Изв. АН Армянской ССР, Физика, 13, 376—383 (1978)

ЦЕПИ СВЧ С ЗАДАННЫМИ ФАЗОВЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Г. Э. БУРУНСУЗЯН

На основе математического аппарата скобок Гринберга предлагается методика синтеза СВЧ цепей, обладающих заданными фазо-частотными характеристиками определенного типа.

В работах [1, 2] приведены математическое обоснование и методика синтеза цепей с заданными фазо-частотными характеристиками передаточных функций. В основу синтеза цепей СВЧ можно положить информацию, содержащуюся в табл. 1 работы [2].

Если использовать свойство скобок Гринберга $\{h, k\} = \{k, h\}$ (см., например, [3]) и принять $R_0 = 1/G_0$, то упомянутую таблицу можно предста-

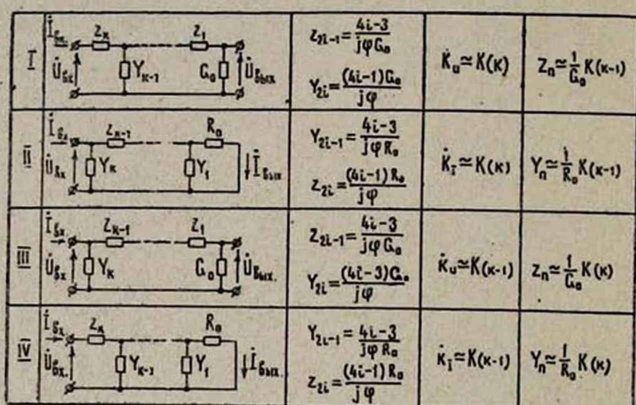

Рис. 1.

вить в виде, показанном на рис. 1. На этом рисунке в соответствии с формулами (7), (8), (15) и (16) работы [2] использованы обозначения

$$K(k) = \begin{cases} \dfrac{(j\varphi)^k e^{-j\varphi}}{(2k-1)!!} & \left(\varphi < \dfrac{\pi}{2}\right) \\ \dfrac{2j\varphi}{k(k+1) + 2j\varphi} & (\varphi \gg k). \end{cases} \tag{1}$$

Под комплексами $\dot K_U$, $\dot K_I$, $Z_п$ и $Y_п$ понимаются соответственно коэффициенты передачи напряжения, тока, сопротивление и проводимость передачи. Как показывают выражения (1), лестничные структуры рис. 1 при малых φ обладают режекторными функциями передачи, а при $\varphi \gg k$ они являются пропускающими фильтрами.

Поскольку техника СВЧ позволяет ответвлять и полезно использовать отраженные сигналы, наряду с функциями передачи прикладной интерес представляют также функции отражения. Определим входные сопротивления структур, показанных на рис. 1, для чего используем классические связи

$$Z_{вх.} = \frac{Z_п}{\dot{K}_U}, \quad Z_{вх.} = \frac{\dot{K}_I}{Y_п}. \tag{2}$$

С учетом $R_0 = 1/G_0$ получаем значения, приведенные в таблице. Там же указаны значения коэффициентов отражения при равенстве сопротивлений подводящей линии и нагрузки (R_0). Как видим, все четыре выражения $Z_{вх.}$ для структур, приведенных на рис. 1, при малых φ совпадают с сопротивлениями входных элементов этих структур. Это совпадение обусловлено приближенностью выражений для передаточных функций. Как было пока-

Таблица

	$\varphi < \frac{\pi}{2}$	$\varphi \gg k$
I, IV	$Z_{вх.} = R_0 \frac{2k-1}{j\varphi}$ $\dot{\Gamma} = \frac{(2k-1) - j\varphi}{(2k-1) + j\varphi}$	$Z_{вх.} = R_0 \frac{2j\varphi + k(k+1)}{2j\varphi + k(k-1)}$ $\dot{\Gamma} = \frac{k}{k^2 + 2j\varphi}$
II, III	$Z_{вх.} = R_0 \frac{j\varphi}{2k-1}$ $\dot{\Gamma} = \frac{j\varphi - (2k-1)}{j\varphi + (2k-1)}$	$Z_{вх.} = R_0 \frac{2j\varphi + k(k-1)}{2j\varphi + k(k+1)}$ $\dot{\Gamma} = -\frac{k}{k^2 + 2j\varphi}$

зано в [1], функция φ, определяющая элементы структуры, отличается от φ выражения (1) на малую величину

$$|\Delta\varphi| = \frac{\varphi^{2k-2}}{(2k-3)!!\,(2k-1)!!}\,|\operatorname{tg}\varphi - \varphi|. \tag{3}$$

При достаточно большом количестве элементов структуры (большие k) ошибка приближения становится пренебрежимой, а результат $Z_{вх.} = Z_k$ ($Z_{вх.} = 1/Y_k$) — практически точным.

Полученные значения модулей коэффициентов отражения для всех четырех структур есть

$$\dot{\Gamma} \approx \begin{cases} 0 & (\varphi \to \infty) \\ 1 & \left(\varphi < \frac{\pi}{2}\right). \end{cases} \tag{4}$$

Одни и те же структуры при больших φ сигнал пропускают, а при малых φ — отражают. Поскольку это свойство одинаково для всех четырех структур, выбор той или иной структуры должен производиться по соображениям конструктивных удобств.

Цепи с указанными свойствами представляют определенный прикладной интерес. Если на входе цепи включить какой-либо ответвитель отраженного сигнала на соответствующую нагрузку, то будет получен фильтр с двумя нагрузками на концах цепи. По замыслу разработчика определенные сигналы (обуславливающие малые φ) будут направляться в нагрузку у входа цепи, тогда как другие сигналы (обуславливающие большие φ) будут направляться в нагрузку у выхода цепи. Такое разделение сигналов по двум направлениям можно использовать для фильтрации полезного и мешающего сигналов; при этом отражений сигналов обратно в подводящую линию не будет.

Рассмотрим цепь I и сигналы, выделяющиеся на нагрузке у ее входа. Коэффициент отражения для этого случая, согласно данным таблицы, равен

$$\dot{\Gamma} = e^{-j2\operatorname{arctg}\left(\frac{\varphi}{2k-1}\right)} \left(\varphi < \frac{\pi}{2}\right). \tag{5}$$

Пусть $\theta(\omega)$ — некоторая заданная фазо-частотная характеристика коэффициента отражения:

$$\arg \dot{\Gamma} = -\theta(\omega). \tag{6}$$

Сопоставляя (6) с (5), убеждаемся, что для реализации заданного значения $\arg\dot{\Gamma}$ необходимо обеспечить выполнение условия

$$\varphi(\omega) = (2k-1)\operatorname{tg}\frac{\theta(\omega)}{2}. \tag{7}$$

Как видим, задаваться могут только такие $\theta(\omega)$, которые обеспечивают $\varphi(\omega) < \pi/2$, так как только при малых φ имеет место отражение.

Эта же функция $\varphi(\omega)$ характеризует собой все элементы лестничной структуры цепи. Следовательно, функция $\varphi(\omega)$ должна еще удовлетворять условиям физической реализуемости цепи. Рассмотрим реализацию цепи на отрезках идеальных линий по методике, изложенной в работе [4]. Двухполюсники Z и Y, образующие цепь I, наиболее просто реализуются так называемыми стержневыми структурами коаксиального либо полоскового типа. Согласно результатам указанной работы, двухполюсник всегда может быть физически реализован, если рассматриваемая нами величина φ является реактансной функцией аргумента Ω:

$$\varphi = h\Omega\,\frac{(\Omega_2^2-\Omega^2)(\Omega_4^2-\Omega^2)\ldots}{(\Omega_1^2-\Omega^2)(\Omega_3^2-\Omega^2)\ldots}. \tag{8}$$

Здесь h — произвольная константа, Ω — «частотная» переменная, определенная на конечном интервале угловых частот $(\omega_1 \div \omega_2)$:

$$\Omega = \operatorname{tg}\left(\frac{2\omega-\omega_1-\omega_2}{\omega_2-\omega_1}\right)\frac{\pi}{2} \quad (\omega_1 < \omega < \omega_2). \tag{9}$$

Среднюю частоту рассматриваемого интервала

$$\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \tag{10}$$

можно ввести в выражение (9). Обозначив

$$T = \frac{\pi}{\omega_2 - \omega_1}, \tag{11}$$

будем иметь

$$\Omega(\omega) = \operatorname{tg}(\omega - \omega_0)\, T. \tag{12}$$

Для средней частоты $\Omega(\omega_0) = 0$, и на основании (8) и (7) находим $\theta(\omega_0) = 0$.

Как видим, частота ω_0 является частотой нулевой фазы, и с ней должны согласовываться частоты подводимых сигналов. Величина T, входящая в обозначение (11), имеет конкретный физический смысл. Это есть время пробега сигнала по элементарным отрезкам линий, из которых синтезируется цепь. Оно определяет требуемые длины отрезков. Границы интервала ω_1 и ω_2, учитываемые в (9)—(11), должны охватывать рабочий участок и удовлетворять при этом условию

$$\frac{\omega_2 + \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} = 4P, \tag{13}$$

в котором P — произвольное целое число, весьма большое для СВЧ диапазона.

Сопоставляя выражения (7) и (8), убеждаемся, что физически реализуемыми являются функции $\theta(\omega)$, удовлетворяющие условию

$$\operatorname{tg}\frac{\theta(\omega)}{2} = h_1 \Omega \prod_{i=1}^{n} (\Omega_i^2 - \Omega^2)^{(-1)^i}, \tag{14}$$

в котором

$$\Omega_i^2 < \Omega_{i+1}^2, \tag{15}$$

$$h_1 = \frac{h}{2k-1}, \tag{16}$$

а число n представляет собой количество нулей и полюсов реактансной функции (8) без учета нуля в начале координат.

Большое разнообразие синтезируемых функций $\theta(\omega)$ обеспечивается широкими возможностями выбора множества чисел Ω_i. Математический анализ представления функций дробно-рациональным выражением (14) выходит за рамки настоящей статьи, однако некоторые простые частные случаи здесь будут рассмотрены.

Если в выражении (14) при нечетном n частоты нулей и полюсов выбрать в виде

$$\Omega_{2i} = \sin\frac{2i}{n}\cdot\frac{\pi}{2}, \quad \Omega_{2i-1} = \sin\frac{2i-1}{n+1}\cdot\frac{\pi}{2}, \tag{17}$$

а число h_1 — удовлетворяющим условию

$$h_1 \prod_{i=1}^{n} (\Omega_i^2)^{(-1)^i} = n, \tag{18}$$

то в соответствии с формулой (1.391) справочника [5] получаем

$$\operatorname{tg} \frac{\theta(\omega)}{2} = \frac{\sin [n \arcsin \Omega]}{\cos [(n+1) \arcsin \Omega]}. \tag{19}$$

Если же в (14) при четном n частоты нулей и полюсов выбрать в виде

$$\Omega_{2i} = \sin \frac{2i}{n+1} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad \Omega_{2i-1} = \sin \frac{2i-1}{n} \cdot \frac{\pi}{2}, \tag{20}$$

а число h_1 — удовлетворяющим условию

$$h_1 \prod_{i=1}^{n} (\Omega_i^2)^{(-1)^i} = n + 1, \tag{21}$$

то находим

$$\operatorname{tg} \frac{\theta(\omega)}{2} = \frac{\sin [(n+1) \arcsin \Omega]}{\cos [n \arcsin \Omega]}. \tag{22}$$

Как видим, на отдельных участках внутри рассматриваемого интервала $\omega_1 \div \omega_2$ выбором различных значений числа n можно получить большое разнообразие функций $\theta(\omega)$. Наипростейшим является частный случай $n = 0$, когда $h_1 = 1$ и из (22) следует

$$\operatorname{tg} \frac{\theta(\omega)}{2} = \Omega(\omega). \tag{23}$$

Подстановка сюда (12) приводит к результату

$$\theta(\omega) = 2T(\omega - \omega_0). \tag{24}$$

Линейность функции $\theta(\omega)$ говорит о неискаженном отражении и, естественно, представляет прикладной интерес.

Функция $\varphi(\omega)$, определяющая элементы лестничной структуры I, в соответствии с (7) и (13) равна

$$\varphi(\omega) = (2k-1) \operatorname{tg} \omega T. \tag{25}$$

Вводя в (25) $p = j\omega$ и подставляя $j\varphi$ в формулы, определяющие элементы структуры I, получаем

$$\begin{aligned} Z_{2i-1} &= \frac{1}{G_0} \frac{4i-3}{2k-1} \cdot \frac{1}{\operatorname{th} pT}, \\ Y_{2i} &= G_0 \frac{4i-1}{2k-1} \cdot \frac{1}{\operatorname{th} pT}. \end{aligned} \tag{26}$$

Если $\gamma = j\alpha$ — постоянная распространения волны в линии без потерь, $v = \omega/\alpha$ — скорость движения волны по линии и $l = vT$ — ее длина, то, как известно,

$$pT = \gamma l \tag{27}$$

и вместо (26) можно записать

$$Z_{2i-1} = \frac{4i-3}{2k-1} \cdot \frac{R_0}{\operatorname{th}\gamma l},$$

$$Y_{2i} = \frac{4i-1}{2k-1} \cdot \frac{G_0}{\operatorname{th}\gamma l}. \tag{28}$$

Как видим, сопротивления Z — это разомкнутые, а проводимости Y — короткозамкнутые отрезки линий, отличающиеся друг от друга только волновыми сопротивлениями.

Таким образом, для синтеза цепи с фазой отражения (24) требуется k отрезков линий одинаковой длины, но различающихся волновыми сопротивлениями. В общем случае (14) каждое Z и Y цепи I будут представлять собой стержневые конструкции (последовательные соединения нескольких отрезков линий разных сопротивлений). Все k таких стержней будут отличными друг от друга.

Техническая реализация фильтра связана еще и с решением вопроса о пространственном расположении стержней Z и Y. Без разнесения в пространстве узлов цепи конструкция может оказаться неосуществимой. Пространственное разнесение узлов можно обеспечить включением в цепь идеальных разделительных трансформаторов. Известно множество вариантов конструкций трансформаторов СВЧ диапазона (см., например, [4] и [6]). Все они имеют раздельные входы и выходы и с успехом могут применяться для указанной цели. В общем случае разделение узлов трансформаторами будет приводить к изменениям волновых сопротивлений элементов Z и Y цепи. В некоторых случаях определенным подбором коэффициентов трансформации можно все элементы Z и все элементы Y сделать одинаковыми, что обеспечит существенный технический выигрыш.

Для иллюстрации возможности синтеза продолжим рассмотрение выбранного простейшего примера (24), элементы цепи I которого определяются формулами (28). В обозначениях работы [4] эти элементы представляются в виде

$$Z_{2i-1} = \frac{1}{j\Omega C_{2i-1}}, \quad C_{2i-1} = \frac{2k-1}{(4i-3)R_0},$$

$$Y_{2i} = \frac{1}{j\Omega L_{2i}}, \quad L_{2i} = \frac{(2k-1)R_0}{4i-1}, \tag{29}$$

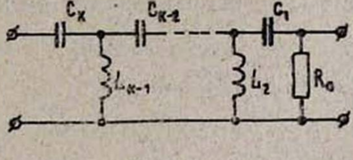

Рис. 2.

а цепь I — в виде, показанном на рис. 2.

Поскольку R_0 представляет собой волновое сопротивление нагружающей цепь линии, из нее можно выделить единичный элемент (ЕЭ) длиной l и последовательно перенести его через элементы структуры ко входу цепи. Перенос единичного элемента из правой стороны элемента цепи в левую сторону позволяет использовать тождества Куроды (см. [4] и рис. 3).

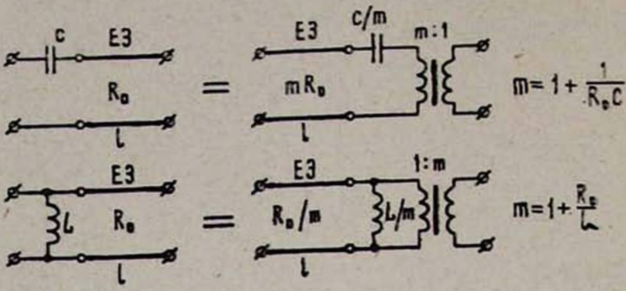

Рис. 3.

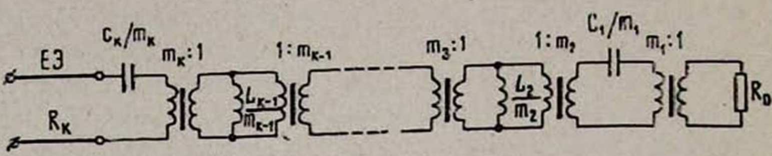

Рис. 4.

В результате преобразования получается цепь, показанная на рис. 4, где волновое сопротивление отрезка линии на входе и коэффициенты трансформации выражаются формулами

$$R_k = R_0 \prod_{i=1}^{k} m_i^{(-1)^{i+1}}, \tag{30}$$

$$m_{2i-1} = 1 + \frac{1}{R_{2i-2}C_{2i-1}}, \; m_{2i} = 1 + \frac{R_{2i-1}}{L_{2i}}. \tag{31}$$

Входящие в (31) значения R_{2i-1} и R_{2i-2} рассчитываются согласно (30). Цепи аналогичной структуры могут быть получены и в общем случае синтеза при использовании условия (14).

Синтез СВЧ фильтров по предлагаемой методике гарантирует их техническую реализацию при любых заданных значениях фазовых характеристик $\theta(\omega)$ типа (14) и с любой желаемой точностью, оцениваемой согласно (3) и (7). Наличие двух нагрузок на концах фильтров делает их удобными для использования во многих технических устройствах.

Ереванский политехнический
институт

Поступила 26.XII.1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. Э. Бурунсузян, А. А. Лангин.* Сб. Исследования в области электросвязи и теории цепей, Изд. Зинатне, Рига, 1977.
2. *Г. Э. Бурунсузян, А. А. Лангин.* Сб. Исследования в области электросвязи и теории цепей, Изд. Зинатне, Рига, 1977.
3. *А. А. Лангин.* Сб. Расчет электрических фильтров, Изд. Зинатне, Рига, 1974.
4. Фильтры и цепи СВЧ, перевод с англ., Изд. Связь, М., 1976.
5. *И. С. Градштейн, И. М. Рыжик.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962.

6. Конструирование и расчет полосковых устройств, под ред. И. С. Ковалева, Изд. Советское радио, М., 1974.

ՏՐՎԱԾ ՖԱԶԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐՈՎ ԳԵՐԲԱՐՁՐՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ՇՂԹԱՆԵՐ

Գ. Է. ԲՈՒՐՈՒՆՍՈՒԶՅԱՆ

Առաջարկվում է որոշակի ֆազա-հաճախային բնութագրերով օժտված գերբարձրհաճախային շղթաների սինթեզման եղանակ, որի հիմքում ընկած է Գրինբերգի փակագծերի մաթեմատիկական ապարատը։

MICROWAVE CIRCUITS WITH GIVEN PHASE CHARACTERISTICS

G. E. BURUNSUZYAN

The technique of microwave circuits synthesis having given, phase frequency characteristics based on the mathematics of Grinberg brackets is proposed.