## ИССЛЕДОВАНИЕ МАЛЫХ ГРУПП ЭЛЕКТРОНОВ В МОЛИБДЕНЕ

# М. А. АРУТЮНЯН, В. Ф. ГАНТМАХЕР, В. А. ГАСПАРОВ

Проведены измерения раднус-векторов эллипсоидальной части поверхности Ферми (ПФ) в трех главных сечениях с высокой точностью (0,5%) методом радиочастотного размерного эффекта на толстых образцах ( $d \approx 1$  мм). На основе экспериментальных результатов на ЭВМ получено аналитическое выражение, описывающее эту ПФ. Вычисленные значения раднус-векторов совпадают с измеренными в пределах точности эксперимента.

Вблизи точек N зоны Бриллюэна молибдена (обозначения см. в [1]) расположены малые участки ферми-поверхности, имеющие форму, близкую к эллипсоидальной. Всего в зоне Бриллюэна имеется шесть таких эквивалентных «эллипсоидов», по-разному повернутых друг относительно друга. Это обстоятельство затрудняло разделение вкладов от этих поверхностей на эксперименте и снижало точность измерения их размеров. Положение дополнительно ухудшалось вследствие того, что другие участки ферми-поверхности, так называемые сфероиды, имеют близкие размеры [1].

Вместе с тем требования к точности измерений размеров ферми-поверхности с каждым годом повышаются по мере того, как растет точность теоретических расчетов. Наиболее тщательные измерения размеров «эллипсондов» вблизи точек N были выполнены в работе [2] методом де Гааз-ван Альфена (ДГВА). В настоящем сообщении приводятся результаты измерений этих же поверхностей другим методом — при помощи радиочастотного размерного эффекта (РРЭ). При этом были использованы более толстые, чем ранее [1], образцы, что существенно повышает точность измерений [3].

Методика исследований и идентификация линий РРЭ описаны в [1, 3]. Линии РРЭ записывались на образцах с отношением электросопротивлений  $\gamma \approx 1 \cdot 10^5$  и толщиной  $d \approx 1$  мм на частотах 3—8 *МГ* и при температуре 1,2°К. Нормали в к поверхности образцов совпадали с направлениями [100] и [110]. Использование в 5 раз более толстых образцов, чем в [1], привело к десятикратному увеличению точности измерений радиусвекторов ПФ (0,5% по сравнению с 5% в [1]) за счет несимметричного сужения линий РРЭ и уменьшения погрешности в определении толщины d [3].

Результаты измерений приведены в табл. 1 и на рисунке. В табл. 1 указаны размеры поверхностей вдоль линий NH зоны Бриллювна (ось [110], размер а), NГ (ось [011], размер b) и NP (ось [100], размер c). Наряду с нашими данными в таблице приведены также результаты исследования эффекта де Гааза-ван Альфена [2] и теоретических расчетов релятивистским методом Коринги-Кона—Ростокера (РККР) [4] с подгонкой параметров по данным [2].

Таблица 1 Размеры дырочных "эллипсоидов" ПФ молибдена (в Å <sup>-1</sup> )						
Направление	PPЭ	ДГВА [3]	PKKP [4]			
NH (a)	0,213	0,216	0,2164			
NT (b)	0,324	0,325	0,3242			
NP (c)	0,362	0,365	0,3609			



Анизотропия волновых векторов «эллипсоида» в трех взаимно перпендикулярных плоскостях симметрин: — экспериментальные точки; сплошная и штрих-пунктирная кривые соответствуют расчетной поверхности в первичкой и преобразованной системах координат, пунктирная кривая в первичной и преобразованной системах координат, пунктирная кривая—

Как видно из рисунка, реальная поверхность отличается от эллипсоида. Хотя это отличие не превышает 5%, оно четко прослеживается благодаря высокой точности измерений. Неравномерное распределение экспериментальных точек вдоль оси абсцисс обусловлено перекрытием теневых проекций «эллипсоидов» между собой и со сфероидами.

Для аналитического описания реальной поверхности мы использовали разложение радиус-вектора k в ряд по сферическим гармоникам:

$$k(\theta, \varphi)) = \sum_{l, m} \alpha_{l, m} C_{l, m}(\theta, \varphi), \qquad (1)$$

где С<sub>I, т</sub> — ортонормированные сферические функции степени *l* и порядка *m*, заданные на единичной сфере:

$$C_{l,m}(\theta, \varphi) = P_l^m(\cos \theta) \cdot \cos (m\varphi), \qquad (2)$$

а  $\overline{P}_{l}^{m}$  — нормированные присоединенные полиномы Лежандра [5]. Здесь l и m — целые числа, принимающие четные значения в соответствии с сим-

475

М. А. Арутюнян и др.

метрией поверхности [6]. Для уменьшения анизотропии радиус-вектора k было использовано преобразование координат [6]

$$\dot{k_x} = ak_x, \quad \dot{k_y} = k_y, \quad \dot{k_z} = \gamma k_z, \tag{3}$$

где  $\alpha \equiv b/a$ , а  $\gamma \equiv b/c$ . Такое преобразование переводит эллипсонд в сферу раднуса b, а реальную поверхность в новую, которая отличается от сферы в меру отличия исходной поверхности от простой эллипсоидальной модели. Формулы перехода из одной системы сферических координат  $(k, \theta, \varphi)$  в другую  $(k', \theta', \varphi')$  приведены в [6].

Коэффициенты разложения функции  $k'(\theta', \phi')$  в ряд (1) находились методом наименьших квадратов на ЭВМ «Наири-С» и приведены в табл. 2.

			and Burghaman			
α <sub>0,0</sub>	α2,0	α2,2	a4,0	α <sub>4,2</sub>	α4,4	
45,2036	0,0564	0,7943	0,1888	0,8153	0,2532	

Число членов ряда (1) увеличивалось до тех пор, пока разница между вычисленными и экспериментальными значениями  $(k_{\rm swy} - k_{\rm sxcn})/k_{\rm skcn}$  не оказывалась меньше неточности измерений. Уже для шести членов ряда удалось получить согласие с экспериментом в пределах  $\pm 0.5$ %. Сечения восстановленной поверхности представлены на рисунке сплошной кривой в исходной системе и штрих-пунктирной — в преобразованной системе координат.

Из табл. 1 видно хорошее согласие наших данных с эффектом ДГВА [2] и теоретическими вычислениями. Следует отметить, однако, что для восстановления форм «эллипсоидов» с помощью инверсионной математической процедуры, использованной в [2], потребовалось 45 членов в разложении (1).

Таким образом, в результате проведенных исследований получено сравнительно простое аналитическое выражение, описывающее «эллипсоидальную» часть ПФ молибдена с точностью ± 0,5%.

Авторы благодарны С. В. Плющевой за предоставление слитка сверхчистого молибдена и Ю. С. Красюкову за помощь при вычислениях на ЭВМ.

Ереванский физический институт

Поступила 12.1.1978

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. В. В. Бойко, В. А. Гаспаров. ЖЭТФ, 61, 11 (1971).
- 2. J. A. Hoekstra, J. L. Stanford. Phys. Rev., B8, 1416 (1973).
- 3. V. A. Gasparov, M. H. Harutiunian. Phys. Stat. Sol. (b), 74, K107 (1976).
- 4. J. B. Ketterson et al. Phys. Rev., B11, 1447 (1975).
- 5. С. Л. Белоусов. Таблицы нормированных присоединенных полиномов Лежандра, Изд. АН СССР, М., 1956.

6. J. B. Ketterson, L. K. Windmiller. Phys. Rev., B1, 463 (1970).

476

477

#### **ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՓՈՔՐ ԽՄԲԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄՈԼԻԲԴԵՆՈՒՄ**

#### Մ. 2. 2ԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Ֆ. ԳԱՆՏՄԱԽԵՐ, Վ. Ս. ԳԱՍՊԱՐՈՎ

Ռաղիռնամախային չափային էֆեկտի օգնությամբ մեծ մշտությամբ (0,5%) չափված ենմոլիբդենի Ֆերմիի մակերևույթի էլիպսոիդալ մասի շառավիղ-վեկտորները երեք գլխավոր նաառւյթներում (նմուշի նաստությունը՝ d  $\approx$  1մմ է)։ Հիմնվելով էքսպերիմենտալ արգյունքի վրա, «նաիրի» էլեկտրոնային նաշվիչ մեքենայի օգնությամբ ստացված է անալիտիկ արտասնայտություն, որը նկարագրում է տվյալ Ֆերմիի մակերևույթը։ Շառավիղ-վեկտորների չափված և նաշված արժեքները նամընկեռւմ են չափման մշտության սանմաններում։

### INVESTIGATIONS OF SMALL ELECTRON GROUPS IN MOLYBDENUM

#### M. H. ARUTYUNYAN, V. F. GANTMAKHER, V. A. GASPAROV

Radius-vectors of the ellipsoidal Fermi surface (EFS) of Mo in all the symmetry planes were measured with high accuracy  $(0,5^{\circ}/_{o})$  by means of the radio-frequency size effect in thick samples ( $d \approx 1$  mm). Using the experimental data, an analitical expression is obtained for EFS. The calculated EFS is in a good agreement with themeasured one within the errors of the experiment.