы ($\omega_p \sim 10^8 \div 10^{11} \text{ сек}^{-1}$) и для значений v_e , не очень близких к скорости света, много меньше времени развития неустойчивости [6].

Предполагая, что скорость осцилляций электронов плазмы во внешнем поле много больше их тепловых скоростей, а частота внешнего поля ω_0 много больше частоты столкновений электронов с ионами, будем пользоваться уравнениями Максвелла и релятивистским гидродинамическим

уравнением движения для электронов в качестве исходной системы уравнений:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} n \mathbf{v} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{зар}}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = -4\pi e (n - n_0) + 4\pi \rho_{\text{зар}},$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{e}{m} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} - \frac{\mathbf{v}}{c^2} (\mathbf{v} \mathbf{E}) \right\},$$

где n_0 — плотность компенсирующих ионов, которые считаются неподвижными, $\mathbf{j}_{\text{зар}}$ и $\rho_{\text{зар}}$ — ток и плотность пролетающей частицы.

Так как частица релятивистская, то ее осцилляторным движением можно пренебречь, полагая

$$\mathbf{j}_{\text{зар}} = Ze v_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t), \quad \rho_{\text{зар}} = Ze \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t), \quad (2)$$

где v_0 — скорость частицы вдоль оси z , $\mathbf{v}_0 = \mathbf{e}_z v_0$.

В поле электромагнитной волны круговой поляризации, распространяющейся вдоль оси z ,

$$E_{x0} = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z), \quad E_{y0} = E_0 \sin(\omega_0 t - k_0 z), \quad E_{z0} = 0, \quad (3)$$

$$H_{x0} = -\frac{ck_0}{\omega_0} E_0 \sin(\omega_0 t - k_0 z), \quad H_{y0} = \frac{ck_0}{\omega_0} E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z), \quad H_{z0} = 0,$$

где

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2}}, \quad \omega_L^2 = \omega_p^2 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \beta = \frac{v_e}{c}, \quad \omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2 / m$$

возможно пространственно однородное состояние плазмы, в котором скорость частиц плазмы определяется выражениями [6]

$$v_{xe} = v_e \sin(\omega_0 t - k_0 z), \quad v_{ye} = v_e \cos(\omega_0 t - k_0 z), \quad v_{ze} = 0, \quad (4)$$

$$v_e = \frac{\xi c}{\sqrt{1 + \xi^2}}, \quad \xi = \frac{e E_0}{m c \omega_0}.$$

Рассмотрим малые возмущения плазмы на этом фоне, т. е. все величины представим в виде $f = f_0 + f'$, где f' определяются формулами (3) и (4). Линеаризуя систему относительно величин f' , получаем следующую систему уравнений для малых колебаний плазмы:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}' = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} (n_0 \mathbf{v}' + n' \mathbf{v}_e) + \frac{4\pi}{c} Ze v_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t),$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H}' = 0,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}' = -4\pi e n' + 4\pi Ze \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + (\mathbf{v}_e \nabla) \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \nabla) \mathbf{v}_e = -\frac{e}{m} \sqrt{1 - \beta_e^2} \left\{ \mathbf{E}' + \frac{\mathbf{v}_e}{c} \times \mathbf{H}' + \right. \\ \left. + \frac{\mathbf{v}'}{c} \times \mathbf{H}_0 - \frac{\mathbf{v}_e}{c^2} (\mathbf{v}_e \mathbf{E}' + \mathbf{v}' \mathbf{E}_0) \right\} + \frac{e (\mathbf{v}' \nabla \mathbf{e})}{mc^2 \sqrt{1 - \beta_e^2}} \left(\mathbf{E}_0 + \frac{\mathbf{v}_e}{c} \times \mathbf{H}_0 \right).$$

Система (5) является системой уравнений в частных производных с периодическими коэффициентами относительно переменной $z - \frac{\omega_0}{k_0} t$.

Перейдем от x - и y -компонент полей и скоростей электронов плазмы к переменным

$$E^\pm = E'_x \pm i E'_y, \quad H^\pm = H'_x \pm i H'_y, \quad w^\pm = v_x \pm i v_y. \quad (6)$$

Поля в среде будем искать в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) d^3 k d\omega, \quad (7)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \int e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \mathbf{H}(\mathbf{k}, \omega) d^3 k d\omega.$$

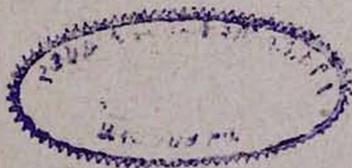
После преобразований систему (5) можно свести к следующей системе для определения z -компоненты электрического поля:

$$\frac{R_n E_z^{(n)}}{k_z + n k_0} \left[(\omega + n \omega_0) \varepsilon(n \omega_0) + \frac{R_n \omega_L^2}{\omega + n \omega_0} \frac{\beta_e^2}{2} \left(\frac{1}{R_{n+1}} + \frac{1}{R_{n-1}} \right) \right] + \\ + \sum_{s, m=-\infty}^{\infty} \frac{J_{n-m}(\alpha) J_{s-m}(\alpha)}{k_z + s k_0} e^{i(n-s)\varphi} (m-s) \omega_0 R_s E_z^{(s)} \left\{ 1 + \right. \\ \left. + \frac{\omega_L^2}{(\omega + s \omega_0)(\omega + m \omega_0)} \left[\frac{R_n}{R_s} - \frac{\beta_e^2}{2} R_n \left(\frac{1}{R_{s+1}} + \frac{1}{R_{s-1}} \right) \right] \right\} = \\ = \frac{Z e i}{2 \pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_{n-m}(\alpha) J_{-m}(\alpha) e^{i n \varphi}}{\omega + m \omega_0} \left\{ \omega_L^2 \left[1 + \frac{v_0^2}{c^2} \left(\frac{R_n}{R_0} - 1 \right) \right] + \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right) \left[(\omega + m \omega_0)^2 \varepsilon(m \omega_0) + \frac{\omega_L^2 \beta_e^2}{2} R_n \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{-1}} \right) \right] \right\}, \quad (8)$$

где n — целые числа; введены следующие обозначения:

$$R_n = (\mathbf{k} + n \mathbf{k}_0)^2 - \frac{(\omega + n \omega_0)^2}{c^2} \varepsilon(n \omega_0), \quad \varepsilon(n \omega_0) = 1 - \frac{\omega_L^2}{(\omega + n \omega_0)^2}, \\ E_z^{(n)} \equiv E_z(\mathbf{k} + n \mathbf{k}_0, \omega + n \omega_0), \quad \alpha = \frac{q v_e}{\omega}, \quad q = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}.$$

В дальнейшем будем считать, что $\omega_0 \gg \omega_L$. Систему уравнений (8) будем решать методом последовательных приближений, считая $\alpha \ll 1$. При вычислении потерь энергии пролетающей частицы на далекие столкновения величина q изменяется от 0 до значения q_m , соответствующего макси-



мальному переданному импульсу, определяемому из условия применимости макроскопического рассмотрения

$$\frac{\omega_L}{v} \ll q_m \ll \frac{\omega_0}{v_e} \quad (9)$$

Поэтому в суммах ограничимся лишь слагаемыми, содержащими функции Бесселя нулевого индекса. В этом приближении для z -компоненты электрического поля получаем выражение

$$E_z(\mathbf{k}, \omega) = \frac{Ze i k_z}{2\pi^2 R_0} \delta(\omega - \mathbf{k}v_0) \left\{ 1 - \frac{v_0^2}{c^2} + \frac{\omega_L^2 R_1 R_{-1}}{\omega^2 \varepsilon(\omega) R_1 R_{-1} + \frac{\omega_L^2 \beta_e^2}{2} R_0 (R_1 + R_{-1})} \right\} \quad (10)$$

Работа поля \mathbf{E} над зарядом Ze в единицу времени, усредненная по периоду внешнего поля, дается выражением

$$\begin{aligned} W &= Ze v_0 \int E_z(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} d\omega = \\ &= \frac{Z^2 e^2 \omega_L^2}{\pi v_0} \operatorname{Im} \int_0^\infty \omega d\omega \int_0^{q_{\max}} \frac{q dq R_1(q, \omega) R_{-1}(q, \omega)}{R_0(q, \omega) D(q, \omega)}, \end{aligned}$$

где

$$R_0(q, \omega) = q^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2} (1 - \beta^2) + \frac{\omega_L^2}{c^2}, \quad \beta = \frac{v_0}{c},$$

$$R_{\pm 1}(q, \omega) = q^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2} (1 - \beta^2) \pm \frac{\omega \omega_0}{v_0 c} (1 - \beta^2),$$

$$D(q, \omega) = \omega^2 \varepsilon(\omega) R_1(q, \omega) R_{-1}(q, \omega) + \frac{\omega_L^2 \beta_e^2}{2} R_0(q, \omega) [R_1(q, \omega) + R_{-1}(q, \omega)]. \quad (11)$$

При устремлении β_e к нулю $\frac{D(q, \omega)}{R_1(q, \omega) R_{-1}(q, \omega)}$ переходит в $\omega^2 \varepsilon(\omega)$,

и мы получаем обычные поляризационные потери частицы в свободной плазме. Очевидно, что основной вклад в интеграл (11) вносят области прозрачности плазмы ($\operatorname{Im} D(q, \omega) \equiv D''(q, \omega) \rightarrow 0$). Поэтому в формуле (11) можем записать

$$\operatorname{Im} \frac{1}{D(q, \omega)} = -\pi \delta(D(q, \omega)) \operatorname{sign} D''(q, \omega). \quad (12)$$

Проведя в (11) интегрирование по q , получим следующее выражение:

$$W = -\frac{Z^2 e^2 \omega_L^2}{2 v_0} \left\{ \int_0^{\omega_1} f_1(\omega) \omega d\omega + \int_{\omega_1}^{\omega_2} f_2(\omega) \omega d\omega \right\}, \quad (13)$$

где

$$f_{1,2}(\omega) = \frac{\omega_L^2 \beta_e^2}{(\omega^2 - \omega_L^2)(\omega^2 - \omega_L^2 + \omega_L^2 \beta_e^2)} \left[1 \pm \frac{\omega_L^2 \beta_e^2}{\sqrt{4z\omega^2(\omega^2 - \omega_L^2)(\omega^2 - \omega_L^2 + \omega_L^2 \beta_e^2) + \omega_L^6 \beta_e^2}} \right],$$

$$\alpha = \frac{\omega_0^2}{\omega_L^2} \left(1 - \beta_e^2 - \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2} \right)^2.$$

Интегрирование по ω в формуле (13) проводится в пределах, определяемых из условия, чтобы корни $q_i(\omega)$ уравнения $D(q, \omega) = 0$ находились между 0 и q_m , где q_m определяется условием (9).

Пусть энергия E пролетающей частицы удовлетворяет условию

$$\frac{\sqrt{\omega_L \omega_0}}{q_m c} \ll \gamma \ll \frac{\omega_0}{\omega_L}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_e^2}} = \frac{E}{mc^2}, \quad (14)$$

а скорость осцилляций электронов плазмы во внешнем поле —

$$\frac{v_e^2}{c^2} > 1 - \frac{\omega_L^2}{q_m^2 c^2}. \quad (15)$$

Пользуясь условиями (14) и (15), приближенно находим пределы интегрирования

$$\omega_1^2 = \omega_L^2 \left(1 + \frac{\beta_e^2 \omega_L^2}{\omega_0^2 (1 - \beta_e^2)} \right), \quad \omega_2^2 = \omega_0^2 \beta_e^2, \quad (16)$$

$$\omega_3^2 = \omega_L^2 \left[1 - \beta_e^2 - \frac{\omega_L^2 \beta_e^2}{q_m^2 c^2} \left(1 + \alpha (1 - \beta_e^2) \frac{\omega_L^2}{q_m^2 c^2} \right) \right].$$

Выражение для потерь энергии частицы в плазме после интегрирования по ω выражается через элементарные функции и эллиптические интегралы третьего рода. Мы не приводим его в общем виде из-за громоздкости. Однако в двух частных случаях оно имеет простой вид. При $\alpha \gg 1$, что соответствует энергии пролетающей частицы, лежащей в интервале

$$\frac{\sqrt{\omega_L \omega_0}}{q_m c} \ll \gamma \ll \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega_L}},$$

имеем

$$W = - \frac{Z^2 e^2 \omega_L^2}{v_0} \ln \frac{q_m v_0}{\omega_L}. \quad (17)$$

При $\alpha \ll 1$, т. е. $\gamma \gg \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega_L}}$ получаем

$$W = - \frac{Z^2 e^2 \omega_L^2}{v_0} \left[\ln \frac{q_m v_0}{\omega_L} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{1 - \beta_e^2} \right]. \quad (18)$$

В общем случае выражение для потерь энергии частицы можно записать в виде

$$W = - \frac{Z^2 e^2 \omega_L^2}{v_0} \left[\ln \frac{q_m v_0}{\omega_L} - A(\gamma, \beta_e^2) \right], \quad (19)$$

где $A(\gamma, \beta_e^2)$ было получено путем численного интегрирования на ЭВМ.

На рис. 1 приводится зависимость $\frac{Z^2 e^2 \omega_p^2}{v_0} A(\gamma, \beta_e^2) / W_0$ от энергии пролетающей частицы при различных значениях β_e^2 . Величина $W_0 = \frac{Z^2 e^2 \omega_p^2}{v_0} \ln \frac{q_m v_0}{\omega_p}$ описывает потери в плазме в отсутствие внешнего поля. Мы сочли целесообразным привести также на рис. 2 кривые

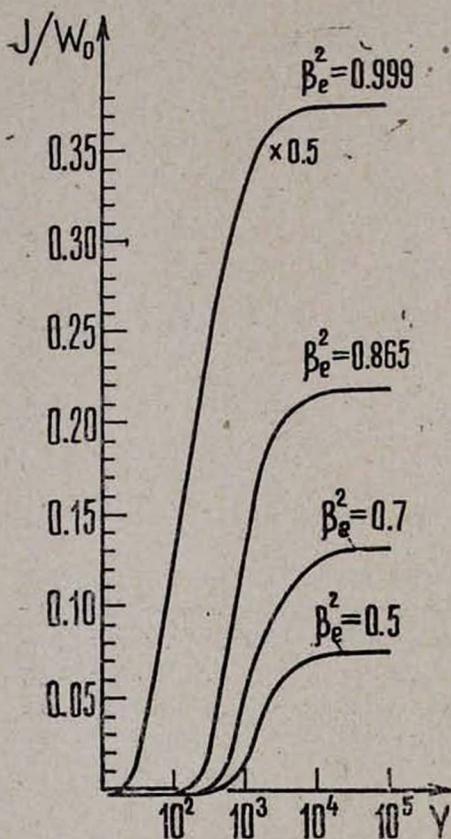


Рис. 1. Кривые зависимости J/W_0 от γ , где $J = Z^2 e^2 \omega_p^2 A/v_0$, при $\beta_e^2 = 0,5; 0,7; 0,865; 0,999$; $\omega_p = 10^{10} \text{ сек}^{-1}$, $\omega_0 = 10^{16} \text{ сек}^{-1}$, $q_{\text{max}} = 10^2 \text{ см}^{-1}$. Кривая для $\beta_e^2 = 0,999$ дана в уменьшенном в 2 раза масштабе.

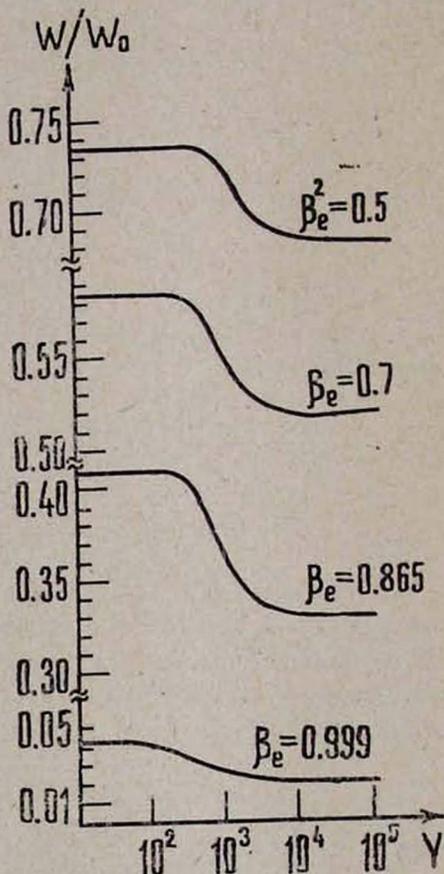


Рис. 2. Кривые зависимости W/W_0 от γ при тех же значениях параметров, что и на рис. 1.

зависимости относительных потерь W/W_0 от γ при различных значениях β_e^2 . При численных расчетах были взяты следующие значения параметров: $q_m = 10^2 \text{ см}^{-1}$, $\omega_0 = 10^{16} \text{ сек}^{-1}$, $\omega_p = 10^{10} \text{ сек}^{-1}$, $10 \ll \gamma \ll 10^6$.

Из приведенных аналитических и графических результатов можно сделать следующие выводы.

1. Наличие внешнего поля приводит как к изменению ленгмюровской частоты плазмы $\omega_L^2 = \omega_p^2 \sqrt{1 - \beta_e^2}$, так и к появлению в потерях частицы добавочного члена $A(\gamma, \beta_e^2)$, зависящего от энергии пролетающей частицы. Изменение ленгмюровской частоты приводит к тому, что с увеличением β_e потери энергии пробной частицы уменьшаются и стремятся к нулю при $\beta_e \rightarrow 1$ (см. также рис. 2).

2. При энергиях $\gamma \ll \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega_L}}$ $A(\gamma, \beta_e^2)$ стремится к нулю (формула (17) и рис. 1). Из рисунков видно, что с ростом энергии частицы потери начинают зависеть от энергии, а именно, при постоянном β_e с увеличением энергии они уменьшаются, а при $\gamma \gg \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega_L}}$ описываются выражением, не зависящим от энергии пролетающей частицы (формула (18)).

3. Из рис. 1 и формулы (18) видно, что с увеличением β_e зависящий от энергии частицы член в потерях $A(\gamma, \beta_e^2)$ возрастает.

4. При $\gamma \gg \frac{\omega_0}{\omega_L}$, когда не выполняется условие (14), $\alpha = \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2} \ll 1$, потери пробной частицы не зависят от ее энергии и описываются выражением (18).

В заключение выражаем благодарность А. Ц. Аматауни за обсуждения.

Ереванский физический
институт

Поступила 26.VII.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Алиев, Л. М. Горбунов, Р. Р. Рамазашвили. ЖЭТФ, 61, 1477 (1971).
2. Г. Г. Матевосян. Краткие сообщения по физике (ФИАН), 7, 13 (1972).
3. Г. Г. Матевосян. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 431 (1978).
4. А. Ц. Аматауни и др. Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий, Ереван, 1977, стр. 416.
5. А. И. Ахиезер, Р. В. Половин. ЖЭТФ, 30, 915 (1956).
6. А. М. Калмыков, Н. Я. Коцаренко. Изв. вузов, Радиофизика, 19, 1481 (1976).
7. L. Stenflo. Plasma Physics, 19, 1187 (1977).

ԼԻՅՔԱՎՈՐՎԱԾ ՌԵԼՅԱՏԻՎԻՍՏԻԿ ՄԱՍՆԻԿԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ
ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԸ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՈՒԺԵՂ
ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ԳՏՆՎՈՂ ՊԼԱՋՄԱՅՈՒՄ

Ք. Զ. ՀԱՅԱԳՈՐԾՅԱՆ, Ս. Ս. ԷԼԲԱԿՅԱՆ

Ուսումնասիրվում է ինտենսիվության կամայական պարամետր ունեցող շրջանային բևեռացման էլեկտրամագնիսական ալիքի ազդեցությունը ուղիղաձիգային մասնիկի էներգիայի կորուստների վրա: Ցույց է տրված, որ արտաքին դաշտում պլազմայի դիսպերսիոն հատկությունների փոփոխման պատճառով մասնիկի կորուստները կախված նրա էներգիայից փոփոխվում են:

ENERGY LOSSES OF A CHARGED RELATIVISTIC PARTICLE
IN PLASMA IN THE FIELD OF A STRONG ELECTROMAGNETIC
WAVE OF CIRCULAR POLARIZATION

K. Z. ATSAGORTSYAN, S. S. ELBAKYAN

The influence of the field of circularly polarized electromagnetic wave with an arbitrary parameter of intensity on the energy losses of a relativistic particle is discussed. It is shown that due to the change of dispersion properties of plasma in an external field, the energy losses begin to depend on the energy of the particle.