

О СВЕРХСВЕТОВОМ ИСТОЧНИКЕ В ВОЛНОВОДЕ

Э. А. БЕГЛОЯН, С. Х. БЕКОВА

Предложена теория излучения от сверхсветового излучателя для регулярного волновода произвольного поперечного сечения. Получены и исследованы выражения для полей и энергии излучения. Показано, что излучение Вавилова—Черенкова от сверхсветового источника может возникать и в пустом волноводе.

Модель сверхсветового источника в плоском волноводе была предложена в [1]. Однако в этой работе был рассмотрен весьма идеализированный случай волновода, состоящего из двух параллельных идеально проводящих пластин. Ниже предлагается теория излучения от сверхсветового излучателя для регулярного волновода произвольного поперечного сечения.

Пусть регулярный волновод с произвольным поперечным сечением, заполненный однородным диэлектриком с проницаемостью ϵ , вдоль оси x через промежутки времени $l(\sin\alpha)/v$ со скоростью $v = v_x = \text{const}$ пересекают N частиц, которые разнесены вдоль оси z на расстояние $\Delta z = l\cos\alpha$ одна от другой (см. рисунок). Фурье-компоненты плотности заряда и тока запишем в виде

$$\rho_{\omega} = \frac{q}{2\pi v} \delta(y - y_0) \sum_{m=1}^N \delta(z + ml \cos \alpha) \exp[-i \frac{\omega}{v} (x - lm \sin \alpha)],$$

$$j_z = v \rho_{\omega}.$$
(1)

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом, изложенным в [2].

В качестве потенциалов поля используем $E_{z\omega}$ и $H_{z\omega}$ составляющие полей, удовлетворяющие уравнениям

$$\Delta E_{z\omega} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon E_{z\omega} = \frac{4\pi}{\epsilon} \frac{\partial \rho_{\omega}}{\partial z},$$

$$\Delta H_{z\omega} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon H_{z\omega} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j_{\omega}}{\partial y}.$$
(2)

Первое из уравнений (2) описывает ТМ-волны, второе — ТЕ-волны.

Решение (2) ищем в виде разложения по собственным функциям ψ_n и $\hat{\psi}_n$ поперечного сечения волновода соответственно для ТМ- и ТЕ-волн

$$E_{z\omega} = \sum_n E_n(z) \psi_n(x, y),$$
(3)

$$H_{z\omega} = \sum_n H_n(z) \hat{\psi}_n(x, y).$$

Если теперь разложить правые части (2) по собственным функциям с одновременным разложением $H_n(z)$, $E_n(z)$, ρ_ω и j_ω в интегралы Фурье по z , то $E_n(z)$ и $H_n(z)$ можно представить в виде

$$E_n(z) = \frac{iq}{\pi \varepsilon v} A_n \sum_m e^{i \frac{\omega}{v} ml \sin \alpha} \int \frac{e^{i \mu (z + ml \cos \alpha)}}{\gamma_n^2 - \mu^2} \mu d\mu, \quad (4)$$

$$H_n(z) = \frac{q}{\pi c} B_n \sum_m e^{i \frac{\omega}{v} ml \sin \alpha} \int \frac{e^{i \mu (z + ml \cos \alpha)}}{\gamma_n^2 - \mu^2} d\mu,$$

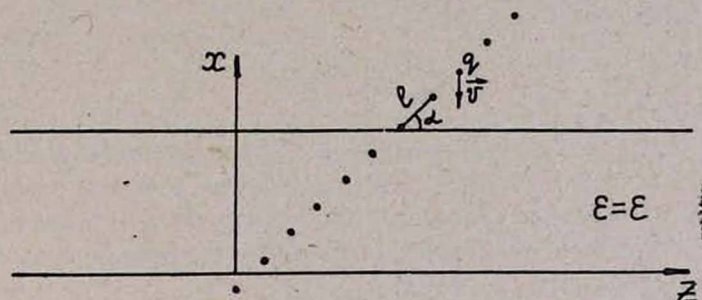
где

$$A_n = \int e^{-i \frac{\omega}{v} x} \psi_n(x, y_0) dx,$$

$$B_n = \int e^{-i \frac{\omega}{v} x} \frac{\partial \psi_n(x, y_0)}{\partial y_0} dx,$$

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_n^2} \text{ и } \gamma_n^* = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_n^2}$$

есть постоянные распространения вдоль оси z соответственно TM - и TE -волн, λ_n и λ_n^* — постоянные распространения волны в плоскости xy .



Геометрия сечения волновода.

Произведя в (4) интегрирование в комплексной плоскости μ с учетом принципа излучения, окончательно находим

$$E_n(z) = \frac{q}{\varepsilon v} \sum_m A_n \exp \left(i \frac{\omega}{v} ml \sin \alpha - i \gamma_n |z + ml \cos \alpha| \right) \text{sign}(z + ml \cos \alpha), \quad (5)$$

$$H_n(z) = \frac{iq}{c \gamma_n} \sum_m B_n \exp \left(i \frac{\omega}{v} ml \sin \alpha - i \gamma_n^* |z + ml \cos \alpha| \right).$$

Полученные выражения позволяют вычислить поток энергии переходного излучения в волноводе по формулам

$$S_n^{(TM)} = \lambda_n^{-2} \text{Re} \int \varepsilon \gamma_n |E_n(z)|^2 \omega d\omega,$$

$$S_n^{(TE)} = \lambda_n^{-2} \operatorname{Re} \int \gamma_n |H_n(z)|^2 \omega d\omega. \quad (6)$$

Подставив (5) в (6) и воспользовавшись известным выражением

$$\sum_{k=0}^N e^{ikx} = \frac{\sin(N+1) \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}},$$

для n -ой моды волны получим

$$S_n^{(TM)} = \frac{q^2}{v^2 \lambda_n^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{\gamma_n |A_n|^2}{\varepsilon(\omega)} \frac{\sin^2 \frac{Nl}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)}{\sin^2 \frac{l}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)} \omega d\omega, \quad (7)$$

$$S_n^{(TE)} = \frac{q^2}{c^2 \lambda_n^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{|B_n|^2}{\gamma_n} \frac{\sin^2 \frac{Nl}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)}{\sin^2 \frac{l}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)} d\omega;$$

верхний знак соответствует потоку энергии излучения в области $z > Nl \cos \alpha$, нижний — в области $z < 0$. Полная энергия излучения определяется соотношением

$$S = \sum_n (S_n^{(TM)} + S_n^{(TE)}).$$

Для детального анализа выражений (7) обратимся к частному случаю прямоугольного волновода. Пусть плоскости $x=0$, $y=0$, $x=a$ и $y=b$ являются стенками волновода. Воспользовавшись известными выражениями для собственных функций поперечного сечения прямоугольного волновода, перепишем (7) в виде

$$S_{n,m}^{(TM)} = T_{n,m} \operatorname{Re} \int \frac{\gamma_{n,m} \sin^2 \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{\omega}{v} \right) \frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 - \frac{\omega^2}{v^2} \right]^2} \times$$

$$\times \frac{\sin^2 \frac{Nl}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)}{\sin^2 \frac{l}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)} \omega d\omega, \quad (8)$$

$$S_{n,m}^{(TE)} = \dot{T}_{n,m} \operatorname{Re} \int \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{\omega}{v} \right) \frac{a}{2}}{\gamma_{n,m} \left[\left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 - \frac{\omega^2}{v^2} \right]^2} \times$$

$$\times \frac{\sin^2 \frac{Nl}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)}{\sin^2 \frac{l}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right)} \omega^3 d\omega,$$

$$T_{n,m} = \frac{16 q^2 \pi^2 m^2 \sin^2 \left(\frac{\pi n y_0}{b} \right)}{v^2 a^3 b \lambda_{n,m}^2}, \quad \dot{T}_{n,m} = \frac{8 q^2 \varepsilon_j \pi^2 n^2 \sin^2 \left(\frac{\pi n y_0}{b} \right)}{v^2 c^3 a b^3 \lambda_{n,m}^2},$$

$$\varepsilon_j = 2, j \neq 0, \varepsilon_0 = 1.$$

В непрерывном спектре переходного излучения отсутствуют частоты, удовлетворяющие условиям

$$\frac{\pi n y_0}{b} = \pi s, \quad \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{\omega}{v} \right) \frac{a}{2} = \pi k,$$

$$\frac{lN}{2} \left(\frac{\omega}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right) = \pi r, \quad s = 0, s, k, r = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Знаменатели подынтегральных выражений (8) имеют особые точки для частот ω_m и ω_k , удовлетворяющих условиям

$$\omega_m = \frac{\pi m v}{a}, \quad l \left(\frac{\omega_k}{v} \sin \alpha \mp \gamma_n \cos \alpha \right) = 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (9)$$

Первое условие в (9) детально исследовано в [2] и показано, что при $\varepsilon > 1 + \frac{a^2 n^2}{b^2 m^2}$ и $\beta > \left[\frac{1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{a^2 n^2}{b^2 m^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$ оно определяет спектр излучения Вавилова—Черенкова в волноводе. Второе условие (9) описывает доплеровский спектр движущегося осциллятора. В самом деле, оно может быть записано в виде

$$\frac{\omega - 2\pi k v / l \sin \alpha}{v \operatorname{ctg} \alpha} = \gamma_n \quad (10)$$

и совпадает с уравнением спектра в эффекте Доплера в волноводе [3], если считать, что собственная частота движущегося осциллятора есть

$$\omega_{0k} = \frac{2\pi k v}{l \sin \alpha}$$

и его скорость $v' = v \operatorname{ctg} \alpha$. При $k > 0$ — эффект нормальный, а при $k < 0$ и $\beta \sqrt{\varepsilon} \operatorname{ctg} \alpha > 1$ — эффект аномальный, причем последний имеет место и в пустом волноводе при $\varepsilon = 1$, если только $\beta \operatorname{ctg} \alpha > 1$. Доплеровское условие (10) описывает синфазное излучение N частиц, и на фоне непрерывного спектра переходного излучения на частотах ω_k появляются пики излучения, высота которых равна

$$\frac{\partial S_n^{(TM)}}{\partial \omega} = N^2 \frac{\partial S_n'^{(TM)}}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_k},$$

$$\frac{\partial S_n^{(TE)}}{\partial \omega} = N^2 \frac{\partial S_n'^{(TE)}}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_k}, \quad (11)$$

где $\partial S_n^{(TM)}/\partial\omega$ и $\partial S_n^{(TE)}/\partial\omega$ — энергии излучения одной частицы. Максимум излучения в этом случае можно ожидать, когда одновременно выполняются оба условия (9). Тогда синфазным оказывается не только переходное, но и черенковское излучение частиц. Условия (9) выполняются при связи между параметрами задачи

$$\left(\frac{ml}{a}\right)^2 (\beta_z^2 \cos^2 \alpha - 1) - \left(\frac{nl}{b} \cos \alpha\right)^2 = 4k \left(k - \frac{ml}{a} \sin \alpha\right). \quad (12)$$

При $k = 0$ уравнение (10) определяет спектр «продольного» излучения Вавилова—Черенкова (см. [1, 4]) при условии, когда точка пересечения зарядами стенки волновода движется со сверхсветовой скоростью, т. е. при $\beta \sqrt{\epsilon} \operatorname{ctg} \alpha > 1$. Спектр этого излучения определяется соотношением

$$\frac{\omega}{v} \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - \lambda_n^2} \quad (13)$$

и при отсутствии дисперсии у диэлектрика имеем

$$\omega = \frac{\lambda_n v \operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{\beta^2 \epsilon \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}}. \quad (14)$$

На этих частотах в волноводе возникают пики «продольного» излучения Вавилова—Черенкова, высоты которых определяются выражениями

$$\frac{\partial S_{n,m}^{(TM)}}{\partial\omega} = T_{n,m} N^2 \frac{\lambda_{n,m}^2 v_z}{(\beta_z^2 \epsilon - 1)} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{\lambda_{n,m} v_z}{v \sqrt{\beta_z^2 \epsilon - 1}} \right) \frac{a}{2}}{\left| \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 - \frac{\lambda_{n,m}^2 v_z^2}{v^2 (\beta_z^2 \epsilon - 1)} \right|^2}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial S_{n,m}^{(TE)}}{\partial\omega} = \hat{T}_{n,m} N^2 \frac{\lambda_{n,m}^2 v_z^3}{(\beta_z^2 \epsilon - 1)} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{\lambda_{n,m} v_z}{v \sqrt{\beta_z^2 \epsilon - 1}} \right) \frac{a}{2}}{\left| \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 - \frac{\lambda_{n,m}^2 v_z^2}{v^2 (\beta_z^2 \epsilon - 1)} \right|^2},$$

где $v_z = v \operatorname{ctg} \alpha$, $\beta_z = v_z/c$.

Как и следовало ожидать, высота пиков «продольного» излучения Вавилова—Черенкова индуцированных зарядов, как и для любых зарядов, пропорциональна квадрату длины пути. Как видно из (14), «продольное» излучение Вавилова—Черенкова имеет место и при $\epsilon = 1$.

При больших значениях N спектр излучения становится дискретным, и для вычисления интенсивности отдельных линий можно воспользоваться следующей формулой:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 Nx}{\sin^2 x} = \sum_k \delta(x - \pi k).$$

Выполняя с ее помощью интегрирование в (8) по ω , для энергии «продольного» излучения Вавилова—Черенкова окончательно получаем

$$S_{n,m}^{(TM)} = T_{n,m} \frac{\pi N_{n,m}^2 v_z}{(\beta_z^2 \varepsilon - 1)} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{i_{n,m} v_z}{v \sqrt{\beta_z^2 \varepsilon - 1}} \right) \frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 - \frac{i_{n,m}^2 v_z^2}{v^2 (\beta_z^2 \varepsilon - 1)} \right]^2}, \quad (16)$$

$$S_{n,m}^{(TE)} = T_{n,m} \frac{\pi N_{n,m}^2 v_z^2}{(\beta_z^2 \varepsilon - 1)} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{i_{n,m} v_z}{v \sqrt{\beta_z^2 \varepsilon - 1}} \right) \frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 - \frac{i_{n,m}^2 v_z^2}{v^2 (\beta_z^2 \varepsilon - 1)} \right]^2}.$$

Для мод волноводных волн, индексы которых удовлетворяют условию

$$\left(\frac{n}{m} \right)^2 \cos^2 \alpha = \left(\frac{b}{a} \right)^2 (\beta_z^2 \varepsilon \cos \alpha - 1),$$

«продольное» и «поперечное» излучения Вавилова—Черенкова синфазны, и полная энергия излучения равна

$$S_{\text{чер. н. м}}^{(TM)} = \frac{q^2 \pi N a v_z}{v^2 b (\beta_z^2 \varepsilon - 1)} \sin^2 \left(\frac{\pi n y_0}{b} \right), \quad (17)$$

$$S_{\text{чер. н. м}}^{(TE)} = \frac{q^2 \pi^3 N a n v_z}{c^2 b^2 i_{n,m}^2} \sin^2 \left(\frac{\pi n y_0}{b} \right).$$

Интенсивность черенковских линий здесь оказывается пропорциональной a и $N \cos \alpha$, т. е. длине траекторий частиц при поперечном и эффективном продольном движении.

Авторы выражают благодарность Б. М. Болотовскому, Э. М. Лазиеву и К. А. Барсукову за обсуждение работы.

Ереванский физический

институт

Дагестанский педагогический

институт

Поступила 27.IV.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Афанасьев, Б. М. Болотовский. Краткие сообщения по физике, ФИАН, № 10, 29 (1972).
2. К. А. Барсуков, Э. Д. Газаян, Э. М. Лазиев. Изв. вузов, Радиофизика, 15, 192 (1972).
3. Л. Г. Нарышкина, К. А. Барсуков. ЖТФ, 33, 444 (1963).
4. С. В. Афанасьев. Изв. вузов, Радиофизика, 18, 1520 (1975).

ԳԵՐԼՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՂ ԱՂԲՅՈՒՐԸ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Է. Ա. ԲԵՂԼՈՅԱՆ, Ս. Խ. ԲԵՂՈՎԱՆ

Առաջարկված է գերլուսային ճառագայթող աղբյուրի ճառագայթման տեսությունը կամայական կտրվածք ունեցող ալիքատարում: Ստացված և հետազոտված են դաշտերի և էներգիայի արտաճառությունները ճեղք է տրված, որ գերլուսային աղբյուրը կարող է արձակել վալի-լու-Չերենկովի ճառագայթում նաև դատարկ ալիքատարում:

THE SUPERLUMINAL SOURCE IN A WAVEGUIDE

E. A. BEGLOYAN, S. Kh. BEKOVA

The theory of radiation from a superluminal radiator is proposed for a regular waveguide of an arbitrary cross-section. The expressions for the fields and the energy of radiation are obtained and investigated. It was shown, that the Vavilov-Cherenkov radiation from the superluminal source may arise even in an empty waveguide.