

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ВОЛНОВОДЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ НЕОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

К. А. БАРСУКОВ, Э. А. БЕГЛОЯН

Предложен метод решения задач об излучении заряда в волноводе с неоднородным диэлектрическим заполнением по поперечному сечению, в котором нет необходимости построения ортонормированных собственных функций поперечного сечения. Метод развит на примере переходного излучения, возникающего при пересечении токовой нитью двухслойного плоского волновода перпендикулярно его оси. Найдены и исследованы выражения для полей и энергии излучения.

Теория переходного излучения источников, движущихся перпендикулярно к оси волновода с однородным диэлектрическим заполнением, детально исследована в работе [1]. Интенсивность переходного излучения при этом оказывается невысокой. Как и в случае аксиального пролета источника [2], интенсивность переходного излучения можно увеличить путем увеличения числа границ, пересекаемых источником. Точное решение подобных задач обладает рядом специфических особенностей, связанных с построением ортонормированных собственных функций поперечного сечения волновода. Собственные функции частично заполненных волноводов не всегда оказываются ортогональными и обобщение известных методов решения задач об излучении заряда в волноводе с однородным поперечным сечением невозможно.

В настоящей работе предлагается метод решения таких задач, который позволяет получить выражения для полей и энергии излучения без построения ортонормированной системы собственных функций.

Рассмотрим плоский волновод, ограниченный двумя идеально проводящими пластинами $y = 0$ и $y = b$ и заполненный кусочно-однородной диэлектрической средой с $\epsilon = \epsilon_1$ при $0 < y < y_0$ и $\epsilon = \epsilon_2$ при $y_0 < y < b$. Пусть по оси Oy со скоростью $v = \text{const}$ движется бесконечная токовая нить. Поскольку нить имеет H_x , H_y и E_z -составляющие полей, в волноводе возбуждаются ТЕ-волны. Для решения поставленной задачи в качестве потенциала используем $E_{z, \omega}$ -составляющую электрического поля, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^2 E_{z, \omega}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{z, \omega}}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon E_{z, \omega} = -\frac{2ij_0\omega}{c^2 v} \delta(x) e^{-i\frac{\omega}{v}y}, \quad (1)$$

где j_0 — ток нити.

Разложим $E_{z, \omega}$ и $\delta(x)$ в интегралы Фурье по координате x :

$$E_{z, \omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} C(x, y) e^{ixx} dx, \quad \delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ixx} dx. \quad (2)$$

Функция $C(x, y)$ определяется из уравнения, получающегося при подстановке (2) в (1):

$$\frac{\partial^2 C(x, y)}{\partial y^2} + h^2 C(x, y) = -\frac{ij_0 \omega}{\pi c^2 v} e^{-i \frac{\omega}{v} y}, \quad (3)$$

где

$$h^2 = \begin{cases} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - x^2 & \text{для } 0 < y < y_0 \\ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - x^2 & \text{для } y_0 < y < b. \end{cases}$$

Полное решение (3) есть сумма частного решения неоднородного уравнения

$$C^0(x, y) = -\frac{ij_0 \omega}{\pi c^2 v} \cdot \frac{e^{-i \frac{\omega}{v} y}}{h^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} \quad (4)$$

и решения однородного уравнения, которое ищем в виде стоячих волн в каждом слое диэлектрика:

$$C'(x, y) = \begin{cases} Ae^{ih_1 y} + Be^{-ih_1 y} & \text{для } 0 < y < y_0 \\ Ce^{ih_2 y} + De^{-ih_2 y} & \text{для } y_0 < y < b. \end{cases} \quad (5)$$

Условие непрерывности полей на границе раздела диэлектрических сред и обращение их в нуль на стенках волновода приводят к следующей системе уравнений для определения неизвестных коэффициентов:

$$C(x, y_0 - 0) = C(x, y_0 + 0), \quad (6)$$

$$\frac{\partial C(x, y_0 - 0)}{\partial y} = \frac{\partial C(x, y_0 + 0)}{\partial y}, \quad C(x, y) \Big|_{y=0}^{y=b} = 0.$$

Разрешая эту систему относительно неизвестных A, B, C и D , после несложных вычислений для $C(x, y)$ получаем

$$C(x, y) = \begin{cases} C_1(x, y) & \text{для } 0 < y < y_0 \\ C_2(x, y) & \text{для } y_0 < y < b, \end{cases} \quad (7)$$

$$C_1(x, y) = K(x, y) + [(R'(x, y_0) - F'(x, y_0)) \sin h_2(b - y_0) - (R(x, y_0) - F(x, y_0)) h_2 \cos h_2(b - y_0)] \frac{\sin h_1 y}{\Delta},$$

$$C_2(x, y) = F(x, y) + [(R(x, y) - F(x, y)) h_1 \cos h_1 y_0 + (R'(x, y_0) - F'(x, y_0)) \sin h_1 y_0] \frac{\sin h_2(y - b)}{\Delta},$$

где

$$\Delta = h_1 \sin h_2(b - y_0) \cos h_1 y_0 + h_2 \cos h_2(b - y_0) \sin h_1 y_0.$$

$$R(z, y) = -\frac{2j_0 \omega}{\pi c^2 v} \frac{\sin\left(\frac{\omega}{v} - h_1\right) \frac{y}{2}}{h_1^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{-l\left(\frac{\omega}{v} + h_1\right) \frac{y}{2}},$$

$$F(z, y) = -\frac{2j_0 \omega}{\pi c^2 v} \frac{\sin\left(\frac{\omega}{v} - h_2\right) \frac{y-b}{2}}{h_2^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{-l\left(\frac{\omega}{v} + h_2\right) \frac{y-b}{2}} e^{-l \frac{\omega}{v} b}.$$

Как обычно, в задачах об излучении функция $C(x, y)$ обладает особенностями типа простых полюсов в точках, где $\Delta=0$. Первый интеграл в (2), для которого функция $C(x, y)$ является подынтегральной, оказывается недоопределенным. Доопределение такого рода интегралов производится с помощью условий излучения через требование отвода энергии излучения от источника, что приводит к выбору обхода полюсов для интегралов (2),

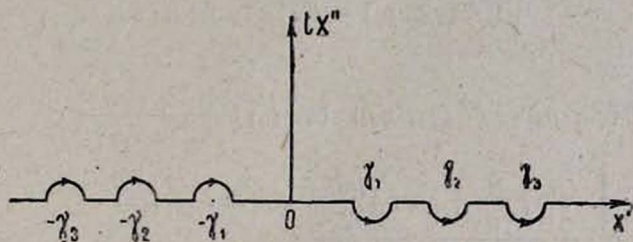


Рис. 1. Контур интегрирования в комплексной плоскости x для интегралов в (2). Изображенному на рис. 1. Значения γ_n определяются из уравнения (см. также [1])

$$\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - \gamma_n^2}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \gamma_n^2}} \operatorname{tg}\left((b-y_0) \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \gamma_n^2}\right) + \operatorname{tg}\left(y_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - \gamma_n^2}\right) = 0. \quad (8)$$

Таким образом, интеграл в (2) с помощью леммы Жордана может быть сведен к сумме вычетов в точках γ_n и интегралам по разрезам функций

$h_1(x) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - x^2}$ и $h_2(x) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - x^2}$. Заметим, что последние не дают вклада в поле излучения, так как они просто описывают ближнюю зону излучателя. Условие $x_n = \gamma_n$ определяет семейство значений постоянной распространения и одновременно моду волноводной волны.

Потери энергии единицы длины нити на переходное излучение определяются выражением

$$\frac{\partial W_n}{\partial z} = \frac{j_0}{v} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^b E_{z, \omega, n} e^{i \frac{\omega}{v} y} dy d\omega. \quad (9)$$

Отметим, что действительное значение интеграла (9) обусловлено лишь значениями $E_{z, \omega, n}$ в точках, являющихся корнями дисперсионного уравнения (8). Интегрирование в (2) по действительной оси x для прозрачного диэлектрика приводит к вещественным значениям $E_{z, \omega, n}$, которые не дают вклада в энергию излучения. С учетом сделанных замечаний для энергии переходного излучения единицы длины нити получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x} &= \sum_n \frac{\partial W_n}{\partial z} = \sum_n \left(\frac{\partial W_{n,1}}{\partial z} + \frac{\partial W_{n,2}}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial W_{n,1}}{\partial z} &= \frac{j_0}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} [(R'(\gamma_n, y_0) - F'(\gamma_n, y_0)) \sin \lambda_{n,2} (b - y_0) - \\ &\quad - (R(\gamma_n, y_0) - F(\gamma_n, y_0)) \lambda_{n,2} \cos \lambda_{n,2} (b - y_0)] \frac{T_{n,1} \omega d\omega}{\Delta'(\gamma_n = \gamma_n)}, \\ \frac{\partial W_{n,2}}{\partial z} &= \frac{j_0}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} [(R(\gamma_n, y_0) - F(\gamma_n, y_0)) \lambda_{n,1} \cos \lambda_{n,1} y_0 + \\ &\quad + (R'(\gamma_n, y_0) - F'(\gamma_n, y_0)) \sin \lambda_{n,1} y_0] \frac{T_{n,2} \omega d\omega}{\Delta'(\gamma_n = \gamma_n)}, \\ T_{n,1} &= i \left[\frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}} e^{-i \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}} e^{-i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}} \right], \\ T_{n,2} &= i \left[\frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}} e^{-i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}} e^{i \lambda_{n,2} b} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2}} e^{-i \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}} e^{-i \lambda_{n,2} b} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\lambda_{n,1,2} = h_{1,2}(\gamma_n = \gamma_n).$$

Последние формулы по своему содержанию аналогичны соответствующим выражениям работы [1].

Дифференциальный спектр переходного излучения является непрерывной функцией безразмерного параметра $x = \frac{\omega}{v} b$ и степени заполнения

волновода $\delta = y_0/b$ (см. рис. 2). В спектре излучения отсутствуют частоты, удовлетворяющие одновременно условиям

$$\frac{\omega}{v} + \lambda_{n, 1, 2} = \pi s,$$

$$\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 1, 2} = \pi k, \quad s, k = 1, 2, 3, \dots$$

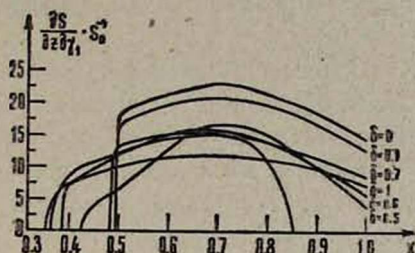


Рис. 2. Дифференциальный спектр энергии переходного излучения на основной моде волны $\frac{\partial S_1}{\partial z \partial \gamma_1}$ в зависимости от $x = \frac{\omega}{c} b$, $\delta = y_0/b$ при $\varepsilon_1 = 2$,

$$\varepsilon_2 = 1, S_0 = \frac{4 j_0^2}{\omega^2 b}.$$

Эти «провалы» в спектре реализуются тогда, когда излучающая нить попадает в узлы стоячей волны как в первом, так и во втором слоях диэлектрика.

Диэлектрическая пластина в поперечном сечении волновода приводит к уменьшению энергии излучения по сравнению со случаем пустого волновода; более того, при $0,3 < \delta < 0,7$ в области частот, для которых возможно появление второй моды волны, энергия излучения на основной моде оказывается меньше, чем в волноводе с однородным диэлектрическим заполнением $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$. Это связано с перераспределением энергии излучения между первой и второй модами. В области частот, близких к критической, спектральная плотность энергии излучения стремится к нулю быстрее, чем на тех же частотах в случае однородного заполнения.

Наличие множителей

$$\frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 1} \right) \frac{y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 1}}, \quad \frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 2} \right) \frac{b - y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 2}} \quad (11)$$

в подынтегральных выражениях (10) при достаточно больших значениях аргумента приводит к тому, что на фоне спектральной плотности переходного излучения возникают пики на частотах

$$\omega' = v \lambda_{n, 1}, \quad (12a)$$

$$\omega'' = v \lambda_{n, 2}. \quad (12b)$$

Появление этих пиков обусловлено возникновением излучения Вавилова—Черенкова, а выражения (12) описывают спектр этого излучения. Действительно, условие распространения волн с частотами, определяемыми (12), приводит к $\beta^2 \epsilon_1 \geq 1$ и $\beta^2 \epsilon_2 \geq 1$, а соотношения (12) есть не что иное, как равенство скорости нити и фазовой скорости сопутствующей волны:

$$v = \frac{\omega}{\lambda_{n,1}} = v_{\phi,1}, \quad v = \frac{\omega}{\lambda_{n,2}} = v_{\phi,2},$$

где $v_{\phi,1}$ — фазовая скорость волны в I-ой области, $v_{\phi,2}$ — во II-ой области.

Таким образом, возникающая здесь ситуация полностью аналогична физической картине возникновения излучения Вавилова—Черенкова в волноводе с однородным диэлектрическим заполнением по поперечному сечению [1]. Частоты ω' соответствуют излучению в области $0 < y < y_0$, частоты ω'' — в области $y_0 < y < b$. Наибольшая высота первого пика оказывается равной

$$\frac{\partial W_{n,1}}{\partial z \partial \omega} = \frac{j_0^2 \omega}{\pi c^2 v} \frac{y_0^2}{4} [\lambda_{n,2} \cos \lambda_{n,2} (b - y_0) - \sin \lambda_{n,2} (b - y_0)] \frac{1}{\Delta'(\chi_n = \gamma_n)},$$

а второго —

$$\frac{\partial W_{n,2}}{\partial z \partial \omega} = \frac{j_0^2 \omega}{\pi c^2 v} \frac{(b - y_0)^2}{4} [\lambda_{n,1} \cos \lambda_{n,1} y_0 - \sin \lambda_{n,1} y_0] \frac{1}{\Delta'(\chi_n = \gamma_n)}. \quad (13)$$

Нижняя граница черенковского спектра при $\epsilon_1 > \epsilon_2$ определяется выражением (12a), а при $\epsilon_1 < \epsilon_2$ — выражением (12б). Отметим, что на первой моде условие возникновения излучения Вавилова—Черенкова не выполняется.

Аналогично вышеизложенному можно рассмотреть возбуждение ТМ-волн в двухслойном волноводе. Это можно осуществить, если токовую нить заменить заряженной нитью, которая имеет H_z , E_x , E_y -компоненты полей. Опуская громоздкие математические выкладки, приведем окончательное выражение для энергии переходного излучения единицы длины заряженной нити:

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial z} = \sum_n \left(\frac{\partial \dot{W}_{n,1}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{W}_{n,2}}{\partial z} \right), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{W}_{n,1}}{\partial z} = & 2\pi c \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{\gamma}_n \hat{T}_{n,1}(\omega)}{\hat{\Delta}_n'(\chi_n = \gamma_n)} \left[(\hat{R}(y_0) - \hat{F}(y_0)) \epsilon_1 \hat{\lambda}_{n,2} \sin \hat{\lambda}_{n,2} (y_0 + b) + \right. \\ & \left. + \left(\epsilon_1 \frac{\partial \hat{R}(y_0)}{\partial y} - \epsilon_2 \frac{\partial \hat{F}(y_0)}{\partial y} \right) \cos \hat{\lambda}_{n,2} (y_0 - b) \right] \frac{d\omega}{\omega} \quad \text{для } 0 \leq y \leq y_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{W}_{n,2}}{\partial z} = & 2\pi c \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i \hat{\gamma}_n \hat{T}_{n,2}(\omega)}{\hat{\Delta}_n'(\chi_n = \gamma_n)} \left[(\hat{R}(y_0) - \hat{F}(y_0)) \epsilon_2 \hat{\lambda}_{n,1} \sin \hat{\lambda}_{n,1} y_0 + \right. \\ & \left. + \left(\epsilon_1 \frac{\partial \hat{R}(y_0)}{\partial y} - \epsilon_2 \frac{\partial \hat{F}(y_0)}{\partial y} \right) \cos \hat{\lambda}_{n,1} y_0 \right] \frac{d\omega}{\omega} \quad \text{для } y_0 < y < b, \end{aligned}$$

где τ — линейная плотность зарядов, $\hat{T}_{n,1}(\omega)$ и $\hat{T}_{n,2}(\omega)$ получаются из (10) посредством замен $\hat{\lambda}_{n,1,2} \rightarrow \hat{\lambda}_{n,1,2}$, $\gamma_n \rightarrow \gamma_n \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2} - \lambda_{n,1,2}^2}$; $\hat{\lambda}_{n,1,2}$ удовлетворяет дисперсионному уравнению

$$\hat{\Delta}_n = \varepsilon_1 \hat{\lambda}_{n,2} \sin \hat{\lambda}_{n,2} (b - y_0) \cos \hat{\lambda}_{n,1} y_0 + \varepsilon_2 \hat{\lambda}_{n,1} \sin \hat{\lambda}_{n,1} y_0 \cos \hat{\lambda}_{n,2} (b - y_0) = 0.$$

Выражение (14) аналогично выражению (10), и весь анализ, проделанный выше, справедлив и для случая заряженной нити.

Ереванский физический
институт
Ленинградский электротехнический
институт

Поступила 28.VI.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. К. А. Барсуков, Э. Д. Газаян, Э. М. Лазиев. Изв. вузов, Радиофизика, 15, 586 (1975).
2. Э. А. Беглоян, Э. Д. Газаян, Э. М. Лазиев. Радиотехника и электроника, 31, 164 (1976).
3. Ю. В. Егоров. Частично заполненные прямоугольные волноводы, Изд. Советское радио, М., 1967.

ԸՆԴԱՅՆԱԿԱՆ ՈՉ ՀԱՄԱՍԵՌ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԼՅՎԱԾՈՒԹՅԱՄԲ
ԱԼԻԲՍԱՐՆԵՐՈՒՄ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Է. Ա. ԲԵԳԼՈՅԱՆ

Առաջարկվում է ոչ համասեռ ընդլայնական դիէլեկտրիկ լցվածությամբ ալիքատարներում լիցքերի միջոցով ստեղծվող անցումային ճառագայթման խնդիրների լուծման նոր մեթոդ: Այդ մեթոդը բույլ է տալիս ստանալ դաշտի և էներգիայի արտահայտությունները առանց ալիքատարի օրթոնորմավորված սեփական ֆունկցիաների կառուցման: Մեթոդը զարգացված է երկշերտանի հարթ ալիքատարի դեպքի համար: Գտնված և ուսումնասիրված են դաշտերի և էներգիայի արտահայտությունները:

ON THE TRANSITION RADIATION IN A WAVEGUIDE WITH TRANSVERSELY INHOMOGENEOUS DIELECTRIC FILLING

K. A. BARSUKOV, E. A. BEGLOYAN

A method is proposed for the solution of charge radiation problem in a waveguide with transversely inhomogeneous dielectric filling, which does without the construction of orthonormal eigenfunctions. The method was developed based on the example of transition radiation produced by a thread-current traversing a two-layered plane waveguide normal to its axis. The expressions for radiation fields and energy were found and examined.