

ОНДУЛЯТОРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СГУСТКА ЗАРЯДОВ
В ВОЛНОВОДЕ

Г. В. ВОСКРЕСЕНСКИЙ, Г. Г. КАРАПЕТЯН

Рассмотрено ондуляторное излучение сгустка зарядов в волноводе с участка конечной длины. Исследованы полная и спектральная энергии излучения. Показано, что интерференционный множитель (описывающий ослабление энергии излучения из-за распределения заряда по сгустку) при наличии волновода может возрасти в несколько раз.

В работе [1] исследовалось ондуляторное излучение (ОИ) точечного заряда в волноводе и было установлено, что оно имеет резонансный характер: при определенных условиях наличие волновода приводит к существенному усилению и монохроматизации излучения. Полученные в [1] результаты справедливы лишь в предположении малости размеров источника по сравнению с длиной волны излучения. Так как при генерации ОИ в диапазоне субмиллиметровых и более коротких волн такое условие обычно не выполняется, необходимо рассмотреть более общий случай, когда излучает не точечный заряд, а сгусток конечных размеров.

При описании движения сгустка в периодическом поле ондулятора будем пренебрегать кулоновским взаимодействием зарядов и предполагать, что траектория каждого электрона сгустка совпадает с траекторией одиночного точечного заряда. Плотность заряда в сгустке считаем постоянной вдоль оси z , которая направлена вдоль волновода (волновод — регулярный, с идеально проводящими стенками). Плотности заряда и тока зададим в виде

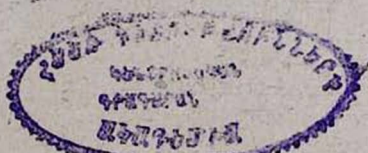
$$\rho = \rho_{\perp}(\varphi, \eta, z) \frac{\sigma(z - vt)}{h}, \quad J = J_{\perp}(\varphi, \eta, z) \frac{\sigma(z - vt)}{h}. \quad (1)$$

Здесь φ, η — криволинейные координаты в поперечном сечении волновода S , $\rho_{\perp}$ и $J_{\perp}$ — периодические по z функции с периодом d (определяемым магнитной структурой ондулятора) в интервале $0 < z < L$, а вне этого интервала — постоянны,

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1 & -h < x < 0 \\ 0 & x > 0, x < -h, \end{cases}$$

$L = Nd$ — длина ондулятора, N — число периодов траектории или звеньев, h — проекция длины сгустка на ось z , которая согласно принятой модели движения постоянна.

Формула (1) описывает сгусток произвольной формы, движущийся с постоянной продольной скоростью $v \equiv \beta c$ вдоль оси волновода. В момент $t = 0$ сгусток входит в периодическое поле ондулятора и начинает излучать, двигаясь по периодической траектории. Излучение прекращается при $t = (L + h)/v$, когда сгусток полностью выходит из промежутка $0 < z < L$.



Поле излучения будем описывать скалярным и векторным потенциалами, которые представим с помощью метода [2] в виде разложений по собственным функциям $f_k(\varphi, \eta)$ и $a_{k1,2}(\varphi, \eta)$ волновода:

$$\begin{aligned}\Phi &= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\omega} e^{-i\omega t} d\omega, \quad A = \int_{-\infty}^{\infty} A_{\omega} e^{-i\omega t} d\omega, \\ \Phi_{\omega} &= \sum_k \Phi_{\omega k}(z) f_k(\varphi, \eta), \\ A_{\omega} &= \sum_k [A_{\omega k1}(z) a_{k1}(\varphi, \eta) + A_{\omega k2}(z) a_{k2}(\varphi, \eta)].\end{aligned}\quad (2)$$

Подставив (2) в волновые уравнения, выразим неизвестные функции $\Phi_{\omega k}$ и $A_{\omega k1,2}$ через плотности заряда и тока:

$$\begin{aligned}\Phi_{\omega k} &= \frac{1}{\kappa_1} \frac{e^{i\omega h/v} - 1}{\omega h} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\perp k}(z') e^{i\omega z'/v + i\kappa_1 |z - z'|} \operatorname{sgn}(z - z') dz', \\ A_{\omega k1,2} &= \frac{1}{c\kappa_{1,2}} \frac{e^{i\omega h/v} - 1}{\omega h} \int_{-\infty}^{\infty} J_{\perp k1,2}(z') e^{i\omega z'/v + i\kappa_{1,2} |z - z'|} \operatorname{sgn}(z - z') dz',\end{aligned}\quad (3)$$

где

$$\rho_{\perp k} \equiv \int_S \rho_{\perp} f_k dS, \quad J_{\perp k1,2} \equiv \int_S \mathbf{J}_{\perp} a_{k1,2} dS,$$

$\kappa_{1,2} = \sqrt{\omega^2 - \omega_{kp1,2}^2}$, $\omega_{kp1,2}$ — критические частоты волновода для E (индекс 1) и H (индекс 2) волн.

Вычисляя с помощью (2) и (3) вектор Пойнтинга и интегрируя его по поперечному сечению волновода, получим энергию излучения сгустка

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left(\frac{c}{2} \int_S (\mathbf{E}_{\omega} \times \mathbf{H}_{\omega}^*)_z dS \right) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\omega} d\omega, \quad (4)$$

$$W_{\omega} = \frac{i\omega}{2} \sum_k \left[\left(A_{\omega k1} - \frac{\omega_{kp1}}{i\omega} \Phi_{\omega} \right) \left(\frac{d}{dz} A_{\omega k1}^* - \frac{\omega_{kp1}}{c} A_{\omega k1}^* \right) + A_{\omega k2} \frac{d}{dz} A_{\omega k2}^* \right].$$

Для одиночного «плоского» заряда ($h=0$) вклад E -волн в полную энергию излучения мал по сравнению с вкладом H -волн, а в случае резонанса, когда особенно велико влияние волновода, излучением электрической поляризации поля полностью можно пренебречь [1]. Так как сгусток рассматривается как совокупность невзаимодействующих плоских зарядов, то и в случае сгустка вклад E -волн в излучении будет малым и в дальнейшем не будет учитываться.

Разложим периодическую функцию $J_{\perp k2}(z)$ в ряд Фурье на периоде траектории d . Подставляя это разложение в (3), (4) и вводя безразмер-

ную частоту $\xi = \omega d / 2\pi s v$, после соответствующих преобразований получим следующие выражения для полной и спектральной энергии излучения:

$$W = \int_0^{\infty} W_{\xi} d\xi, \quad W_{\xi} = \frac{4\pi\gamma^2 L}{\beta c^2} \sum_{k, s=1}^{\infty} |J_s|^2 f(\alpha, sN, \xi) m(\varphi, \xi),$$

$$f(\alpha, N, \xi) = \frac{1 + \operatorname{sgn}(\xi - \gamma\alpha)}{2} \frac{\xi}{\gamma^2 \sqrt{\xi^2 - \gamma^2 \alpha^2}} \frac{2 \sin^2 \pi N \xi'}{\pi^2 N (\xi'^2 - 1)^2},$$

$$\xi' = \xi - \beta \sqrt{\xi^2 - \gamma^2 \alpha^2},$$
(5)

$$m(\varphi, \xi) = \left(\frac{\sin \pi \varphi \xi / \gamma^2}{\pi \varphi \xi / \gamma^2} \right)^2, \quad J_s = \frac{1}{d} \int_0^d J_{\perp k2}(z) e^{-i \frac{2\pi s z}{d}} dz,$$

$$\varphi = \frac{s\gamma^2 h}{d}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \alpha = \frac{\omega_{kp2} d}{2\pi \gamma s v}.$$

Формулы (5) представляют энергию ОИ сгустка в волноводе в виде суммы энергий разных гармоник (индекс s), которые, в свою очередь, разложены по волноводным модам (индекс k). При устремлении длины сгустка к нулю формулы (5) переходят в соответствующие выражения для случая ОИ плоского заряда [1].

Исследование энергии ОИ сгустка удобно проводить, сравнивая ее с энергией ОИ при $h = 0$. Для этого определим интерференционный множитель M_{ks} отношением энергий, излученных на данной гармонике s и данной волноводной моде k сгустком и плоским зарядом:

$$M_{ks} = \frac{W_{ks}}{W_{ks|h=0}} = \frac{\int_0^{\infty} f(\alpha, sN, \xi) m(\varphi, \xi) d\xi}{\int_0^{\infty} f(\alpha, sN, \xi) d\xi}.$$
(6)

Для ондулятора неограниченной длины ($N \rightarrow \infty$), излучающего в свободном пространстве, интерференционный множитель s -ой гармоники описывается простой функцией [3—5] $M = (\sin \pi \varphi_0 / \pi \varphi_0)^2$ ($\varphi_0 = h/\lambda_0$, $\lambda_0 = d/2s\gamma^2$ — длина волны излучения в свободном пространстве на s -ой гармонике). Такой же функцией определяется интерференционный множитель для черенковского излучения сгустка при движении по бесконечной прямолинейной траектории в волноводе [6] и для нашего случая ОИ в волноводе, когда $N \rightarrow \infty$. Действительно, при этом функция f выражается через δ -функцию и из (6) получается выражение, аналогичное M . В случае же конечных N зависимость M_{ks} от φ более сложная. Для ее исследования положим $1 - 1/sN < \alpha \leq 1$, т. е. рассмотрим случай резонанса на k -ой моде s -ой гармоники. Тогда функция f имеет (при $N \gg 1$) в окрестности точки $\xi = \gamma^2$ резкий максимум* с шириной $\Delta \xi_f \sim \gamma^2 / \sqrt{sN}$ и

* Максимум f определяется согласно (5) условием $\xi' = 1$, откуда получаются два близких значения для безразмерных частот $\xi_{1,2} = \gamma^2 (1 \pm \beta \sqrt{1 - \alpha^2}) \approx \gamma^2$, или для длин волн излучения $\lambda_{1,2} = \lambda_0 (1 + \beta) / (\beta + \sqrt{1 - \alpha^2}) \approx 2\lambda_0$.

высотой $\sim sN$, следовательно, $\int_0^{\infty} f d\xi \sim \sqrt{sN}$. Аналогично можно оценить $W_{ks}|_{h=0}$ при $\varphi \ll \sqrt{sN}$, так как в этом случае функция m мало меняется в области $\Delta\xi_f$; вынося ее за знак интеграла, найдем $\int_0^{\infty} f m d\xi \sim \sqrt{sN} \times (\sin \pi\varphi/\pi\varphi)^2$. В обратном случае, когда $\varphi \gg \sqrt{sN}$, в области $\Delta\xi_f$ функция m является быстроосциллирующей, поэтому из-под интеграла выйдет множитель sN и в результате $\int_0^{\infty} f m d\xi \sim \sqrt{sN} (1/\pi\varphi)^2/2$.

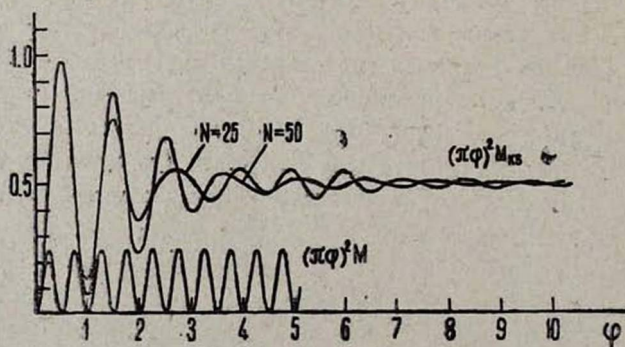
Таким образом, получаем следующие асимптотики интерференционного множителя ОИ сгустка в волноводе при резонансе:

$$M_{rs} = \begin{cases} (\sin \pi\varphi/\pi\varphi)^2 & \varphi \ll \sqrt{sN} \\ (1/\pi\varphi)^2/2 & \varphi \gg \sqrt{sN}, \end{cases} \quad (7)$$

$\varphi = h/\lambda$, $\lambda = d/s\gamma^2$ — длина волны излучения в волноводе при резонансе на s -ой гармонике. Отсюда видно, что при малых φ интерференционный множитель описывается той же функцией, что и в свободном пространстве. С увеличением же φ , начиная с $\varphi \sim \sqrt{sN}$, осцилляционная зависимость M_{rs} и, следовательно, энергии излучения от длины сгустка пропадает. Дело в том, что для возникновения интерференции излучений от различных частей сгустка (чем и обуславливается осцилляционная зависимость M_{rs} от φ) необходимо, чтобы время излучения превосходило характерное время, за которое излучение проходит от одного конца сгустка до другого, т. е. $T > h/|v - v_r|$, где

$$v_r = c \frac{\sqrt{\xi^2 - \gamma^2 \alpha^2}}{\xi} \Big|_{\xi' = 1} \simeq v \left(1 \pm \frac{1}{\gamma^2 \sqrt{sN}} \right) \quad (8)$$

есть групповая скорость излучения при резонансе. Написанное условие эквивалентно условию $\varphi < \sqrt{sN}$, поэтому при $\varphi \gg \sqrt{sN}$ следует ожидать существенного изменения поведения интерференционного множителя, что и следует из (7).



Зависимость интерференционного множителя ОИ сгустка в волноводе при резонансе (M_{rs}) и в свободном пространстве (M) от относительной длины сгустка.

На рисунке показаны интерференционные множители при ОИ сгустка в волноводе (M_{ks}) и в свободном пространстве (M) (произвольно выбрано $s = \alpha = 1$, $\gamma = 10$). Графики построены по результатам численных расчетов на ЭВМ формулы (6). Видно, в частности, что интерференционный множитель при ОИ сгустка в волноводе в четыре раза превосходит среднее значение интерференционного множителя ОИ в свободном пространстве. Это связано с тем, что, как указывалось выше, в волноводе при резонансе длина волны излучения вдвое больше, чем в отсутствие волновода.

Поступила 30.I.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. Карапетян. ДАН АрмССР, 85, 30 (1977).
2. Г. В. Кисунько. ЖТФ, 16, 565 (1946).
3. В. Л. Гинзбург. Изв. АН СССР, сер. физ., 11, 165 (1947).
4. Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов. Препринт ФИАН № 163 (1976).
5. Н. А. Корхмазян, Л. А. Геворгян, М. А. Петросян. ЖТФ, 47, 1583 (1977).
6. Э. Л. Бурштейн, Г. В. Воскресенский. Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками, М., 1970.

ԼԻՅՔԵՐԻ ԹԱՆՁՐՈՒԿԻ ՕՆԴՈՒՅԱՏՈՐԱՅԻՆ ՀԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԱԼԻՔՍԱՐՈՒՄ

Գ. Վ. ՎՈՍԿՐԵՍԵՆՍԿԻ, Գ. Գ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Դիտարկված է լիցքերի թանձրուկի օնդուլյատորային ճառագայթումը ալիքատարում, հաշված է ճառագայթման սպեկտրալ և լրիվ էներգիաները: Ցույց է տրված, որ ալիքատարի առկայությունը բերում է ինտերֆերենցիոն արտադրիչի ալիքային մի զանի անգամ:

UNDULATOR RADIATION FROM BUNCHES IN A WAVEGUIDE

G. V. VOSKRESENSKIY, G. G. KARAPETYAN

The undulator radiation from bunches in a waveguide is considered. The expressions for the energy of radiation are derived.