

МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЛОЖЕННОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЫ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ

Р. С. ОГАНЕСЯН С. В. АРУТЮНЯН

Рассматривается вопрос малых колебаний равновесной вложенной межзвездной среды в гравитационном поле цилиндрической симметрии звездной компоненты. Без учета самогравитации межзвездной среды получен полный спектр собственных частот и установлена устойчивость рассматриваемой среды.

Известно, что спиральные рукава галактик, как правило, состоят из звездного населения и вложенного межзвездного газа. Возможные равновесные формы вложенной газовой массы и ее динамическое поведение диктуются как самогравитацией самого газа, так и регулярным гравитационным полем звездного населения. Вопросы равновесия и устойчивости чисто газовых конфигураций типа цилиндрических в собственном поле гравитационных сил рассматривались в работах многих авторов.

В настоящей работе рассматриваются вопросы формирования равновесной цилиндрической конфигурации вложенной массы межзвездного газа и устойчивости этой конфигурации по отношению к малым возмущениям. Эти вопросы имеют важное практическое значение в астрофизике в связи с формированием тел путем конденсации диффузной среды.

Представим рукава спиральной галактики в виде цилиндра с бесконечной длиной и радиусом R_0 , предполагая, что звездное население равномерно распределено по объему цилиндра с постоянной пространственной плотностью ρ_0 . В основу теоретического рассмотрения положим систему уравнений гидродинамики с учетом изотермического режима вложенной газовой массы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla (V_0 + \varphi), \\ P &= nKT = \frac{KT}{m} \rho = c^2 \rho, \\ \Delta \varphi &= -4\pi G \rho, \end{aligned} \quad (1)$$

где c — скорость звука в изотермической среде, φ — самосогласованный потенциал вложенной массы, V_0 — потенциал регулярного гравитационного поля звездной компоненты цилиндрической конфигурации во внутренней ее точке,

$$V_0 = -\pi G \rho_0 r^2. \quad (2)$$

Здесь мы рассматриваем тот случай, когда поведение межзвездного газа, в основном, диктуется регулярным гравитационным полем, а эффектом самогравитации можно пренебречь. При этом из системы (1) получаем закон распределения газовой компоненты в виде

$$\rho = \rho_c \exp \left\{ -\frac{\pi G \rho_0}{c^2} r^2 \right\}, \quad (3)$$

где ρ_c — плотность газообразной среды на оси симметрии. Характерной чертой распределения (3) является быстрое, но монотонное убывание плотности с расстоянием и конечность массы, приходящейся на погонную единицу. Эффективный радиус цилиндрического объема, в котором сосредоточена основная масса газовой среды, как видно из (3), равен

$$D = \frac{c}{\sqrt{\pi G \rho}} \quad (4)$$

(подразумевается, что $D < R_0$).

Приступим к исследованию вопроса устойчивости цилиндрического распределения газовой среды методом теории малых колебаний. Используя понятие вектора смещения ξ , систему линеаризованных уравнений движения (1) можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial \rho}{\rho^2} \nabla P - \frac{1}{\rho} \nabla \partial P, \quad (5)$$

$$\partial \rho = -\operatorname{div} \rho \xi, \quad \partial P = c^2 \partial \rho.$$

При получении уравнения (5) мы пользовались тем, что эйлерово изменение потенциала звездной компоненты равно нулю, $\delta V_0 = 0$. Путем несложных преобразований правую часть уравнения (5) можно привести к виду

$$\frac{\partial \rho}{\rho^2} \nabla P - \frac{1}{\rho} \nabla \partial P = -c^2 \nabla \frac{\partial \rho}{\rho} = c^2 \nabla \left\{ \operatorname{div} \xi - \frac{2r}{D^2} \xi_r \right\}. \quad (6)$$

Следовательно, уравнение (5), определяющее малые колебания среды, примет вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \nabla \left\{ \operatorname{div} \xi - \frac{2r}{D^2} \xi_r \right\}. \quad (7)$$

Представим решение уравнения (7) в виде [1, 2]

$$\xi(r, t) = \xi(r) \exp i(\omega t + kz), \quad (8)$$

$$\operatorname{div} \xi = \psi(r) \exp i(\omega t + kz),$$

где $\xi(r) = \{\xi_r(r), \xi_z(r)\}$ — подлежащие определению неизвестные функции. Подставляя (8) в (7), получаем следующую систему дифференциальных уравнений для определения этих функций:

$$\begin{aligned} -\frac{\omega^2}{c^2} \xi_r &= \psi' - \frac{2}{D^2} \xi_r - \frac{2r}{D^2} \xi_r', \\ -\frac{\omega^2}{c^2} \xi_z &= ik\psi(r) - \frac{2ik}{D^2} r \xi_r, \\ \psi(r) &= \xi_r' + \frac{\xi_r}{r} + ik \xi_z. \end{aligned} \quad (9)$$

Исключая из этой системы последовательно ξ_z и ψ , для определения ξ_r получаем уравнение

$$r^2 \xi_r'' + r(1 - br^2) \xi_r' + (ar^2 - 1) \xi_r = 0, \quad (10)$$

где введены обозначения

$$a = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{2}{D^2}, \quad b = \frac{2}{D^2}. \quad (11)$$

Подстановкой $\xi_r = r^{-1/2} f(r)$ (10) приводится к уравнению [3]

$$r^2 f'' - br^3 f' + \left(\frac{b}{2} r^2 + ar^2 - \frac{3}{4} \right) f = 0,$$

которое, в свою очередь, можно привести к гипергеометрическому уравнению

$$yU'' + (2-y)U' - \frac{b-a}{2b}U = 0. \quad (12)$$

Здесь

$$y = \frac{b}{2} r^2, \quad U(y) = y^{-3/4} f(y).$$

Решением уравнения (12) является выражение [3]

$$U(y) = c_1 F\left(\frac{b-a}{2b}, 2, y\right) + c_2 \left\{ \frac{1}{y} + C'_{-\frac{a+b}{2}} \left[F\left(\frac{b-a}{2b}, 2, y\right) \ln y + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{b-a}{2b} \left(\frac{b-a}{2b} + 1 \right) (\dots)}{2 \cdot 3 \cdot 4} \frac{y^k}{k!} \sum_{v=0}^k \left(\frac{1}{v + \frac{b-a}{2b}} - \frac{1}{v+2} - \frac{1}{v+1} \right) \right] \right\}. \quad (13)$$

Требование конечности полученного решения в точке $r=0$ приводит к значению $c_2 = 0$. Далее, возвращаясь к функции $\xi_r(r, t)$, находим

$$\xi_r(r, t) = c_1 r F\left(\frac{b-a}{2b}, 2, \frac{br^2}{2}\right) \exp i(\omega t + kz). \quad (14)$$

Нетрудно вычислить также $\xi_z(r)$.

Таким образом, мы нашли точное решение линеаризованной задачи, характеризующее природу малых колебаний во вложенной газовой среде (с учетом неоднородности и сжимаемости распределения плотности) в гравитационном поле цилиндрической симметрии.

Для получения спектра собственных частот рассматриваемых колебаний потребуем, чтобы плотность кинетической энергии $\frac{1}{2} \rho \dot{\xi}^2$ при больших $r \gg D$ стремилась к нулю [4]. Это требование приводит к обрыванию гипергеометрического ряда из-за экспоненциального стремления к нулю плотности при больших r .

Из (14) имеем

$$\frac{b-a}{2b} = -n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Подставляя значения констант a и b из (11), получаем

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \frac{4c^2}{D^2} n, \quad (15)$$

откуда следует, что $\omega^2 > 0$, т. е. вложенная газовая конфигурация цилиндрической формы без учета самогравитации в гравитационном поле звездной компоненты является устойчивой.

Ереванский государственный
университет

Поступила 21.V.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. С. Оганесян. Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 266 (1967).
2. М. Г. Абрамян, Р. С. Оганесян. Астрофизика, 13, 254 (1977).
3. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, М., 1961.
4. А. Н. Nelson. MNRAS, 174, 661 (1976).

ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՍԻՄԵՏՐԻԱՅԻ ԳՐԱՎԻՏԱՅԻՈՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ՆԵՐԴՐՎԱՍ ԳԱԶԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՓՈՔՐ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ

Ռ. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ս. Վ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Աշխատանքում քննարկվում են փոքր տատանումները միջաստղային միջավայրում, որը տեղավորված է գլանային սիմետրիա ունեցող աստղային կոմպոնենտի գրավիտացիոն դաշտում: Առանց հաշվի առնելու միջաստղային միջավայրի ինքնագրավիտացիոն առաջված է սեփական տատանումների լրիվ սպեկտրը և, ցույց է տված ալիպսի միջավայրի կայունությունը:

SMALL OSCILLATIONS OF INTERLOCATED GASEOUS MEDIUM IN CYLINDRICALLY SYMMETRICAL GRAVITATIONAL FIELD

R. S. OGANESYAN, S. V. ARUTUNYAN

Small oscillations of an equilibrium interstellar medium in the cylindrically symmetrical gravitational field of a stellar component are considered. The total spectrum of natural frequencies was obtained without regard for the medium self-gravitation and the stability of such a medium is established.