

НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕЖИМ ВКР ПРИ МНОГОМОДОВОЙ НАКАЧКЕ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Г. П. ДЖОТЯН

В приближении заданного поля «сильной» моды накачки получено новое решение уравнений вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) при многомодовой накачке в диспергирующей среде. Это решение описывает как режимы некогерентного и когерентного ВКР, так и область, переходную между этими двумя предельными случаями.

В работах, посвященных исследованию процесса вынужденного комбинационного рассеяния при многомодовой накачке в диспергирующей среде, рассмотрение обычно проводится отдельно для двух предельных случаев: режимов некогерентного и когерентного ВКР (см., например, [1—3]). В некогерентном режиме ВКР имеет место условие $gI_{\text{но}} \ll \nu\Delta\omega_n$, и из-за большой волновой расстройкой, вносимой немонахроматичностью накачки, эффективное взаимодействие имеет место только между соответствующими, т. е. сдвинутыми друг относительно друга на частоту молекулярных колебаний ω_0 , модами стоксовой волны и накачки* (g — фактор усиления, $I_{\text{но}}$ — средняя интенсивность накачки на входе в комбинационно-активную среду, $\nu = 1/u_c - 1/u_n$ — относительная дисперсия групповых скоростей стоксовой волны (u_c) и накачки (u_n), $\Delta\omega_n$ — ширина частотного спектра накачки). В этом случае усиление стоксовой волны происходит неэффективно и ширина ее спектра не изменяется [2, 5]. В случае же когерентного режима рассеяния, когда $gI_{\text{но}} \gg \nu\Delta\omega_n$, в усилении каждой моды стоксовой волны эффективно участвуют все моды накачки. При этом наблюдается уширение частотного спектра узкополосной на входе стоксовой волны и повторение им спектрального распределения широкополосной накачки (см., например, [2—5]).

В настоящей работе приводится общее решение уравнений, описывающих ВКР при многомодовой накачке в диспергирующей среде, описывающее как режимы некогерентного и когерентного ВКР, так и область, переходную между этими предельными случаями. При этом предполагается, что одна из мод накачки (например, центральная с номером $n = 0$)** имеет интенсивность, во много раз превышающую интенсивность остальных мод накачки и стоксовой волны, и что в процессе ВКР эта «сильная» мода не истощается. В то же время для всех остальных мод накачки имеет место нелинейный режим ВКР, когда необходимо учитывать эффекты насыщения. Следует отметить, что на возможность влияния «слабой» частот-

* В настоящей работе предполагается, что волна накачки представляет собой суперпозицию дискретных мод, частотное расстояние Ω между которыми удовлетворяет условию $\Omega T_2 \gg 1$, где T_2 — время поперечной релаксации комбинационно-активного перепада среды [4].

** «Сильной» может быть мода накачки с любым номером n .

ной компоненты накачки на характеристики вынужденного рассеяния Мандельштам—Бриллюэна «сильной» компоненты с интенсивностью выше пороговой впервые было указано в [6]. В [7, 8] в частном случае двухмодовой накачки теоретически и экспериментально было показано, что в присутствии «сильной» компоненты накачки мощность ее «слабой» компоненты, необходимая для наблюдения ВКР, может быть снижена в 10^4 раз.

2. Система уравнений для амплитуд мод стоксовой волны a_n и накачки A_n имеет вид [4]

$$\frac{d}{dz} a_n = \frac{g}{2} A_n C(z) e^{i\nu_n z}, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz} A_n = -\frac{g}{2} \frac{\omega_n}{\omega_c} a_n C^*(z) e^{-i\nu_n z}$$

с граничными условиями:

$$a_n(z=0) = a_n^0, \quad A_n(z=0) = A_n^0, \quad (2)$$

где

$$C(z) = \sum_m a_m A_m^* e^{-i\nu_m z}.$$

Рассмотрим ВКР многомодовой накачки с «сильной» центральной и «слабыми» боковыми модами: $|A_0^0|^2 \gg |A_n^0|^2$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$).

Интенсивности мод стоксовой волны на входе в среду ($z=0$) будем считать величинами одного порядка, причем интенсивность моды, резонирующей с «сильной» модой накачки, предполагается отличной от нуля. Будем считать, что основной вклад в возбуждение молекулярных колебаний с амплитудой Q вносит биение между «сильной» модой накачки и соответствующей модой стоксовой волны, т. е. $Q \sim C(z) \simeq a_0(z) A_0^0$. В этом приближении удастся решить основную систему уравнений (1) при произвольной дисперсии среды. Ниже будет сделана оценка длины рассеяния, при которой применяемое приближение справедливо.

а) Приближение заданного поля накачки:

$$A_n(z) \equiv A_n^0 \quad (n = 0, \pm 1, \dots, \pm N).$$

В этом приближении для амплитуд мод стоксовой волны из (1) имеем

$$da_n/dz = \frac{g}{2} [A_n^0 A_0^0 a_0 \exp(i\nu_n z) + a_n |A_n^0|^2], \quad (n \neq 0), \quad (3)$$

$$da_0/dz = \frac{g}{2} a_0 |A_0^0|^2. \quad (4)$$

В правой части (3) оставлен член $\frac{g}{2} |A_n^0|^2 a_n(z)$, который играет существенную роль в некогерентном режиме ВКР. Решение уравнений (3) — (4) имеет вид

$$a_n(z) = a_n^0 \exp\left(\frac{g}{2} |A_n^0|^2 z\right) +$$

$$+ \frac{\frac{g}{2} A_n^0 A_0^{0*} a_0^0}{i\nu\Omega_n + \frac{g}{2} |A_0^0|^2} \left\{ \exp\left[\left(\frac{g}{2} |A_0^0|^2 + i\nu\Omega_n\right) z\right] - \exp\left(\frac{g}{2} |A_n^0|^2 z\right) \right\}, (n \neq 0),$$

$$a_0(z) = a_0^0 \exp\left(\frac{g}{2} |A_0^0|^2 z\right). \quad (5)$$

Из (5) следует, что если на входе в среду какая-либо мода стоксовой волны отсутствовала ($a_n^0 = 0$, $n \neq 0$), то в процессе ВКР она возбуждается. Однако возможность повторения частотного спектра накачки спектром стоксовой волны определяется соотношением между величинами $\nu\Delta\omega$ и $\frac{g}{2} |A_0^0|^2$. Как видно из (5), эффект повторения имеет место только в когерентном режиме ВКР, когда $|\nu\Delta\omega_n| \ll \frac{g}{2} |A_0^0|^2$. В некогерентном режиме рассеяния, когда $|\nu\Delta\omega| \gg \frac{g}{2} |A_0^0|^2$, решение (5) может быть записано в виде

$$a_n(z) \simeq a_n^0 \exp\left(\frac{g}{2} |A_n^0|^2 z\right) -$$

$$- i \frac{g A_n^0 A_0^{0*} a_0^0}{2\nu\Omega_n} \exp\left[\left(\frac{g}{2} |A_0^0|^2 + i\nu\Omega_n\right) z\right], (n \neq 0). \quad (7)$$

Из (7) следует, что учет второго слагаемого в (3) необходим, когда первое слагаемое в (7) порядка второго слагаемого или преобладает над ним. Это приводит к условию

$$g |A_0^0|^2 z \ll 2 \ln \left(\frac{2 |\nu\Omega|}{g |A_n^0| |A_0^0|} \right). \quad (8)$$

При выполнении (8) имеем

$$a_n(z) \simeq a_n^0 e^{\frac{g}{2} |A_n^0|^2 z},$$

что совпадает с результатом, полученным в [2]. В случае же выполнения условия, обратного условию (8), как следует из (5), коэффициент усиления стоксовой компоненты «слабой» моды накачки определяется интенсивностью ее «сильной» моды, что может привести к значительному снижению порога возбуждения «слабой» моды, что и было получено в [7, 8]. Для этого наиболее интересного случая проведем рассмотрение нелинейного режима ВКР.

6) Нелинейный режим рассеяния «слабых» мод накачки.

Рассмотрим такой режим ВКР, когда можно пренебречь истощением «сильной» моды накачки (с номером $n = 0$) и необходим учет изменения

амплитуд «слабых» мод накачки в результате рассеяния. Уравнения (1) в рассматриваемом случае переписутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} b_n + i\nu_n \Omega b_n &= \frac{g}{2} A_n f(z), \\ \frac{d}{dz} A_n &= -\frac{\omega_n}{\omega_c} \frac{g}{2} b_n f^*(z), \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$b_n = a_n \exp(-i\nu_n \Omega z), \quad f(z) = a_0(z) A_0^{0*} = a_0^0 A_0^{0*} \exp\left(\frac{g}{2} |A_0|^2 z\right).$$

После исключения A_n из (9) приходим к следующему уравнению:

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + p_n \frac{d}{dx} + qe^x + c_n \right] b_n = 0, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} x &= g |A_0|^2 z, \quad p_n = i\nu_n \Omega / g |A_0|^2 - \frac{1}{2}, \\ q &= \frac{1}{4} \omega_n |a_0|^2 / \omega_c |A_0|^2, \quad c_n = -i\nu_n \Omega / 2 g |A_0|^2. \end{aligned}$$

Решение уравнения (10) имеет вид [9]

$$\begin{aligned} b_n(z) &= e^{\left(\frac{1}{2} - \frac{i\nu_n \Omega}{g |A_0|^2}\right) g |A_0|^2 z / 2} [K_{1n} J_{\xi_n}(\alpha e^{g |A_0|^2 z / 2}) + \\ &+ K_{2n} J_{-\xi_n}(\alpha e^{g |A_0|^2 z / 2})], \end{aligned} \quad (11)$$

где $J_{\pm \xi_n}(z)$ — функция Бесселя, $\alpha = \sqrt{\omega_n |a_0|^2 / \omega_c |A_0|^2}$, $\xi_n = -p_n^*$, K_{1n} и K_{2n} — постоянные, определяемые граничными условиями:

$$b_n(z=0) = a_n^0, \quad \frac{d}{dz} b_n \Big|_{z=0} = -i\nu_n \Omega a_n^0 + \frac{g}{2} A_n^0 A_0^{0*} a_0^0.$$

Для K_{1n} получаем

$$\begin{aligned} K_{1n} &= \frac{J_{-\xi_n}(\alpha)}{J'_{\xi_n}(\alpha) J_{-\xi_n}(\alpha) - J_{\xi_n}(\alpha) J'_{-\xi_n}(\alpha)} \left[\frac{A_n^0 a_0^0}{A_0^0} - \right. \\ &\left. - \frac{a_n^0}{2} \left(1 + \frac{2 i\nu_n \Omega}{g |A_0|^2} + \frac{2 J'_{-\xi_n}(\alpha)}{J_{-\xi_n}(\alpha)} \right) \right]; \end{aligned} \quad (12)$$

K_{2n} получается из (12) заменой $\xi_n \rightarrow -\xi_n$. Штрих в (12) означает дифференцирование функции по своему аргументу.

В недиспергирующей среде ($\nu = 0$; при этом $\xi_n = \frac{1}{2}$ и $J_{1/2}(x) =$

$= \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$, $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$) для амплитуды n -ой ($n \neq 0$) моды стоксовой волны получаем

$$a_n(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi \alpha}} [K_{1n} \sin(\alpha e^{g|A_0^0|^2 z/2}) + K_{2n} \cos(\alpha e^{g|A_0^0|^2 z/2})]. \quad (13)$$

Воспользовавшись первым уравнением в (9), находим амплитуду соответствующей моды накачки:

$$A_n(z) = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} \frac{A_0^0}{\alpha_0} [K_{1n} \cos(\alpha e^{g|A_0^0|^2 z/2}) - K_{2n} \sin(\alpha e^{g|A_0^0|^2 z/2})]. \quad (14)$$

Так как все рассмотрение проводится в приближении заданного поля «сильной» центральной моды накачки, то имеет место соотношение

$$\frac{g|A_0^0|^2 z/2}{\alpha e} \ll 1.$$

При этом выражения (13) и (14) можно переписать в виде

$$a_n(z) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi \alpha}} (K_{2n} + \alpha K_{1n} e^{g|A_0^0|^2 z/2}), \quad (15)$$

$$A_n(z) \simeq \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} \frac{A_0^0}{\alpha_0} (K_{1n} - \alpha K_{2n} e^{g|A_0^0|^2 z/2}),$$

где

$$K_{1n} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\alpha \sqrt{\alpha}}{1 + \alpha^2} \left(a_n^0 + \frac{A_n^0 \alpha_0^0}{\alpha^2 A_0^0} \right), \quad (16)$$

$$K_{2n} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1/\alpha}{1 + \alpha^2} \left(a_n^0 - \frac{A_n^0 \alpha_0^0}{A_0^0} \right). \quad (17)$$

Так как в (16) второе слагаемое в скобках преобладает над первым (при $A_n^0 \neq 0$), то для амплитуды n -ой моды стоксовой волны при достаточно большом усилении получаем

$$a_n(z) \simeq \frac{A_n^0 \alpha_0^0}{A_0^0} e^{g|A_0^0|^2 z/2}, \quad (n \neq 0), \quad (18)$$

откуда следует повторение частотного спектра накачки в спектре ее стоксовой компоненты (за исключением центральной части спектра). В выражении (17) можно пренебречь вторым членом в скобках по сравнению с первым (при $\alpha_n^0 \neq 0$):

$$A_n(z) \simeq -\frac{\omega_n}{\omega_c} a_n^0 \frac{|a_0^0|^2}{|A_0^0|^2} e^{g|A_0^0|^2 z/2}. \quad (19)$$

Отсюда, в частности, следует возбуждение в нелинейном режиме рассеяния спектральных компонент накачки, отсутствовавших на входе в среду, что соответствует эффекту «обратной» перекачки, рассмотренному ранее в [10].

3. В заключение покажем, что использованное выше приближение заданного поля одной «сильной» моды в задаче о ВКР при многомодовой накачке справедливо при условии

$$|a_0^0|^2 \exp(g|A_0^0|^2 z) \ll |A_n^0|^2, \quad (20)$$

где $|A_0^0|^2 \gg |A_n^0|^2$, $|A_0^0|^2 \gg |a_n^0|^2$ ($n = \pm 1, \dots$), а амплитуды мод стоксовой волны на входе в среду являются величинами одного порядка. На самом деле, в общем случае диспергирующей среды из (1) имеем соотношение, отражающее закон сохранения числа квантов для взаимодействующих при ВКР волн с одним и тем же номером n :

$$|a_n(z)|^2 + \frac{\omega_c}{\omega_n} |A_n(z)|^2 = |a_n^0|^2 + \frac{\omega_c}{\omega_n} |A_n^0|^2, \quad (n \neq 0). \quad (21)$$

Из (21) следует, что при длине рассеяния z , удовлетворяющем условию (20), $|a_n(z)|^2 \ll |A_0^0|^2$, $|A_n(z)|^2 \ll |A_0^0|^2$, т. е. справедливо приближение заданного поля центральной «сильной» моды накачки.

Ереванский государственный
университет

Поступила 30.XI.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Ахматов. Изв. вузов, Радиофизика, 17, 541 (1974).
2. Г. П. Джотян и др. Квантовая электроника, 4, 1377 (1977).
3. Г. П. Джотян и др. ЖЭТФ, 73, 822 (1977).
4. Г. П. Джотян, Ю. Е. Дьяков. Вестник МГУ, Физика, 18, 70 (1977).
5. И. Г. Зубарев, А. Б. Миронов, С. И. Михайлов. Письма ЖЭТФ, 23, 697 (1976).
6. Ю. Е. Дьяков. Письма ЖЭТФ, 9, 487 (1969).
7. Г. В. Венкин и др. Письма ЖЭТФ, 21, 235 (1975).
8. Г. В. Венкин и др. ЖЭТФ, 70, 1674 (1975).
9. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, М., 1976, стр. 376.
10. Г. П. Джотян. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 155 (1978).

ԲԱԶՄԱՍՈՒ ՄՂՈՒՄԻ ՀԱՐԿԱԴՐԱԿԱՆ ԿՈՄԲԻՆԱՑԻՈՆ ՑՐՄԱՆ
ՈՁ-ԳԾԱՅԻՆ ՌԵԺԻՄԸ ԴԻՍՊԵՐՍ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Գ. Պ. ԶՈԹՅԱՆ

Մղումի «ուժեղ» մոդայի անխոփոխ դաշտի մոտավորությամբ ստացված է բազմամոդ մղումի հարկադրական կոմբինացիոն ցրման (ՀԿՑ) հավասարումների նոր լուծում դիսպերս միջավայրերի համար: Այդ լուծումը նկարագրում է ինչպես ՀԿՑ ոչ-կոհերենտ և կոհերենտ ռեժիմները, այնպես նաև այդ երկու սահմանային դեպքերի միջև ընկած տիրույթը:

THE NONLINEAR REGIME OF STIMULATED RAMAN SCATTERING WITH MULTIMODE PUMP IN A DISPERSIVE MEDIUM

G. P. DZHOTYAN

In the approximation of the given field of a "strong" pump mode a new solution of equations describing stimulated Raman scattering (SRS) with multimode pump is obtained in a dispersive medium. This solution describes regimes of incoherent and coherent SRS as well as the transition region between these two extreme cases.