

АСИМПТОТИКА АМПЛИТУДЫ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ

Г. М. АСАТЯН, А. Г. СЕДРАКЯН

Исследуется асимптотическое поведение амплитуды упругого рассеяния в суперсимметричной модели Весса и Зумино. Показано, что в лестничном приближении асимптотики амплитуд рассеяния бозона на бозоне, фермиона на фермионе и бозона на фермионе равны и имеют поведение, определяемое фиксированным ветвлением в комплексной плоскости момента импульса.

1. В работе [1] была исследована асимптотика упругого рассеяния фермиона на фермионе в суперсимметричной теории Весса и Зумино [2]. Было показано, что в лестничном приближении амплитуда процесса имеет вид

$$M = -ig^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \left\{ \left(\bar{g}^2 \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^n + \left(\bar{g}^2 \left(\ln \frac{s}{m^2} - i\pi \right)^2 \right)^n \right\} =$$

$$= -\frac{ig^2}{\sqrt{4\pi}} (1 + e^{-2\pi\bar{g}}) \frac{\left(\frac{s}{m^2} \right)^{2\bar{g}}}{\left(\bar{g} \ln \frac{s}{m^2} \right)^{3/2}}, \quad \bar{g}^2 = \frac{g^2}{8\pi^3}. \quad (1)$$

Вместо ряда по степеням $g^2 \ln s/m^2$, возникающего в обычной ϕ^3 -теории, в суперсимметричной модели из-за вклада интегралов по поперечным импульсам возникает ряд по степеням $g^2 \ln^2 s/m^2$, что приводит к поведению, определяемому фиксированным ветвлением в комплексной плоскости момента импульса, а не простым полюсом Редже. Могло бы случиться, что такая ситуация имеет место только для рассеяния фермиона на фермионе, а для рассеяния фермиона на бозоне и бозона на бозоне из-за суперсимметричного характера теории произошло бы сокращение вкладов поперечных интегралов [1]. В настоящей работе показано, что такого сокращения не происходит и амплитуды рассеяния бозона на бозоне и бозона на фермионе даются той же формулой (1).

2. Мы будем придерживаться явно суперсимметрично-инвариантной формулировки модели Весса и Зумино [3, 4]. Эта модель описывает взаимодействие скалярного кирального суперполя с безразмерной константой связи. Самодействие в этой модели имеет вид

$$S_1 = \frac{1}{3} g \int d^4 x d^4 \theta (\delta^\Gamma(\bar{b}) \Phi^3(x, \theta) - \delta^\Gamma(b) \Phi^{+3}(x, \bar{\theta})), \quad (2)$$

где $\Phi(x, \theta)$ — скалярное киральное суперполе в пространстве x_μ, θ_α , $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}(\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2)$ обычных и антикоммутирующих спинорных координат. По спинорным переменным ведется грассманово интегрирование, $\delta^\Gamma(b)$ и $\delta^\Gamma(\bar{b})$ — обобщенные δ -функции от спинорных координат.

Суперполе $\Phi(x, \theta)$ разлагается по обычным полям

$$\Phi(x, \theta) = \frac{1}{2} (A(x) - iB(x)) + \theta^\alpha \gamma_\alpha(x) + \theta^\alpha \theta_\alpha \frac{1}{2} (F(x) + iG(x)), \quad (3)$$

причем поля F и G выражаются через поля A и B с помощью уравнений движения. Фактически суперполе $\Phi(x, \theta)$ содержит скалярное нейтральное поле A , псевдоскалярное нейтральное поле B и майорановский биспинор

$\psi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$. В терминах этих полей полное действие имеет вид

$$S = \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} ((\partial_\mu A)^2 + (\partial_\mu B)^2 - i\bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi - m\bar{\psi} \psi - m^2 A^2 - m^2 B^2) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} m g A (A^2 + B^2) - \frac{1}{8} g^2 (A^2 + B^2)^2 - \frac{1}{2} g \bar{\psi} (A - i\gamma_5 B) \psi \right\}. \quad (4)$$

Сформулируем правила Фейнмана для модели Весса и Зумино.

В теории существуют два типа вершин $\oplus$ и $\ominus$, им сопоставляются соответственно $-\frac{1}{3} ig (2\pi)^4 \delta^4(\sum_i p_i)$ и $\frac{1}{3} ig (2\pi)^4 \delta^4(\sum_i p_i)$.

Внутренней линии, соединяющей две вершины $\oplus$, соответствует пропагатор

$$\oplus \xrightarrow[p]{\bar{\theta}_1 \quad \bar{\theta}_2} \oplus \quad \frac{im \delta^r(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}; \quad (5a)$$

линии, соединяющей две вершины $\ominus$, соответствует пропагатор

$$\ominus \xrightarrow[p]{\theta_1 \quad \theta_2} \ominus \quad \frac{-im \delta^r(\theta_1 - \theta_2)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}; \quad (5b)$$

для линии, соединяющей вершины $\oplus$ и $\ominus$, пропагатор имеет вид

$$\oplus \xrightarrow[p]{\bar{\theta}_1 \quad \theta_2} \ominus \quad \frac{i}{2} \frac{\exp(2\theta_2 \bar{p} \bar{\theta}_1)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}. \quad (5c)$$

Каждой внешней линии соответствует волновая функция

$\Phi_{ext}(p, \theta)$ или $\Phi_{ext}^+(p, \bar{\theta})$:

$$\Phi_{ext}(p, \theta) = \frac{1}{2} (A_{ext}(p) - iB_{ext}(p)) + \theta^\alpha \gamma_\alpha(p) - \\ - \frac{1}{2} m \theta^\theta (A_{ext}(p) + iB_{ext}(p)). \quad (6)$$

По спинорным координатам вершин и импульсам внутренних линий производится интегрирование.

3. Перейдем к непосредственному вычислению асимптотик лестничных диаграмм. В первом приближении по g^2 в амплитуду рассеяния двух частиц дают вклад следующие s -канальные диаграммы:

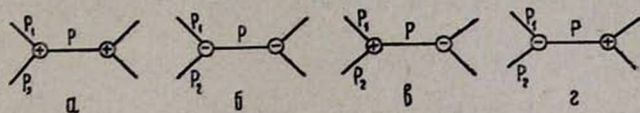


Рис. 1.

В асимптотике $s \rightarrow \infty$ наибольший вклад в амплитуду рассеяния дают диаграммы рис. 1в и 2. Так, для рассеяния бозона на бозоне имеем

$$M_a^{(2)} = -\frac{i}{4} g^2 \frac{m^2}{p^2 - m^2}, \quad M_b^{(2)} = \frac{i}{4} g^2 \frac{m^2}{p^2 - m^2}, \quad (7)$$

$$M_v^{(2)} = -\frac{i}{2} g^2, \quad M_z^{(2)} = -\frac{i}{2} g^2.$$

Для усредненной по спинам амплитуды рассеяния вперед фермиона на фермионе при $s \rightarrow \infty$ получаем

$$M_a'^{(2)} = M_b'^{(2)} = 0, \quad (8)$$

$$M_v'^{(2)} = M_z'^{(2)} = -\frac{i}{2} g^2.$$

Аналогично для асимптотики амплитуды рассеяния вперед бозона на фермионе находим

$$M_a^{* (2)} = M_b^{* (2)} = 0, \quad (9)$$

$$M_v^{* (2)} = M_z^{* (2)} = -\frac{i}{2} g^2.$$

Таким образом, во втором порядке по g асимптотика амплитуды упругого рассеяния имеет вид

$$M_s^{(2)} = M_s'^{(2)} = M_s^{* (2)} = -ig^2. \quad (10)$$

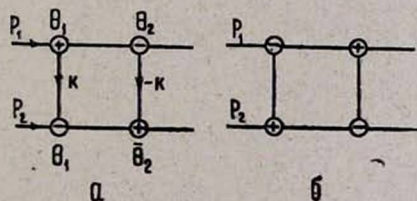


Рис. 2.

Рассмотрим теперь диаграммы четвертого порядка. Наиболее существенными для асимптотики упругого рассеяния являются диаграммы рис. 2, которым соответствует амплитуда

$$M_a^{(4)} = M_b^{(4)} = \left(\frac{g}{2}\right)^4 \int d^2\theta_1 d^2\theta_2 d^2\bar{\theta}_1 d^2\bar{\theta}_2 \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \times \\ \times \exp(2\theta_1(\hat{p}_2 + \hat{k})\bar{\theta}_2) \exp(2\theta_1\hat{k}\bar{\theta}_1) \exp(2\theta_2\hat{k}\bar{\theta}_2) \times \\ \times \exp(2\theta_2(\hat{p}_1 - \hat{k})\bar{\theta}_1) |((k^2 - m^2)^2 ((p_1 - k)^2 - m^2) ((p_2 + k)^2 - m^2))|^{-1}. \quad (11a)$$

Наибольший вклад в амплитуду дает произведение линейных членов в экспонентах, что приводит ко второй степени логарифма s/m^2 : один из логарифмов соответствует продольному, другой — поперечному интегралу. Произведя интегрирование по спинорным переменным, при $s \rightarrow \infty$ получаем

$$M_a^{(4)} = M_b^{(4)} = -g^4 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{sk^2}{(k^2 - m^2)^2 ((p_1 - k)^2 - m^2) ((p_2 + k)^2 - m^2)}. \quad (11b)$$

Введя переменные Судакова

$$k = \alpha p_1 - \beta p_2 + k_\perp,$$

находим

$$M_a^{(4)} = M_b^{(4)} = -\frac{ig^2}{2} \frac{g^2}{8\pi^2} \int_{m^2/s}^1 \frac{d\beta}{\beta} \int_{m^2}^{s\beta} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} = -\frac{ig^2}{2} \frac{g^2}{8\pi^2} \frac{1}{2!} \ln^2 \frac{s}{m^2}. \quad (11c)$$

Такие же выражения получаются для амплитуд рассеяния фермиона на фермионе и бозона на фермионе*

$$M_s^{(4)} = M_s'^{(4)} = M_s^{*(4)} = -ig^2 \frac{1}{2!} \frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2}. \quad (12)$$

В $2n$ -порядке по g главный вклад дают диаграммы рис. 3.

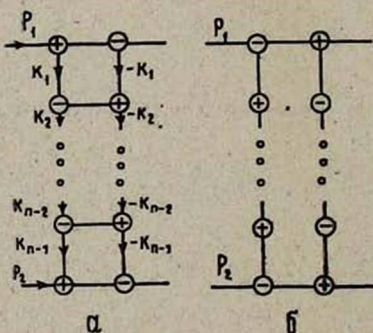


Рис. 3.

* В пропагаторах, соединяющих вершины $\bar{\theta}_1$ и θ_2 , $\bar{\theta}_2$ и θ_1 (рис. 2а), в случае рассеяния фермиона на фермионе нужно оставить нулевой по $2\theta\bar{\theta}$ член в разложении экспоненты; соответствующая степень импульса здесь получается при усреднении по спинам. Аналогично, в случае рассеяния бозона на фермионе для получения наибольшего вклада в асимптотику в пропагаторе, соединяющем вершины с внешними фермионными линиями, тоже нужно оставить нулевой член в разложении экспоненты.

После интегрирования по спинорным переменным амплитуда рассеяния в $2n$ -порядке при $s \rightarrow \infty$ приводится к виду

$$\begin{aligned}
 M_a^{(2n)} &= M_b^{(2n)} = M_a'^{(2n)} = M_b'^{(2n)} = M_a^{*(2n)} = M_b^{*(2n)} = \\
 &= \frac{-ig^2}{2} \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \right)^{n-1} \int_{m^2/s}^1 \frac{d\beta_{n-1}}{\beta_{n-1}} \dots \int_{m^2/s}^{\beta_2} \frac{d\beta_1}{\beta_1} \int_{m^2}^{\beta_1 s} \frac{d^2 k_{1\perp}^2}{k_{1\perp}^2} \dots \int_{m^2}^{\beta_{n-1} s} \frac{d^2 k_{n-1\perp}^2}{k_{n-1\perp}^2} = \\
 &= \frac{-ig^2}{2} \frac{1}{n!(n-1)!} \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^{n-1}, \quad (13) \\
 M_s^{(2n)} &= M_s'^{(2n)} = M_s^{*(2n)} = \frac{-ig^2}{n!(n+1)!} \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^{n-1}.
 \end{aligned}$$

Для амплитуд рассеяния вперед бозона на бозоне, бозона на фермионе и фермиона на фермионе находим (после усреднения по спинам)

$$\begin{aligned}
 M &= M' = M'' = M_u + M_s = \\
 &= -ig^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \left\{ \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^n + \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \left(\ln \frac{s}{m^2} - i\pi \right)^2 \right)^n \right\} = \\
 &= \frac{-ig^2}{g \ln \frac{s}{m^2}} \left\{ I_1 \left(2\bar{g} \ln \frac{s}{m^2} \right) + I_1 \left(2\bar{g} \left(\ln \frac{s}{m^2} - i\pi \right) \right) \right\} = \\
 &= \frac{-ig^2}{\sqrt{4\pi}} (1 + e^{-i2\pi\bar{g}}) \frac{\left(\frac{s}{m^2} \right)^{2\bar{g}}}{\left(\bar{g} \ln \frac{s}{m^2} \right)^{3/2}},
 \end{aligned} \quad (14)$$

где мы воспользовались асимптотической формулой для функции Бесселя

$$I_1(z) \simeq \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{e^z}{\left(\frac{1}{2} z \right)^{1/2}} \quad \text{при } |z| \rightarrow \infty.$$

4. Приведем здесь диаграммы, существенные для асимптотики рассеяния в терминах обычных полей A, B, ψ .

В работе [1] было показано, что в случае рассеяния фермиона на фермионе существенны диаграммы типа приведенной на рис. 4а. В случае же рассеяния фермиона на бозоне и бозона на бозоне существенными оказываются соответственно диаграммы рис. 4б и в.

Диаграмма рис. 4в логарифмически расходится; ее расходимость из-за суперсимметричного характера теории сокращается с расходимостью диаграмм, содержащих пузырьки (рис. 5)*.

* С точностью до суперсимметричных диаграмм, содержащих единственно расходящуюся в суперсимметрии диаграмму $\bigoplus \bigcirc \bigoplus$.

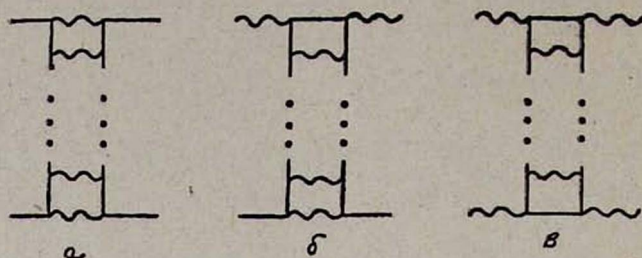


Рис. 4.

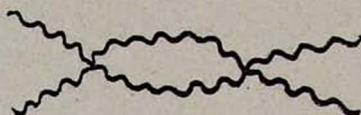


Рис. 5.

В заключение выражаем благодарность А. Н. Заславскому и С. Г. Мартиняну за стимулирующие обсуждения.

Ереванский физический
институт

Поступила 8.I.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. B. L. Young, T. F. Wong, J. W. Opaten. Phys. Rev., 14D, 2687 (1975).
2. J. Wess, B. Zumino. Nucl. Phys., B70, 39 (1974).
3. В. И. Озиевский, А. Мезинеску. УФН, 117, 637 (1975).
4. K. Fujikawa, W. Yang. Nucl. Phys., B88, 61 (1975).

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՑՐՄԱՆ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴԱՅԻ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿԱՆ ՍՈՒՊԵՐՍԻՄԵՏՐԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԵԶ

Հ. Մ. ԱՍԱՏՐՅԱՆ, Ա. Գ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Հետազոտվում է առաձգական ցրման ամպլիտուդայի ասիմպտոտիկ վարքը Վեսի և Ջումինոյի սուպերսիմետրիկ տեսության մեջ: Ցույց է տրված, որ սանդուղքային մոտավորությամբ բոզոն-բոզոն, բոզոն-ֆերմիոն և ֆերմիոն-ֆերմիոն ցրման ամպլիտուդաների ասիմպտոտիկաները հավասար են և որոշվում են շարժման քանակի մոմենտի կոմպլեքս հարթության վրա գտնվող ճյուղավորումով:

ELASTIC SCATTERING AMPLITUDE ASYMPTOTICS IN A SUPERSYMMETRIC THEORY

H. M. ASATRYAN, A. G. SEDRAKYAN

The asymptotics of elastic scattering amplitudes of a supersymmetric model of Wess and Zumino is investigated. In the ladder diagram approximation asymptotics of the boson-boson, fermion-fermion and boson-fermion scattering amplitudes are shown to be equal to each other and to be determined by a fixed Regge cut on the complex angular momentum plane.

АСИМПТОТИКА АМПЛИТУДЫ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ

Г. М. АСАТЯН, А. Г. СЕДРАКЯН

Исследуется асимптотическое поведение амплитуды упругого рассеяния в суперсимметричной модели Весса и Зумино. Показано, что в лестничном приближении асимптотики амплитуд рассеяния бозона на бозоне, фермиона на фермионе и бозона на фермионе равны и имеют поведение, определяемое фиксированным ветвлением в комплексной плоскости момента импульса.

1. В работе [1] была исследована асимптотика упругого рассеяния фермиона на фермионе в суперсимметричной теории Весса и Зумино [2]. Было показано, что в лестничном приближении амплитуда процесса имеет вид

$$M = -ig^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \left\{ \left(\bar{g}^2 \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^n + \left(\bar{g}^2 \left(\ln \frac{s}{m^2} - i\pi \right)^2 \right)^n \right\} =$$

$$= -\frac{ig^2}{\sqrt{4\pi}} (1 + e^{-2\pi\bar{g}}) \frac{\left(\frac{s}{m^2} \right)^{2\bar{g}}}{\left(\bar{g} \ln \frac{s}{m^2} \right)^{3/2}}, \quad \bar{g}^2 = \frac{g^2}{8\pi^3}. \quad (1)$$

Вместо ряда по степеням $g^2 \ln s/m^2$, возникающего в обычной φ^3 -теории, в суперсимметричной модели из-за вклада интегралов по поперечным импульсам возникает ряд по степеням $g^2 \ln^2 s/m^2$, что приводит к поведению, определяемому фиксированным ветвлением в комплексной плоскости момента импульса, а не простым полюсом Редже. Могло бы случиться, что такая ситуация имеет место только для рассеяния фермиона на фермионе, а для рассеяния фермиона на бозоне и бозона на бозоне из-за суперсимметричного характера теории произошло бы сокращение вкладов поперечных интегралов [1]. В настоящей работе показано, что такого сокращения не происходит и амплитуды рассеяния бозона на бозоне и бозона на фермионе даются той же формулой (1).

2. Мы будем придерживаться явно суперсимметрично-инвариантной формулировки модели Весса и Зумино [3, 4]. Эта модель описывает взаимодействие скалярного кирального суперполя с безразмерной константой связи. Самодействие в этой модели имеет вид

$$S_1 = \frac{1}{3} g \int d^4 x d^4 \theta (\delta^\Gamma(\bar{b}) \Phi^3(x, \theta) - \delta^\Gamma(b) \Phi^{+3}(x, \bar{\theta})), \quad (2)$$

где $\Phi(x, \theta)$ — скалярное киральное суперполе в пространстве x_μ, θ_α , $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}(\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2)$ обычных и антикоммутирующих спинорных координат. По спинорным переменным ведется грассманово интегрирование, $\delta^\Gamma(b)$ и $\delta^\Gamma(\bar{b})$ — обобщенные δ -функции от спинорных координат.

Суперполе $\Phi(x, \theta)$ разлагается по обычным полям

$$\Phi(x, \theta) = \frac{1}{2} (A(x) - iB(x)) + \theta^\alpha \gamma_\alpha(x) + \theta^\alpha \theta_\alpha \frac{1}{2} (F(x) + iG(x)), \quad (3)$$

причем поля F и G выражаются через поля A и B с помощью уравнений движения. Фактически суперполе $\Phi(x, \theta)$ содержит скалярное нейтральное поле A , псевдоскалярное нейтральное поле B и майорановский биспинор

$\psi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$. В терминах этих полей полное действие имеет вид

$$S = \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} ((\partial_\mu A)^2 + (\partial_\mu B)^2 - i\bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi - m\bar{\psi} \psi - m^2 A^2 - m^2 B^2) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} m g A (A^2 + B^2) - \frac{1}{8} g^2 (A^2 + B^2)^2 - \frac{1}{2} g \bar{\psi} (A - i\gamma_5 B) \psi \right\}. \quad (4)$$

Сформулируем правила Фейнмана для модели Весса и Зумино.

В теории существуют два типа вершин $\oplus$ и $\ominus$, им сопоставляются соответственно $-\frac{1}{3} ig (2\pi)^4 \delta^4(\sum_i p_i)$ и $\frac{1}{3} ig (2\pi)^4 \delta^4(\sum_i p_i)$.

Внутренней линии, соединяющей две вершины $\oplus$, соответствует пропагатор

$$\oplus \xrightarrow[p]{\bar{\theta}_1 \quad \bar{\theta}_2} \oplus \quad \frac{im \delta^r(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}; \quad (5a)$$

линии, соединяющей две вершины $\ominus$, соответствует пропагатор

$$\ominus \xrightarrow[p]{\theta_1 \quad \theta_2} \ominus \quad \frac{-im \delta^r(\theta_1 - \theta_2)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}; \quad (5b)$$

для линии, соединяющей вершины $\oplus$ и $\ominus$, пропагатор имеет вид

$$\oplus \xrightarrow[p]{\bar{\theta}_1 \quad \theta_2} \ominus \quad \frac{i}{2} \frac{\exp(2\theta_2 \bar{p} \bar{\theta}_1)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}. \quad (5c)$$

Каждой внешней линии соответствует волновая функция

$\Phi_{ext}(p, \theta)$ или $\Phi_{ext}^+(p, \bar{\theta})$:

$$\Phi_{ext}(p, \theta) = \frac{1}{2} (A_{ext}(p) - iB_{ext}(p)) + \theta^\alpha \gamma_\alpha(p) - \\ - \frac{1}{2} m \theta \theta (A_{ext}(p) + iB_{ext}(p)). \quad (6)$$

По спинорным координатам вершин и импульсам внутренних линий производится интегрирование.

3. Перейдем к непосредственному вычислению асимптотик лестничных диаграмм. В первом приближении по g^2 в амплитуду рассеяния двух частиц дают вклад следующие s -канальные диаграммы:

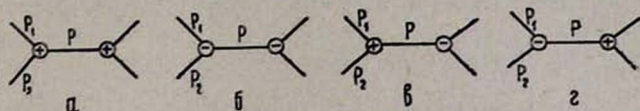


Рис. 1.

В асимптотике $s \rightarrow \infty$ наибольший вклад в амплитуду рассеяния дают диаграммы рис. 1в и 2. Так, для рассеяния бозона на бозоне имеем

$$M_a^{(2)} = -\frac{i}{4} g^2 \frac{m^2}{p^2 - m^2}, \quad M_b^{(2)} = \frac{i}{4} g^2 \frac{m^2}{p^2 - m^2}, \quad (7)$$

$$M_v^{(2)} = -\frac{i}{2} g^2, \quad M_z^{(2)} = -\frac{i}{2} g^2.$$

Для усредненной по спинам амплитуды рассеяния вперед фермиона на фермионе при $s \rightarrow \infty$ получаем

$$M_a'^{(2)} = M_b'^{(2)} = 0, \quad (8)$$

$$M_v'^{(2)} = M_z'^{(2)} = -\frac{i}{2} g^2.$$

Аналогично для асимптотики амплитуды рассеяния вперед бозона на фермионе находим

$$M_a^{*(2)} = M_b^{*(2)} = 0, \quad (9)$$

$$M_v^{*(2)} = M_z^{*(2)} = -\frac{i}{2} g^2.$$

Таким образом, во втором порядке по g асимптотика амплитуды упругого рассеяния имеет вид

$$M_s^{(2)} = M_s'^{(2)} = M_s^{*(2)} = -ig^2. \quad (10)$$

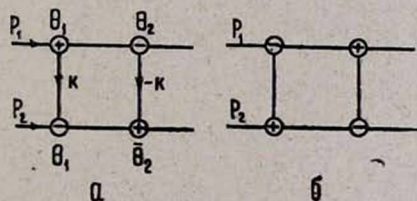


Рис. 2.

Рассмотрим теперь диаграммы четвертого порядка. Наиболее существенными для асимптотики упругого рассеяния являются диаграммы рис. 2, которым соответствует амплитуда

$$M_a^{(4)} = M_b^{(4)} = \left(\frac{g}{2}\right)^4 \int d^2\theta_1 d^2\theta_2 d^2\bar{\theta}_1 d^2\bar{\theta}_2 \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \times \\ \times \exp(2\theta_1(\hat{p}_2 + \hat{k})\bar{\theta}_2) \exp(2\theta_1\hat{k}\bar{\theta}_1) \exp(2\theta_2\hat{k}\bar{\theta}_2) \times \\ \times \exp(2\theta_2(\hat{p}_1 - \hat{k})\bar{\theta}_1) |((k^2 - m^2)^2 ((p_1 - k)^2 - m^2) ((p_2 + k)^2 - m^2))|^{-1}. \quad (11a)$$

Наибольший вклад в амплитуду дает произведение линейных членов в экспонентах, что приводит ко второй степени логарифма s/m^2 : один из логарифмов соответствует продольному, другой — поперечному интегралу. Произведя интегрирование по спинорным переменным, при $s \rightarrow \infty$ получаем

$$M_a^{(4)} = M_b^{(4)} = -g^4 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{sk^2}{(k^2 - m^2)^2 ((p_1 - k)^2 - m^2) ((p_2 + k)^2 - m^2)}. \quad (11b)$$

Введя переменные Судакова

$$k = \alpha p_1 - \beta p_2 + k_\perp,$$

находим

$$M_a^{(4)} = M_b^{(4)} = -\frac{ig^2}{2} \frac{g^2}{8\pi^2} \int_{m^2/s}^1 \frac{d\beta}{\beta} \int_{m^2}^{s\beta} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} = -\frac{ig^2}{2} \frac{g^2}{8\pi^2} \frac{1}{2!} \ln^2 \frac{s}{m^2}. \quad (11c)$$

Такие же выражения получаются для амплитуд рассеяния фермиона на фермионе и бозона на фермионе*

$$M_s^{(4)} = M_s'^{(4)} = M_s^{*(4)} = -ig^2 \frac{1}{2!} \frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2}. \quad (12)$$

В $2n$ -порядке по g главный вклад дают диаграммы рис. 3.

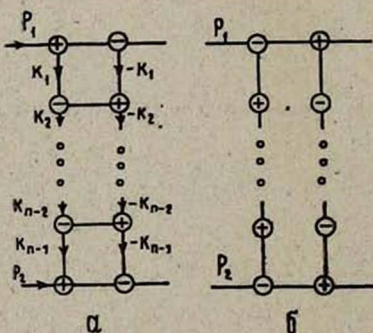


Рис. 3.

* В пропагаторах, соединяющих вершины $\bar{\theta}_1$ и θ_2 , $\bar{\theta}_2$ и θ_1 (рис. 2а), в случае рассеяния фермиона на фермионе нужно оставить нулевой по $2\theta\bar{\theta}$ член в разложении экспоненты; соответствующая степень импульса здесь получается при усреднении по спинам. Аналогично, в случае рассеяния бозона на фермионе для получения наибольшего вклада в асимптотику в пропагаторе, соединяющем вершины с внешними фермионными линиями, тоже нужно оставить нулевой член в разложении экспоненты.

После интегрирования по спинорным переменным амплитуда рассеяния в $2n$ -порядке при $s \rightarrow \infty$ приводится к виду

$$\begin{aligned}
 M_a^{(2n)} &= M_a'^{(2n)} = M_a^{(2n)} = M_a'^{(2n)} = M_a^{(2n)} = M_a'^{(2n)} = \\
 &= \frac{-ig^2}{2} \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \right)^{n-1} \int_{m^2/s}^1 \frac{d\beta_{n-1}}{\beta_{n-1}} \dots \int_{m^2/s}^{\beta_2} \frac{d\beta_1}{\beta_1} \int_{m^2}^{\beta_1 s} \frac{d^2 k_{1\perp}^2}{k_{1\perp}^2} \dots \int_{m^2}^{\beta_{n-1} s} \frac{d^2 k_{n-1\perp}^2}{k_{n-1\perp}^2} = \\
 &= \frac{-ig^2}{2} \frac{1}{n!(n-1)!} \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^{n-1}, \quad (13) \\
 M_s^{(2n)} &= M_s'^{(2n)} = M_s^{(2n)} = \frac{-ig^2}{n!(n+1)!} \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^{n-1}.
 \end{aligned}$$

Для амплитуд рассеяния вперед бозона на бозоне, бозона на фермионе и фермиона на фермионе находим (после усреднения по спинам)

$$\begin{aligned}
 M &= M' = M'' = M_u + M_s = \\
 &= -ig^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \left\{ \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m^2} \right)^n + \left(\frac{g^2}{8\pi^2} \left(\ln \frac{s}{m^2} - i\pi \right)^2 \right)^n \right\} = \\
 &= \frac{-ig^2}{g \ln \frac{s}{m^2}} \left\{ I_1 \left(2\bar{g} \ln \frac{s}{m^2} \right) + I_1 \left(2\bar{g} \left(\ln \frac{s}{m^2} - i\pi \right) \right) \right\} = \\
 &= \frac{-ig^2}{\sqrt{4\pi}} (1 + e^{-i2\pi\bar{g}}) \frac{\left(\frac{s}{m^2} \right)^{2\bar{g}}}{\left(\bar{g} \ln \frac{s}{m^2} \right)^{3/2}},
 \end{aligned} \quad (14)$$

где мы воспользовались асимптотической формулой для функции Бесселя

$$I_1(z) \simeq \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{e^z}{\left(\frac{1}{2} z \right)^{1/2}} \quad \text{при } |z| \rightarrow \infty.$$

4. Приведем здесь диаграммы, существенные для асимптотики рассеяния в терминах обычных полей A, B, ψ .

В работе [1] было показано, что в случае рассеяния фермиона на фермионе существенны диаграммы типа приведенной на рис. 4а. В случае же рассеяния фермиона на бозоне и бозона на бозоне существенными оказываются соответственно диаграммы рис. 4б и в.

Диаграмма рис. 4в логарифмически расходится; ее расходимость из-за суперсимметричного характера теории сокращается с расходимостью диаграмм, содержащих пузырьки (рис. 5)*.

* С точностью до суперсимметричных диаграмм, содержащих единственно расходящуюся в суперсимметрии диаграмму $\bigoplus \bigcirc \bigoplus$.

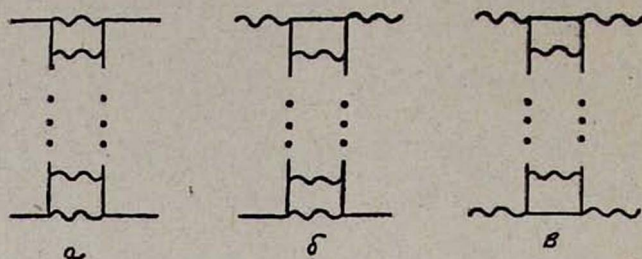


Рис. 4.

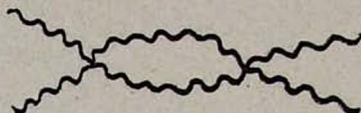


Рис. 5.

В заключение выражаем благодарность А. Н. Заславскому и С. Г. Мартиняну за стимулирующие обсуждения.

Ереванский физический
институт

Поступила 8.I.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. B. L. Young, T. F. Wong, J. W. Opaten. Phys. Rev., 14D, 2687 (1975).
2. J. Wess, B. Zumino. Nucl. Phys., B70, 39 (1974).
3. В. И. Озиевский, А. Мезинеску. УФН, 117, 637 (1975).
4. K. Fujikawa, W. Yang. Nucl. Phys., B88, 61 (1975).

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՑՐՄԱՆ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴԱՅԻ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿԱՆ ՍՈՒՊԵՐՍԻՄԵՏՐԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԵԶ

Հ. Մ. ԱՍԱՏՐՅԱՆ, Ա. Գ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Հետազոտվում է առաձգական ցրման ամպլիտուդայի ասիմպտոտիկ վարքը Վեսի և Ջումինոյի սուպերսիմետրիկ տեսության մեջ: Ցույց է տրված, որ սանդուղքային մոտավորությամբ բոզոն-բոզոն, բոզոն-ֆերմիոն և ֆերմիոն-ֆերմիոն ցրման ամպլիտուդաների ասիմպտոտիկաները հավասար են և որոշվում են շարժման քանակի մոմենտի կոմպլեքս հարթության վրա գտնվող ճյուղավորումով:

ELASTIC SCATTERING AMPLITUDE ASYMPTOTICS IN A SUPERSYMMETRIC THEORY

H. M. ASATRYAN, A. G. SEDRAKYAN

The asymptotics of elastic scattering amplitudes of a supersymmetric model of Wess and Zumino is investigated. In the ladder diagram approximation asymptotics of the boson-boson, fermion-fermion and boson-fermion scattering amplitudes are shown to be equal to each other and to be determined by a fixed Regge cut on the complex angular momentum plane.