

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНТЕНСИВНОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ В УСЛОВИЯХ РАЗМЕРНОГО КВАНТОВАНИЯ

М. М. АРАКЕЛЯН, А. А. ХАЧАТРИАН

Найдены и исследованы нелинейные восприимчивости вырожденного электронного газа в пленке. Получено выражение для нелинейного постоянного тока. Плотность тока осциллирует в зависимости от толщины пленки.

В последнее время значительно возрос интерес к задачам, связанным с взаимодействием сильной звуковой волны со средой [1]. В поле сильной звуковой волны электронная среда изменяет свои статистические характеристики (имеет место, например, возникновение избыточной концентрации носителей из-за образования электронно-дырочных пар, смещение в сторону больших энергий функции распределения, возникновение нелинейного тока и т. д.).

В связи с этим представляется интересным рассмотреть задачу об электрон-фононном взаимодействии в поле сильной звуковой волны. В работе [1] изучены нелинейные эффекты, связанные с распространением звука и электромагнитных волн в магнитном поле, т. е. в условиях двумерного квантования. Представляет интерес рассмотреть аналогичные эффекты в условиях одномерного квантования и провести сравнительный анализ.

Рассмотрим квадратичные по полю звуковой волны резонансные эффекты в вырожденном электронном газе (в полуметаллических пленках, как правило, имеет место вырождение носителей тока) при условии $\omega\tau \gg 1$. Ось z перпендикулярна к поверхности пленки.

1. Поступая аналогично работе [1], для нелинейной добавки к току в поле двух плоских волн

$$u = u_1 \exp[i(q_1 r - \omega_1 t)] + u_2 \exp[i(q_2 r - \omega_2 t)]$$

в приближении деформационного потенциала получаем выражение

$$J_a^{(2)}(q = q_1 + q_2; \omega = \omega_1 + \omega_2) = \frac{e B_1 B_2}{4 \pi^3 m^* d} P(\omega_1 q_1; \omega_2 q_2) \times$$

$$\times \sum_{m n n_1} \int dp X_{n, m}^a(q, p) F_{m, n_1}(-q_{1z}) F_{n, n_1}(-q_{2z}) \times$$

$$\times \left\{ \frac{f[\varepsilon_n(p)] - f[\varepsilon_n(p + q_2)]}{[\varepsilon_{n_1}(p + q_2) - \varepsilon_n(p) - \omega_2 - i\delta][\varepsilon_m(p + q) - \varepsilon_n(p) - \omega - i\delta]} + \right. \\ \left. + \frac{f[\varepsilon_m(p + q)] - f[\varepsilon_{n_1}(p + q_2)]}{[\varepsilon_m(p + q) - \varepsilon_n(p + q_2) - \omega_1 - i\delta][\varepsilon_m(p + q) - \varepsilon_n(p) - \omega - i\delta]} \right\}, \quad (1)$$

где $B_{1,2} = \Lambda q_{1,2} u_{1,2}$, Λ — константа деформационного потенциала, u — вектор смещения решетки, m^* — эффективная масса электрона,

d — толщина пленки, ε_n — собственные значения энергии, p, q — соответственно квазиимпульсы электрона и фонона, $P(q, \omega)$ — оператор перестановки, $f[\varepsilon_n(p)]$ — функция распределения электронов (постоянная Планка $\hbar = 1$).

При получении формулы (1) использовано следующее выражение для матричных элементов оператора

$$\hat{V}(q) = \frac{1}{2} [\exp(-iqr) \hat{p} - \hat{p} \exp(-iqr)] : \quad (2)$$

$$V_{\lambda\lambda_1}^{\alpha} = \delta(p_x - p_{x_1} + q_x) \delta(p_y - p_{y_1} + q_y) X_{nn_1}^{\alpha}(q, p), \\ \lambda = (p_x, p_y, n),$$

где $X_{nn_1}^{\alpha}$ есть

$$X_{nn_1}^x = F_{nn_1}(q_z) \left[p_x + \frac{q_x}{2} \right], \\ X_{nn_1}^y = F_{nn_1}(q_z) \left[p_y + \frac{q_y}{2} \right], \quad (3) \\ F_{nn_1} = \frac{4\pi^2 i n n_1 q_z d [(-1)^{n+n_1} \exp(iq_z d) - 1]}{[\pi^2 (n+n_1)^2 - q_z^2 d^2] [\pi^2 (n-n_1)^2 - q_z^2 d^2]}.$$

Для нелинейной добавки к концентрации аналогичным образом получаем

$$\delta n^{(2)}(q = q_1 + q_2; \omega = \omega_1 + \omega_2) = \frac{B_1 B_2}{4\pi^3 d} P(\omega_1 q_1; \omega_2 q_2) \times \\ \times \sum_{m n n_1} F_{nm}(q_z) F_{mn_1}(-q_{1z}) F_{n_1 n}(-q_{2z}) \times \quad (4) \\ \times \int dp \left\{ \frac{f[\varepsilon_n(p)] - f[\varepsilon_{n_1}(p + q_2)]}{[\varepsilon_{n_1}(p + q_2) - \varepsilon_n(p) - \omega_2 - i\delta][\varepsilon_m(p + q) - \varepsilon_n(p) - \omega - i\delta]} + \right. \\ \left. + \frac{f[\varepsilon_m(p + q)] - f[\varepsilon_{n_1}(p + q_2)]}{[\varepsilon_m(p + q) - \varepsilon_{n_1}(p + q_2) - \omega_1 - i\delta][\varepsilon_m(p + q) - \varepsilon_n(p) - \omega - i\delta]} \right\}.$$

2. Перейдем теперь к расчету некоторых конкретных нелинейных эффектов, возникающих при распространении звука. Предварительно введем нелинейную восприимчивость $\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; q_1 + q_2)$ с помощью соотношения

$$\delta n^{(2)}(r, t) = B_1 B_2 \chi^{(2)} \exp[i[(q_1 + q_2)r - (\omega_1 + \omega_2)t]]. \quad (5)$$

Полагая в (4) $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ и $q_1 = q_2 = q$, при $q \parallel q_0$ находим

$$\chi^{(2)}(2\omega, 2q) = -2m^* q^{-2} [\Pi(q, \omega) - \Pi(2q, 2\omega)]. \quad (6)$$

Здесь $\Pi(q, \omega)$ — продольный поляризационный оператор в пленке.

Явное выражение для $\chi^{(2)}(2\omega, 2q)$ после интегрирования по p имеет вид

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} \chi^{(2)} = & \frac{2 m^*{}^2}{\pi^3 d q^2} \sum_n \left[\frac{\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n}}{\sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right)^2}} \times \right. \\
 & \times \ln \left| \frac{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right)^2}}{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right) + \sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right)^2}} \right| - \\
 & - \frac{\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{2 k_n}}{\sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{2 k_n} \right)^2}} \times \\
 & \times \ln \left| \frac{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{2 k_n} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{2 k_n} \right)^2}}{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{2 k_n} \right) + \sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{2 k_n} \right)^2}} \right| \Bigg],
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Im} \chi^{(2)} = & \frac{m^*{}^2}{2 \pi^3 d q^2} \sum_n \left\{ \frac{\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2}}{\sqrt{2 m^* \left(\varepsilon_F - \frac{\pi^2 n^2}{2 m^* d^2} \right) - \left(\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2} \right)^2}} - \right. \\
 & - \left. \frac{\frac{m^* \omega}{q} + q}{\sqrt{2 m^* \left(\varepsilon_F - \frac{\pi^2 n^2}{2 m^* d^2} \right) - \left(\frac{m^* \omega}{q} + q \right)^2}} \right\},
 \end{aligned}$$

где k_n — импульс электрона на поверхности Ферми.

В магнитном поле нелинейная восприимчивость содержит логарифмические особенности, соответствующие порогам в поглощении как одного, так и двух фононов [3].

Можно показать, что в выражении (7) при выполнении законов сохранения

$$\varepsilon_n(\mathbf{p} - \mathbf{q}) - \varepsilon_n(\mathbf{p}) + \omega = 0, \quad \varepsilon_n(\mathbf{p} - 2\mathbf{q}) - \varepsilon_n(\mathbf{p}) + 2\omega = 0$$

имеет место

$$\lim_{\left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right) \rightarrow 1} \left| \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right)^2}} \times \right.$$

$$\times \ln \left| \frac{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right)^2}}{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right) + \sqrt{1 - \left(\frac{m^* \omega}{q k_n} + \frac{q}{k_n} \right)^2}} \right| - 1.$$

Таким образом, в пленке реальная часть нелинейной восприимчивости особенностей не имеет, однако $\partial \text{Re} \chi^{(2)} / \partial q$ имеет сингулярность. Как известно, от $\chi^{(2)}$ зависит скорость волны, и, следовательно, особенность скорости обусловлена особенностью величины $\partial \text{Re} \chi^{(2)} / \partial q$. Мнимая часть $\chi^{(2)}$ меняется скачком на порогах поглощения как одного, так и двух фононов.

Как видно из (7), нелинейная восприимчивость обратно пропорциональна толщине пленки, т. е. характер зависимости нелинейной восприимчивости от толщины пленки такой же, как для плотности состояний в пленке.

Рассмотрим безразмерный параметр, характеризующий величину нелинейности:

$$\beta = \frac{2 |\chi^{(2)}(2\omega, 2q)| \Lambda^3}{\lambda},$$

где λ — модуль упругости.

В полуметаллах число свободных электронов в 1 см^3 меняется от 10^{17} до 10^{21} . Полагая $n \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$ при эффективной массе $m^* = 0,01 m_0$ (m_0 — масса свободного электрона), для коэффициента нелинейности в пленке имеем

$$\begin{aligned} \beta &\sim 10^{-1}, \quad q = 10^5 \text{ см}^{-1}, \quad d = 10^{-6} \text{ см.} \\ \beta &\sim 1, \quad q = 10^4 \text{ см}^{-1}, \end{aligned}$$

Таким образом, нелинейность в пленке выражена слабее, чем в квантующем магнитном поле ($\beta \sim 10^2$ и $\beta \sim 10^5$ соответственно при $q = 10^5 \text{ см}^{-1}$ и $q = 10^4 \text{ см}^{-1}$ [3]). Однако она превосходит нелинейность в массивных образцах при отсутствии магнитного поля [1]. Кроме того, в полуметаллах нелинейность выражена слабее, чем в металлах.

При этом амплитуда второй гармоники, определяемая следующим образом

$$U^{(2)} = 2 \lambda^{-1} |\chi^{(2)}(2\omega, 2q)| \Lambda^3 (q n^{(1)})^2 x,$$

при выполнении условий синхронизма пропорциональна различным по порядку нелинейным восприимчивостям соответственно в пленке, в массивном образце и магнитном поле.

Другим нелинейным эффектом, связанным с распространением звука, является возникновение постоянного электрического тока. Из (1) при $q_1 = -q_2 = q$ и $\omega_1 = -\omega_2 = \omega$ найдем выражения для $J_x^{(2)}$ и $J_y^{(2)}$. Заменяя $\varepsilon_n(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - \varepsilon_n(\mathbf{p}) - \omega - i\delta$ на $-i\nu$ ($\nu = 1/\tau$ — частота столкновений), получаем

$$J_x^{(2)} = - \sum_n \frac{eB^2 R^3}{2\pi^2 d^3} \frac{\left(\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2}\right) \left(\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2} + \frac{q_x}{2}\right)}{\sqrt{2m^* \left(\varepsilon_F - \frac{\pi^2 n^2}{2m^* d^2}\right) - \left(\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2}\right)^2}} \times \\ \times [i(\cos q_z d - 1)^2 - \sin q_z (\cos q_z d - 1)], \quad (8)$$

$$J_y^{(2)} = - \sum_n \frac{eB^2 R^3}{2\pi^2 d^3} \frac{\left(\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2}\right) \left[2m^* \left(\varepsilon_F - \frac{\pi^2 n^2}{2m^* d^2}\right) - \left(\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2}\right)^2 + \frac{q_y}{2}\right]}{\sqrt{2m^* \left(\varepsilon_F - \frac{\pi^2 n^2}{2m^* d^2}\right)^2 - \left(\frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2}\right)^2}} \times \\ \times [i(\cos q_z d - 1)^2 - \sin q_z d (\cos q_z d - 1)], \quad (9)$$

где

$$R = \frac{4\pi^2 n^2}{(4\pi^2 n^2 - q_z^2 d^2) q_z d}.$$

Как видно из (8) и (9), плотность тока, осциллируя, уменьшается с ростом толщины пленки. Кроме того, при выполнении условия $k_n = \frac{m^* \omega}{q} + \frac{q}{2}$ плотность тока испытывает скачки, которые соответствуют гигантским квантовым осцилляциям в поглощении звука [4].

Нами не учитываются нелинейные эффекты искажения функции распределения (см., например, [5]), изменения числа заполненных уровней в поле волны, т. е. наше рассмотрение справедливо при мощностях, удовлетворяющих условию $\omega_0 \tau \lesssim 1$, где $\omega_0 = q \sqrt{\Delta m^{*-1} \text{div } \vec{u}}$ — частота колебаний электрона в потенциальной яме, созданной полем звуковой волны.

Очевидно, что для проволоки, где, как и в магнитном поле, мы имеем двумерное квантование, результаты будут аналогичны [1], отличаясь лишь коэффициентами.

В заключение выражаем благодарность В. С. Сардаряну за обсуждение результатов работы и ряд ценных указаний.

Армянский государственный педагогический институт им. Х. Абовяна

Поступила 9.II.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Я. Демиковский, А. П. Копасов. ЖЭТФ, 64, 1007 (1973).
2. Б. А. Газизер, В. Я. Демиковский. УФН, 96, 61 (1968).
3. А. П. Копасов. Ученые записки ГГУ, серия физ., 149, 3 (1972).
4. В. Л. Гуравич, В. Г. Скобов, Ю. А. Фирсов. ЖЭТФ, 40, 786 (1961).
5. Ю. М. Гальперин, В. Д. Казан. ЖЭТФ, 59, 1657 (1970).

ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ԻՆՏԵՆՍԻՎ
ՉԱՅՆԱՅԻՆ ԱՆԻՔԻ ՏԱՐԱՄՄԱՆ ՈՉ-ԳԾԱՅԻՆ
ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՑԱԼ

Մ. Մ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ, Ա. Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Գտնված են բարակ թաղանթներում ալյասեղանի էլեկտրոնային դաշի ոչ-գծային ընկալունակությունները: Հետադրույթ է ոչ-գծային հաստատուն հոսանքի համար ստացված արտադրությունը: Ցույց է տրված, որ հոսանքի խտությունը օսցիլյացվում է թիթեղի հաստությունից կախված:

TO THE NONLINEAR THEORY OF SOUND WAVE
PROPAGATION UNDER THE DIMENSIONAL
QUANTIZATION CONDITION

M. M. ARAKELYAN, A. A. KHACHATRYAN

The nonlinear susceptibilities of a degenerate electron gas located in a film are found. The nonlinear direct current in the film is studied. It is shown that the density of the current oscillates depending on the thickness of the film.