Изв. АН Армянской ССР, Физика, 14, 235—239 (1979)

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОНДУЛЯТОРАХ

Л. А. ГЕВОРГЯН, Н. А. КОРХМАЗЯН

Получена формула для частотного спектра излучения релятивистских частиц в нерегулярном вакуумном ондуляторе. Показано, что нерегулярность приводит к сглаживанию спектра излучения и к смещению пика в сторону длинных волн.

Исследование ондуляторного излучения берет начало с работы В. Л. Гинзбурга [1], где обсуждается вопрос о возможности генерации микрорадиоволн. Особенно перспективной оказалась идея генерации квазимонохроматических ультрафиолетовых и более коротких электромагнитных волн в ондуляторах с использованием электронных пучков современных ускорителей [2, 3]. В этом отношении большой практический интерес представляет также генерация ондуляторного излучения в кристаллах каналированными частицами [4]. Достаточно полное изложение теории ондуляторного излучения в вакууме содержится в работе [5].

Следует отметить, однако, что в реальных условиях неизбежны различные отклонения от идеальной регулярности движения заряженной частицы. В связи с этим в настоящей работе рассматривается практически важный вопрос, а именно, вопрос о влиянии нерегулярности движения частицы на спектр жесткого ондуляторного излучения.

1. Формула для средней интенсивности

Пусть электрон с постоянной продольной скоростью v_z движется по траектории, состоящей из гладко сшитых синусоидальных кривых, периоды которых являются произвольными случайными величинами τ_k. Разобьем время движения частицы на следующие $m+2$ интервала: $t \leqslant 0$ с номером $k=0$, $t \in [t_{k-1};\ t_k]$ с номерами $k \in [1;\ m]$ и $t \geqslant t_m$ с $k=m+1$, где $m \gg 1$ и $t_k = \sum_{i=1}^{k} \tau_i/2$. Траекторию частицы удобно представить в виде следующей непрерывной функции:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}_0 (-1)^{k-1} u_0 \tau_k \eta(t) + \mathbf{k}_0 v_z t, \tag{1}$$

$$\eta(t) = \begin{cases} \sin \dfrac{2\pi}{\tau_k}(t - t_{k-1}), & t \in \left[-\dfrac{\tau_0}{4},\ t_m + \dfrac{\tau_{m+1}}{4} \right], \\ 1, & t \text{ не } \in \left[-\dfrac{\tau_0}{4},\ t_m + \dfrac{\tau_{m+1}}{4} \right], \end{cases}$$

где $4u_0$—среднее значение абсолютной величины скорости электрона вдоль оси x.

Гладкость траектории (1) обеспечивается независимостью скорости u_0 от номера k. Выбор такой траектории оправдан тем, что в отклоняющем поле с эффективным значением напряженности F_k амплитуда колебаний электрона $x_{0k} \sim F_k \tau_k^2$. С другой стороны, при одинаковых источниках поля $F_k \sim 1/\tau_k$ и поэтому $x_{0k} = u_0 \tau_k$. Отметим, что такой выбор траектории приводит к тому, что формула для интенсивности излучения применима лишь в дипольном приближении [1].

Пусть, кроме того, независимые случайные величины τ_k распределены по нормальному закону Гаусса

$$f\left(\frac{\tau}{T}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{\tau}{T}-1\right)^2\right], \quad \sigma = \frac{(\langle\tau^2\rangle - T^2)^{1/2}}{T} \ll 1, \quad (2)$$
$$T = \langle\tau\rangle,$$

где T — средний период движения, а σ^2 — дисперсия случайной величины τ/T.

Тогда для средней (по распределению (2)) интенсивности излучения с единицы пути пролета с точностью до малых $\max(\sigma^2, 1/m)$ будем иметь [6]

$$\left\langle \frac{dW}{d\omega dO dz} \right\rangle = \frac{e^2\omega^2\sqrt{\varepsilon}\,l}{8\pi^2 c^3} \sum_p \left[G_{p,0} + 2\sum_{n=1}^{\infty} G_{p,n}\right] \Phi_p(y), \quad (3)$$

$$G_{p,n} = \frac{\varkappa_p}{\pi n + \varkappa_p}\left[\sin^2\theta + \frac{2(p+n)}{\beta\sqrt{\varepsilon}\,\xi}\cos\theta - \frac{p(p+2n)}{\beta^2\varepsilon\xi^2}\left(1 - \frac{1}{\sin^2\theta\cos^2\varphi}\right)\right] \times$$
$$\times J_p(\alpha\cos\varphi)\, J_{p+2n}(\alpha\cos\varphi),$$

где

$$\varkappa_p = \frac{\pi}{2}(p+y), \quad y = \xi(1-\beta\sqrt{\varepsilon}\cos\theta), \quad \xi = \frac{\omega T}{2\pi}, \quad (4)$$
$$l = \beta c T, \quad \beta = \frac{v_z}{c}, \quad \alpha = 2\pi\sqrt{\varepsilon}\,\frac{u_0\xi}{c}\sin\theta,$$

$dO = \sin\theta d\theta d\varphi$ — телесный угол излучения, J_p — функция Бесселя, а $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость среды.

Входящий в формулу (3) фактор нерегулярности Φ_p с точностью до малых $1/m\pi^2 p^2\sigma^2$ можно представить в виде

$$\Phi_p(y) = \frac{2}{\pi}\,\frac{\Delta}{(y+p)^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = \frac{\pi}{2}p^2\sigma^2. \quad (5)$$

2. Спектральное распределение

Для получения частотного спектра необходимо проинтегрировать частотно-угловое распределение (3) по углам (θ, φ). Представим произведение бесселевых функций в виде ряда [7] с учетом того, что индексы этих функций могут принимать и отрицательные значения:

$$J_p(\alpha\cos\varphi)\,J_{p+2n}(\alpha\cos\varphi) = [\operatorname{sign} p\,(p+2n)]^p \times \tag{6}$$

$$\times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (|p|+|p+2n|+2k)! \left(\frac{\alpha}{2}\cos\varphi\right)^{|p|+|p+2n|+2k}}{k!\,(|p|+k)!\,(|p+2n|+k)!\,(|p|+|p+2n|+k)!}.$$

Проинтегрировав (6) по углу φ, для спектрального распределения средней интенсивности ондуляторного излучения с единицы пути пролета частицы получаем

$$\left\langle \frac{dW}{d\omega dz} \right\rangle = \frac{e^2\omega}{2c^2} \int_{(1-\beta\sqrt{\varepsilon})\,\xi}^{(1+\beta\sqrt{\varepsilon})\,\xi} \sum_p \Phi_p \sum_{k=0}^{\infty} \left[f_{pok}(y) + \right. \tag{7}$$

$$\left. + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{y+p}{y+p+2} f_{pnk}(y) \right] dy,$$

где

$$f_{pnk}(y) = A_{pnk}\left[1 - \frac{(\xi-y-p-n)^2-n^2}{\beta^2\varepsilon\xi^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{p\,(p+2n)}{\beta^2\varepsilon\xi^2-(\xi-y)^2} \frac{|p|+|p+2n|+2k}{|p|+|p+2n|+2k-1}\right] \left(\frac{\alpha}{4}\right)^{|p|+|p+2n|+2k}, \tag{8}$$

$$A_{pnk} = \frac{[\operatorname{sign} p\,(p+2n)]^p\,(-1)^k\,[(|p|+|p+2n|+2k)!]^2}{k!(|p|+k)!(|p+2n|+k)!(|p|+|p+2n|+k)!([2^{-1}(|p|+|p+2n|+2k)]!)^2},$$

$$\alpha = \frac{q}{\beta\gamma}[\beta^2\varepsilon\xi^2-(\xi-y)^2]^{1/2},\quad q = 2\pi\gamma\frac{u_0}{c},\quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}.$$

В случае регулярного ондулятора ($\sigma \to 0$) функция $\Phi_p(y)$ переходит в $2\delta(y+p)$, и вместо (7) имеем

$$\frac{dW}{d\omega dz} = \frac{e^2\omega}{c^2} \sum_{p=-p_-}^{p_+} \sum_{k=0}^{\infty} f_{pok}(-p),\quad p_\mp = \text{entire}\,[(\beta\sqrt{\varepsilon}\pm 1)\,\xi]. \tag{9}$$

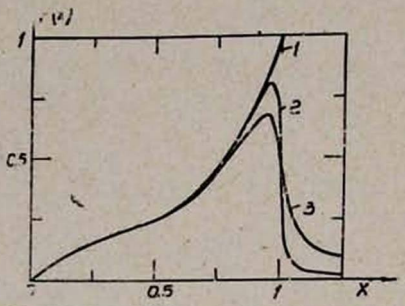
Заметим, что при условии $\beta\sqrt{\varepsilon} < 1$ индекс p принимает лишь отрицательные значения. В дипольном приближении ($q \ll 1$) формула (9) для основной гармоники ($p = -1, k = 0$) и при $\gamma \gg 1$, $\varepsilon = 1$ совпадает с известной формулой для частотного распределения интенсивности излучения, образуемого в бесконечном регулярном вакуумном ондуляторе [3, 5].

В случае слабой нерегулярности и для тех гармоник, номера которых удовлетворяют условию $\Delta \ll 1$, функция $\Phi_p(y)$ имеет δ-образный характер и существенное значение принимает в малой окрестности вокруг точки максимума $y = -p$. Величина максимума этой функции равна $2\Delta/\pi$, а ее полуширина — порядка Δ. Поэтому с точностью до малых $q^2/2|p|$ выра-

жение (7) для интенсивности излучения релятивистских частиц в вакуумном ондуляторе принимает следующий вид:

$$<\frac{dW}{d\omega dz}>=\frac{e^2\omega}{2c^2}\int\limits_{(1-\beta)\xi}^{(1+\beta)\xi}\Phi_p(y)\,f_{poo}(y)\,dy. \qquad (10)$$

Подынтегральная функция $f_{poo}(y)$ достаточно гладкая, поэтому с точностью до малых порядка Δ ее можно вынести из-под интеграла в точке



Частотное распределение интенсивности ондуляторного излучения на основной гармонике ($p=-1$) в дипольном приближении. Кривая 1 соответствует случаю регулярного ондулятора ($\sigma=0$), а кривые 2 и 3 — случаю нерегулярного ондулятора со степенями нерегулярности $\sigma=8$ и 16%.

$y=-p$. Тогда, переходя к новой безразмерной частоте $x=(1-\beta)\xi$, получаем

$$<\frac{dW}{dxdz}>\Big|_p=\left(\frac{2\pi eq\gamma}{l}\right)^2F(x),\quad F(x)=F_p(x)\,\varphi_p(x,\sigma),$$

$$F_p(x)=\frac{(-1)^{|p|-1}(2|p|)!}{2(|p|)^4}\left(\frac{q}{2}\right)^{2(|p|-1)}[x(x+p)]^{|p|-1}x\left[2x(x+p)+\right.$$

$$\left.+\frac{|p|^3}{2|p|-1}\right], \qquad (11)$$

$$\varphi_p(x,\sigma)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{|p|-x}{\Delta}.$$

В области частот $|x-|p||\gg\Delta$ имеется переход к регулярному случаю, так как при этом $\varphi_p\to 1;\ 0\ (x<|p|;\ x>|p|)$.

Изменение частотного спектра обусловлено тем, насколько фактор φ_p отличен от единицы. Заметное отличие имеется лишь в интервале частот $|x-|p||\lesssim\Delta$. На частоте $x=|p|$ излучение в нерегулярном ондуляторе падает в два раза, $\varphi_p(|p|,\sigma)=1/2$, причем оно простирается до частот $x\lesssim|p|+\Delta$. При этом пик в спектре перемещается в сторону малых частот. Величина пика становится тем меньше, чем больше степень нерегулярности σ, так как в области частот $x<|p|$ имеет место неравенство $\varphi_p(x,\sigma_1)>\varphi_p(x,\sigma_2)$, где $\sigma_1<\sigma_2$, что и приводит к увеличению ширины спектра.

Максимальное значение спектрального распределения (11) для основной гармоники ($p=-1$) определяется формулой

$$F(x_m)=\left(1-\sqrt{\frac{3}{2}}\sigma\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{1}{\pi\sigma}\right), \qquad (12)$$

$$x_m=1-\frac{\sigma}{\sqrt{6}}.$$

При этом полная интенсивность излучения в пределах точности решения задачи ($\sigma^2 \ll 1$) остается неизменной.

На рисунке приведены частотные спектры средней интенсивности ондуляторного излучения на гармонике $p = -1$ для двух значений степени нерегулярности. Для сравнения приведен также спектр излучения, образуемого в регулярном ондуляторе.

Ереванский физический
институт
Армянский педагогический
институт им. Х. Абовяна

Поступила 25.V.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Л. Гинзбург.* Изв. АН СССР, сер. физ., 11, 165 (1947).
2. *Р. П. Годвин.* Синхротронное излучение в исследовании твердых тел, Изд. Мир, М., 1970, стр. 125.
3. *Н. А. Корхмазян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287 (1970); 5, 418 (1970).
4. *М. А. Кумахов.* ЖЭТФ, 72, 1489 (1977).
5. *Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов.* Труды ФИАН, 80, 100 (1975).
6. *Л. А. Геворгян, Н. А. Корхмазян.* Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий, Ереван, 1977, стр. 434.
7. *Г. Н. Ватсон.* Теория бесселевых функций, ИЛ, М., 1949, ч. I.

ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՈՉ ՌԵԳՈՒԼՅԱՐ ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐՈՒՄ

Լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ն. Ա. ՂՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

Ստացված է բանաձև ռելյատիվիստիկ մասնիկների ճառագայթման սպեկտրալ բաշխման համար վակուումային ոչ ռեգուլյար օնդուլյատորում։ Ցույց է տրված, որ ոչ ռեգուլյարության պատճառով ճառագայթման սպեկտրը դառնում է ողորկ, իսկ նրա պիկը տեղաշարժվում է դեպի երկարալիքային տիրույթ։

RADIATION FROM CHARGED PARTICLES IN IRREGULAR UNDULATORS

L. A. GEVORGYAN, N. A. KORKHMAZYAN

The formula for frequency spectra of radiation from relativistic particles in an irregular vacuum undulator is obtained. It is shown that the irregularity brings to the smearing of radiation spectra and shifts the peak to longer wavelengths.