

О ТЕПЛОЕМОСТИ УПОРЯДОЧЕННОГО ДИЭЛЕКТРИКА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕГО ИНТЕНСИВНОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

Л. Г. ТОРИКЯН

Обсуждается зависимость теплоемкости упорядоченного диэлектрика от интенсивности проходящей через него интенсивной ультразвуковой волны. Вычислена поправка к теплоемкости диэлектрика для случая захваченных потенциальным рельефом звуковой волны резонансных тепловых фононов диэлектрика.

Изменения скорости интенсивного ультразвука в диэлектрике и теплоемкости диэлектрика обусловлены как нерезонансными фонанами, так и фонанами диэлектрика, находящимися в нелинейном резонансе с ультразвуковой волной. При увеличении интенсивности ультразвуковой волны резонансные фононы образуют группы пролетных и захваченных потенциальным рельефом звуковой волны частиц. Захваченные частицы движутся когерентно со звуковой волной и, релаксируя на тепловых фонанах, поглощают энергию поля звуковой волны. Это, в свою очередь, приводит к зависимости скорости звука и, следовательно, теплоемкости диэлектрика от интенсивности звуковой волны.

1. Введение

В последнее время значительно возрос интерес к нелинейным эффектам, возникающим при распространении интенсивной ультразвуковой волны через полупроводники и диэлектрики (см., например, работы [1—3] и ссылки, приведенные в них). В упорядоченных диэлектриках нелинейные эффекты, связанные с распространением интенсивной звуковой волны, обусловлены, в основном, фонон-фононными взаимодействиями ввиду отсутствия свободных электронов в диэлектрической среде.

В работе [4] рассмотрен вопрос об изменении скорости ультразвука с учетом фонон-фононного взаимодействия. С другой стороны, как известно, теплоемкость диэлектрика является функцией скорости звуковой волны в диэлектрике. В связи с этим представляет интерес рассмотрение задачи о влиянии нелинейного фонон-фононного резонанса на изменение теплоемкости диэлектрика.

Настоящая работа посвящена вопросу об изменении теплоемкости диэлектрика в результате нелинейного фонон-фононного резонанса для случая $\omega\tau_f \gg 1$, где ω — частота ультразвуковой волны, τ_f — время релаксации тепловых фононов в диэлектрике.

2. Основные уравнения и решения

Под ультразвуковой волной будем, следуя [1], подразумевать звуковую волну с частотой ω , превышающей обратное время релаксации фононов диэлектрика τ_{ϕ}^{-1} , т. е. частоту звука будем считать большой по сравнению с частотой столкновений тепловых фононов среды,

$$\omega \tau_{\phi} \gg 1. \quad (1)$$

Будем также считать выполненным условие

$$\omega \ll \omega_x = \begin{cases} \frac{T}{\hbar}, & T \ll \Theta \\ \frac{\Theta}{\hbar}, & T \gg \Theta, \end{cases} \quad (2)$$

где ω_x — частота характерных тепловых фононов диэлектрика, T — температура в энергетических единицах, Θ — дебаевская температура в энергетических единицах. Благодаря условию (1) звуковые кванты являются хорошо определенными квазичастицами. С другой стороны, условие (2) позволяет рассматривать звуковую волну как внешнее поле, действующее на фононную систему диэлектрика.

Мы ограничимся рассмотрением случая почти гармонической волны, т. е. интенсивной настолько, чтобы вызвать, не нарушая линейной теории упругости, нелинейные по интенсивности эффекты, связанные с созданием неравновесности в небольшой группе фононов, находящихся в резонансе с ультразвуковой волной [1].

Внешнее звуковое поле, как известно, модулирует энергию фононов:

$$\varepsilon_{ql} = \hbar \omega_{ql} \left[1 + \lambda_{lk}(\mathbf{q}) \frac{\partial u_{lk}(\mathbf{r}, t)}{\partial x_k} \right], \quad (3)$$

где ω_{ql} — частота фонона ветви l с волновым вектором $\mathbf{q}$, $\lambda_{lk}(\mathbf{q})$ — безразмерный тензор Ахиезера, связанный с нелинейным характером собственных колебаний кристалла [5].

Мы рассматриваем взаимодействие поперечного звукового фонона с продольным тепловым фононом. Без ущерба для качественных характеристик рассматриваемых явлений ограничимся случаем одномерной поперечной звуковой волны:

$$u_1 = 0, \quad u_2 = u_y, \quad u_3 = 0,$$

где $u_y \equiv u_y(x, t)$ — поперечное смещение вдоль оси y волны, движущейся в направлении оси x .

Поглощение поперечного звука возможно, как показывает анализ законов сохранения энергии и импульса, в процессе присоединения к продольным фононам [6]. Поглощение продольного фонона невозможно при строгом выполнении законов сохранения энергии и импульса, за исключением случая трехфононных столкновений, когда волновые векторы фононов параллельны. Но число фононов, участвующих в таких процессах, мало,

поэтому этими процессами можно пренебречь [7]. Таким образом, скорость продольного звука v_l можно считать не зависящей от поглощения, поскольку коэффициент поглощения продольного звука $\Gamma_l \approx 0$. Поэтому изменение скорости продольного звука будет обусловлено только нерезонансными фонами, т. е. не будет зависеть от интенсивности ультразвуковой волны. Действительно, в работе [4] была получена поправка к скорости поперечного звука:

$$\frac{\Delta v_t}{v_t^0} = - \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{\hbar \omega_q \lambda_{yx}^2}{2 \rho (v_t^0)^2} T \frac{\partial n_q^0(\omega_q)}{\partial T} - \frac{\left\{ \frac{\partial U_y}{\partial U_{0y}} \frac{\partial U_y}{\partial \psi} \right\}}{\frac{\partial}{\partial U_{0y}} \left\{ \frac{\partial U_y}{\partial \psi} \right\}^2} \frac{1}{k} \Gamma_t, \quad (4)$$

где v_t^0 — скорость поперечной звуковой волны в невозмущенной среде, ρ — плотность среды, $n_q^0(\omega_q)$ — равновесная функция распределения фононов от невозмущенного значения ω_q частоты теплового фонона, k — модуль волнового вектора ультразвуковой волны, Γ_t — коэффициент поглощения поперечного ультразвука [1], $U_y \equiv k u_y$ — безразмерное смещение частиц среды в поле звуковой волны, $U_{0y} \equiv k u_{0y}$ — безразмерная амплитуда этого смещения (u_{0y} — амплитуда смещения u_y), $\psi \equiv kx - \omega t$ — фаза ультразвуковой волны. В (4) первое слагаемое в правой части обусловлено нерезонансными фонами, а второе слагаемое обусловлено фонами среды, находящимися в нелинейном резонансе со звуковой волной.

Очевидно, что по аналогии с (4) легко записать формулу и для продольного звука. поскольку вывод (4) не зависит от вида колебательной ветви:

$$\frac{\Delta v_l}{v_l^0} = - \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{\hbar \omega_q \lambda_{xx}^2}{2 \rho (v_l^0)^2} T \frac{\partial n_q^0(\omega_q)}{\partial T} - \frac{\left\{ \frac{\partial U_x}{\partial U_{0x}} \frac{\partial U_x}{\partial \psi} \right\}}{\frac{\partial}{\partial U_{0x}} \left\{ \frac{\partial U_x}{\partial \psi} \right\}^2} \frac{1}{k} \Gamma_l, \quad (5)$$

где v_l^0 — скорость продольной звуковой волны в невозмущенной среде, λ_{xx} — компонента безразмерного тензора Ахиезера для случая продольного звука ($u_1 = u_x$, $u_2 = 0$, $u_3 = 0$), $U_x \equiv k u_x$ и $U_{0x} \equiv k u_{0x}$ — соответственно безразмерное продольное смещение и амплитуда ультразвуковой продольной волны (u_{0x} — амплитуда смещения u_x), Γ_l — коэффициент продольного ультразвука.

В силу вышесказанного $\Gamma_l \approx 0$, поэтому имеем

$$\frac{\Delta v_l}{v_l^0} = - \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{\hbar \omega_q \lambda_{xx}^2}{2 \rho (v_l^0)^2} T \frac{\partial n_q^0(\omega_q)}{\partial T}. \quad (6)$$

Таким образом, можно считать, что в условиях точного выполнения законов сохранения энергии и импульса зависимость теплоемкости c_v диэлектрика от интенсивности проходящего через него ультразвука целиком обусловлена поперечной модой, имеющей скорость v_t .

Как известно, теплоемкость определяется формулой

$$c_v = \frac{\partial \overline{E}}{\partial T}, \quad (7)$$

где $\overline{E}$ — внутренняя энергия диэлектрика, усредненная по периоду волны. С другой стороны, внутренняя энергия диэлектрика определяется по формуле

$$E = \sum_q \varepsilon_q n_q(\varepsilon_q), \quad (8)$$

$$n_q(\varepsilon_q) = n_q^0(\varepsilon_q) + g_q(x, t). \quad (9)$$

Здесь через $g_q(x, t)$ обозначена добавка к $n_q^0(\varepsilon_q)$ — равновесной функции распределения, обусловленная как нерезонансным, так и резонансным взаимодействиями ультразвука с фононами среды. Выражение для $g_q(x, t)$ содержится в работе [1], значение ε_q определяется из формулы (3).

В случае захваченных потенциальным рельефом звуковой волны тепловых фононов среды при $|\partial u_y / \partial x| \ll 1$ в [1] были получены выражения для g_q^+ и g_q^- , отвечающих различным направлениям продольного импульса тепловых фононов среды. Оказывается, что для рассматриваемого случая справедливо равенство $g_q^+ = -g_q^-$, откуда получаем

$$\sum_q \varepsilon_q g_q \equiv 0. \quad (10)$$

Таким образом,

$$E = \sum_q \varepsilon_q n_q^0(\varepsilon_q). \quad (11)$$

Усредняя (11) по периоду волны, будем иметь

$$\overline{E} = \sum_q \hbar \omega_q n_q^0(\omega_q) + O\left[\left(\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)^2\right], \quad (12)$$

где $O[(\partial u_y / \partial x)^2]$ — малая величина порядка $(\partial u_y / \partial x)^2$ и ее можно отбросить, поскольку в (3) учитывались малые величины не выше первого порядка по $(\partial u_y / \partial x)$. Тогда для $\overline{E}$ получаем

$$\overline{E} = E_{\text{равн.}}, \quad (13)$$

где $E_{\text{равн.}} = \sum_q \hbar \omega_q n_q^0(\omega_q)$ — равновесная внутренняя энергия кристалла в отсутствие возмущения.

Воспользуемся известной интерполяционной формулой Дебая (см., например, [8])

$$c_v = 3 N_v \left\{ D\left(\frac{\Theta}{T}\right) - \frac{\Theta}{T} D'\left(\frac{\Theta}{T}\right) \right\}, \quad (14)$$

где штрих означает дифференцирование по $z \equiv \Theta/T$. В (14) введены следующие обозначения:

$$D\left(\frac{\Theta}{T}\right) \equiv \frac{3}{\Theta^3} T^3 \int_0^{\Theta/T} \frac{z^3 dz}{\exp(z) - 1}, \quad (15)$$

$$\Theta \equiv \hbar (\omega_q)_{\max} = \hbar \bar{\nu} \left(\frac{6 \pi^2}{V} N_v \right), \quad (16)$$

$(\omega_q)_{\max}$ — максимальная частота дебаевского теплового фонона,

$$(\bar{\nu})^3 \equiv \frac{3}{\frac{2}{(\nu_l)^3} + \frac{1}{(\nu_t)^3}}, \quad (17)$$

ν — число атомов в элементарной ячейке, N — число элементарных ячеек решетки в основном объеме V ,

$$\nu_t = \nu_t^0 + \Delta \nu_t, \quad (18)$$

$$\nu_l = \nu_l^0 + \Delta \nu_l, \quad (19)$$

где $\Delta \nu_t$ и $\Delta \nu_l$ определяются из формул (4) и (6).

Из (14) видно, что при $T \gg \Theta$ (высокие температуры) имеем

$$c_V = 3N_v. \quad (20)$$

При $T \ll \Theta$ (низкие температуры) находим

$$c_V = \frac{2\pi^2}{5(\hbar \bar{\nu})^3} T^3 V. \quad (21)$$

Подставляя (17) в (21) с учетом (18) и (19) и удерживая члены не выше первого порядка малости по $\Delta \nu_t$ и $\Delta \nu_l$, получаем

$$c_V = c_V^0 - 2 c_V^0 \left(\frac{\bar{\nu}^0}{\nu_l^0} \right)^3 \frac{\Delta \nu_t}{\nu_l^0} - c_V^0 \left(\frac{\bar{\nu}^0}{\nu_l^0} \right)^3 \frac{\Delta \nu_l}{\nu_l^0}, \quad (22)$$

где

$$c_V^0 = \frac{2\pi^2}{5(\hbar \bar{\nu}^0)^3} T^3 V, \quad (23)$$

$$(\bar{\nu}^0)^3 \equiv \frac{3}{\frac{2}{(\nu_l^0)^3} + \frac{1}{(\nu_t^0)^3}}. \quad (24)$$

Через c_V^0 в (22) и (23) обозначена теплоемкость невозмущенного диэлектрика.

Таким образом, для $\frac{\Delta c_V}{c_V^0} \equiv \frac{c_V - c_V^0}{c_V^0}$ получаем

$$\frac{\Delta c_V}{c_V^0} = 2 \left(\frac{\bar{\nu}^0}{\nu_l^0} \right)^3 \frac{\Delta \nu_t}{\nu_l^0} - \left(\frac{\bar{\nu}^0}{\nu_l^0} \right)^3 \frac{\Delta \nu_l}{\nu_l^0}, \quad (25)$$

где

$$\frac{\Delta \nu_t}{\nu_t} = \alpha + \beta W^{\frac{3}{4}}, \quad (26)$$

$$\frac{\Delta v_l}{v_l} = \gamma. \quad (27)$$

Здесь α и γ отрицательны, знак β зависит от формы внешнего звукового сигнала, α , β и γ не зависят от интенсивности звука W [4]. Выражения для α и γ задаются (4) и (5), а именно:

$$\alpha = - \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^3} \frac{\hbar \omega_q \lambda_{yx}^2}{2\rho (v_l^0)^2} T \frac{\partial n_q^0(\omega_q)}{\partial T}, \quad (28)$$

$$\gamma = - \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^3} \frac{\hbar \omega_q \lambda_{xx}^2}{2\rho (v_l^0)^2} T \frac{\partial n_q^0(\omega_q)}{\partial T}. \quad (29)$$

Выражение для β содержится в работе [4]:

$$\beta = - \frac{B}{\omega} \int \frac{d^2 q_{\perp}}{(2\pi)^3} \frac{\hbar}{\omega_q \tau_{\Phi}} \left\{ \frac{q_{\perp} \omega_q \lambda_{yx}}{v_l^0 \left[1 - \left(\frac{v_l^0}{v_l} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}^{\frac{3}{2}} T \frac{\partial n_q^0(\omega_q)}{\partial T} \frac{2^{\frac{3}{4}} 64}{9\pi\rho (v_l^0)^{\frac{3}{2}}}. \quad (30)$$

где $q_{\perp}$ — модуль импульса теплового фона среды, перпендикулярного направлению распространения звука, B — численный коэффициент, величина и знак которого зависят только от вида внешнего звукового сигнала.

Через W обозначена интенсивность поперечной звуковой волны:

$$W = \rho (v_l^0)^2 \left\{ \frac{\partial u_y}{\partial x} \right\}^2. \quad (31)$$

Итак, для $\frac{\Delta c_V}{c_V^0}$ окончательно получаем

$$\frac{\Delta c_V}{c_V^0} = - \left[2 \left(\frac{v_l^0}{v_l} \right)^3 \alpha + \left(\frac{v_l^0}{v_l} \right)^3 \gamma \right] - 2 \left(\frac{v_l^0}{v_l} \right)^3 \beta W^{\frac{3}{4}}, \quad (32)$$

где α , γ и β задаются формулами (28)–(30), а W — (31). В (32) член в квадратных скобках обусловлен нерезонансными фонами, член же, содержащий интенсивность W , обусловлен только фонами диэлектрика, находящимися в нелинейном резонансе со звуковой волной.

Таким образом, в зависимости от формы внешнего ультразвукового сигнала может наблюдаться уменьшение или увеличение теплоемкости c_V диэлектрика как функции от интенсивности W распространяющейся через диэлектрическую среду поперечной ультразвуковой волны.

Автор выражает глубокую благодарность проф. В. С. Сардаряну за постановку задачи и всестороннюю помощь при выполнении работы.

Армянский государственный
пединститут им. Х. Абовяна

Поступила 3.V.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Д. Каган. ФТТ, 19, 39 (1977).
2. Ю. В. Гуляев. ФТТ, 12, 415 (1970).

3. В. Д. Казан. ФТТ, 16, 1776 (1974).
4. В. С. Сардарян, Л. Г. Торилян. ФТТ, 21, 3118 (1979).
5. А. И. Ахизер. ЖЭТФ, 8, 1318 (1938).
6. Л. Д. Ландау, Ю. Б. Румер. Сборник трудов Л. Д. Ландау, Изд. Наука, М., 1969, т. 1, стр. 226.
7. Дж. Такер, В. Рэмpton. Гиперзвук в физике твердого тела, Изд. Мир, М., 1975, стр. 102.
8. Л. Д. Ландау, В. М. Лифшиц. Статистическая физика, Изд. Наука, М., 1976, ч. 1, стр. 223.

ԿԱՐԳԱՎՈՐՎԱԾ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿԻ ՋԵՐՄՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ, ՆՐԱ
ՄԻՋՈՎ ԱՆՑՆՈՂ ԻՆՏԵՆՍԻՎ ՈՒՆՏՐԱԶԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻԲԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Լ. Գ. ԹՈՐԻԿՅԱՆ

Քննարկվում է կարգավորված դիելեկտրիկի ջերմունակության կախվածությունը նրա միջով անցնող ինտենսիվ ուլտրաձայնային ալիքի ինտենսիվությունից: Հաշված է դիելեկտրիկի ջերմունակության ուղղումը, երբ դիելեկտրիկի ռեզոնանսային ջերմային ֆոնոնները գրավված են ձայնային ալիքի պոտենցիալ ռելիեֆով:

ON THE THERMAL CAPACITY OF A REGULATED DIELECTRIC IN THE PRESENCE OF PASSING STRONG ULTRASONIC WAVES

L. G. TORIKYAN

The dependence of the thermal capacity of a regulated dielectric on the intensity of passing strong ultrasonic waves is discussed. Corrections to the dielectric thermal capacity for the resonance thermal phonons captured by the potential relief of sonic waves, were calculated.