

ПИННИНГ ВИХРЕЙ В ДЖОЗЕФСОНОВСКОМ КОНТАКТЕ

Г. С. МКРТЧЯН

Рассмотрен контакт двух сверхпроводников, в котором толщина диэлектрического зазора может меняться вдоль контакта. Рассчитаны энергия вихревой структуры и сила зацепления вихрей в таком контакте.

Структура вихревых образований в джозефсоновских переходах хорошо изучена [1]. Речь, однако, как правило, идет о переходах с идеально однородной шириной диэлектрического зазора. Неоднородность ширины этого зазора может привести к изменению ряда макроскопических характеристик контакта, например, его кривой намагничивания. Микроскопически учет такой неоднородности означает введение центров пиннинга — объектов, интенсивно изучаемых в теории смешанного состояния сверхпроводников. В настоящей работе исследуется влияние этой неоднородности на вихревую структуру в контакте.

Рассмотрим джозефсоновский контакт двух сверхпроводников, ограниченных плоскостями $y = \pm L$. Пусть плоскость контакта описывается уравнением $x = 0$. Внешнее магнитное поле H_0 будем считать направленным по оси z . Тогда, как известно, распределение фазы параметра порядка в контакте описывается уравнением

$$\partial^2 \frac{d^2 \varphi}{dy^2} = \sin \varphi \quad (1)$$

с граничными условиями [1]

$$\left. \frac{d\varphi}{dy} \right|_{y=\pm L} = \frac{2e(\lambda_1 + \lambda_2)}{c\hbar} H_0.$$

Здесь λ_1 и λ_2 — лондоновские глубины проникновения контактирующих сверхпроводников, $\delta^2 = \hbar^2 c^2 / 8 \pi e (\lambda_1 + \lambda_2) j_c$, j_c — максимальная плотность туннельного тока через контакт, зависящая от толщины диэлектрического зазора между сверхпроводниками. Ниже рассматривается контакт, для которого $L \gg \delta$.

Решения (1) хорошо известны [1]. При полях, превышающих характерное поле H_{c1} ($H_{c1} = c\hbar / \pi^2 e (\lambda_1 + \lambda_2) \delta$ при $L \gg \delta$), уравнение (1) описывает вихревую структуру в контакте. Если в контакте имеется неоднородность, то как и в сверхпроводниках второго рода будет иметь место зацепление (пиннинг) вихрей за эту неоднородность. В результате критический ток, вызывающий неустойчивость вихрей, будет связан с характером и числом этих неоднородностей. Роль таких неоднородностей может играть, например, неодинаковая толщина диэлектрического зазора между сверхпроводниками. Это приведет к тому, что δ станет функцией координаты y , если толщина зазора ме-

няется в этом направлении. Если это изменение мало, то в общем случае $\delta(y)$ может быть записано в виде

$$\delta(y) = \delta_0 [1 + f(y)]^{-1/2}, \quad (2)$$

где $f(y)$ — произвольная функция, удовлетворяющая лишь условию

$$|f(y)| \ll 1. \quad (3)$$

В этом случае вместо (1) имеем следующее уравнение для фазы:

$$\delta_0 \frac{d^2 \varphi}{dy^2} = [1 + f(y)] \sin \varphi \quad (4)$$

с граничными условиями

$$\left. \frac{d\varphi}{dy} \right|_{y=\pm L} = \frac{2e(\lambda_1 + \lambda_2)}{c\hbar} H_0.$$

Перейдем для удобства к безразмерным переменным. За единицу длины примем величину δ_0 , а за единицу магнитного поля — $c\hbar/2e(\lambda_1 + \lambda_2)\delta_0$. При этом энергия контакта будет отнесена к величине $c^2\hbar^2/16\pi e^2 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)$. В этих переменных уравнение (4) примет вид

$$\begin{aligned} \varphi'' &= [1 + f(y)] \sin \varphi, \\ \varphi'|_{y=\pm L} &= H_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение (5) будем искать в виде

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2 + \dots, \quad (6)$$

где φ_0 — решение уравнения

$$\varphi_0'' = \sin \varphi_0 \quad (7)$$

с граничными условиями

$$\varphi_0'|_{y=\pm L} = H_0,$$

а $\varphi_1 \sim f$, $\varphi_2 \sim f^2$ и т. д.

Подставляя (6) в (5) и отбрасывая члены, имеющие малость порядка f^2 и выше, получаем для φ_1 уравнение

$$\varphi_1'' - \varphi_1 \cos \varphi_0 = f(y) \sin \varphi_0 \quad (8)$$

с граничными условиями

$$\varphi_1'|_{y=\pm L} = 0.$$

Энергия вихревой структуры в контакте, приходящаяся на единицу длины по оси z , записывается в виде [1]

$$\begin{aligned} G &= \int_{-L}^L \left\{ [1 + f(y)] (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{2} (\varphi')^2 \right\} dy - \int_{-L}^L H H_0 dy, \\ H(y) &= \varphi'(y). \end{aligned} \quad (9)$$

Подставим сюда φ в виде (6). Используя уравнения (7) и (8) и отбрасывая члены, имеющие малость порядка f^2 и выше, получаем

$$G = \int_{-L}^L \left\{ 1 - \cos \varphi_0 + \frac{1}{2} (\varphi_0')^2 \right\} dy - \int_{-L}^L H_0 \varphi_0' dy + \int_{-L}^L f(y) [1 - \cos \varphi_0] dy. \quad (10)$$

Первые два слагаемых в (10) дают энергию вихревой структуры в однородном контакте. Третье слагаемое дает дополнительный вклад в энергию вихрей за счет неоднородности толщины контакта. Решение $\varphi_0(y, H_0, u)$ описывает периодическое (при $H_0 > H_{c1}$) магнитное поле $H = d\varphi/dy$ в контакте, причем период $u(H_0)$ определяется из условия

$$\frac{\partial G}{\partial u} = 0. \quad (11)$$

Из (10) и (11) легко видеть, что период функции $\varphi'(y)$ такой же, что и в однородном контакте, если полный размер области, в которой $f(y)$ заметно отлична от нуля, значительно меньше L . Таким образом, $\varphi_0(y, H_0, u(H_0))$ представляет собой распределение фазы в однородном контакте, которое хорошо исследовано [1–3]. В частности, в пределе $L \rightarrow \infty$ (который мы и будем рассматривать ниже) имеем:

а) при $H_0 = H_{c1}$

$$\varphi_0(y) = \arctg(e^{y-y_0}); \quad (12)$$

б) при $H_0 \gg H_{c1}$

$$\varphi_0(y) = H_0 \cdot (y - y_0), \quad (13)$$

где y_0 — произвольная постоянная.

При подстановке в (10) выражения $\varphi_0(y - y_0, H_0)$ получаем, что первые два слагаемых в пределе $L \rightarrow \infty$ не зависят от y_0 . Зависимость от y_0 дает третье слагаемое. При этом y_0 задает смещение вихревой структуры относительно неоднородностей. В итоге с точностью до членов, не зависящих от y_0 , имеем

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) [1 - \cos \varphi_0] dy. \quad (14)$$

Сила взаимодействия вихрей с неоднородностью имеет вид

$$g = -\frac{\partial G}{\partial y_0} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{dy} \cos[\varphi_0(y - y_0)] dy. \quad (15)$$

Особый интерес представляет вычисление силы зацепления вихрей при сильных полях ($H_0 \gg H_{c1}$), когда в контакте имеется плотная вихревая структура. Подставляя (13) в (15), получаем

$$g = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{dy} \cos[H_0 \cdot (y - y_0)] dy. \quad (16)$$

Рассмотрим для примера конкретную зависимость $f(y)$:

$$f(y) = \varepsilon [\theta(y) - \theta(y - a)], \quad (17)$$

где $\varepsilon \ll 1$, $a > 0$,

$$\theta(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ 1, & y > 0. \end{cases}$$

Для этой зависимости получаем

$$\begin{aligned} g(y_0) &= \varepsilon \{ \cos[H_0 y_0] - \cos[H_0(a - y_0)] \} = \\ &= 2\varepsilon \sin \left[H_0 \cdot \left(y_0 - \frac{a}{2} \right) \right] \cos \left(\frac{H_0 a}{2} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Величина силы $g(y_0)$ достигает максимума при значении

$$H_0 \cdot \left(y_0 - \frac{a}{2} \right) = \frac{\pi}{2},$$

который есть

$$|g|_{\max} = 2\varepsilon \left| \cos \left(\frac{H_0 a}{2} \right) \right|,$$

или в размерных единицах

$$|g|_{\max} = 2\varepsilon \frac{c^2 \hbar^2}{16 \pi e^2 (\lambda_1 + \lambda_2) \delta_0^2} \left| \cos \left[\frac{\pi H_0}{\Phi_0} (\lambda_1 + \lambda_2) a \right] \right|. \quad (19)$$

Как следует из (19), $|g|_{\max}$ является периодической функцией внешнего поля H_0 с периодом, равным $\Phi_0/[(\lambda_1 + \lambda_2)a]$. Отсюда следует, что и критический ток, при котором развивается вихревая неустойчивость в контакте, будет осциллирующей функцией внешнего магнитного поля.

Конечно, зависимость $|g|_{\max}$ от внешнего магнитного поля определяется выбором функции $f(y)$. С другой стороны, по известной экспериментальной зависимости $|g|_{\max}(H_0)$ можно на основании (16) судить о виде $f(y)$, т. е. о характере неоднородностей в контакте.

Автор благодарит В. В. Шмидта за полезные обсуждения.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 20.I.1977

ЛИТЕРАТУРА

1. И. О. Кулик, И. К. Янсон. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах, Изд. Наука, М., 1970.
2. П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов, Изд. Мир, М., 1968.
3. Г. Ф. Жарков. ЖЭТФ, 71, 1951 (1976).

ՄՐՐԻԿՆԵՐԻ ԿԱՌՉՈՒՄԸ ՋՈՋԵՖՍՈՆԻ ՄԻԱՑՈՒՄՈՒՄ

Գ. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Աշխատանքում դիտված է երկու գերհաղորդիչների միացում, որում դիէլեկտրիկ ճեղքի հաստությունը կարող է փոփոխվել միացման երկարությամբ: Հաշվված է մրրկային ստրուկտուրայի էներգիան և մրրկային կառչման ուժը տվյալ միացումում:

VORTEX PINNING IN THE JOSEPHSON CONTACT

G. S. MKRTCHYAN

In this work the contact of two superconductors, in which the length of the dielectric interlayer can be changed along the contact, is considered. In such a contact the energy of a vortex structure and pinning power of the vortex is calculated.